

*International Journal for*  
**Computational Civil and Structural Engineering**  
*Volume 8, Issue 4* *2012*

---

**EXECUTIVE EDITOR**

**Valery I. Telichenko**, Professor, Rector  
Moscow State University of Civil Engineering  
Moscow, Russia  
26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, Russia

**EDITOR-IN-CHIEF**

**Vladimir N. Sidorov**, Professor  
Department of Applied Mathematics  
and Computer Science  
Moscow State University of Civil Engineering  
26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, Russia

**TECHNICAL EDITOR**

**Taymuraz B. Kaytukov**, Associate Professor  
Research & Educational Center  
of Computational Simulation  
Moscow State University of Civil Engineering  
26, Yaroslavskoe Shosse, 129337 Moscow, Russia

**ASSOCIATE EDITORS**

**Pavel A. Akimov**, Professor, Vice-Rector  
Department of Applied Mathematics  
and Computer Science  
Moscow State University of Civil Engineering  
26, Yaroslavskoe Shosse, 129337 Moscow, Russia

**Alexander M. Belostotsky**, Professor  
Research Center STADYO  
apt. 412, 34, Ul. Verkhnyaya,  
125040, Moscow, Russia

**Vladimir Belsky**, Ph.D.  
Abaqus Inc.,  
Pawtucket, RI 02860,  
1080 Main Street, USA

**Mikhail Belyi**, Professor  
Abaqus Inc.,  
Pawtucket, RI 02860,  
1080 Main Street, USA

**Vitaly Bulgakov**, Professor  
Parametric Technology Corp.,  
57 Metropolitan Av.,  
Ashland, MA, USA

**Gregory P. Panasenko**, Professor  
Equipe d'Analyse Numerique  
NMR CNRS 5585  
University Gean Mehnet  
23 rue. P.Michelon 42023, St.Etienne, France

**Boris E. Pobedria**, Professor  
Department of Mechanics and Mathematics  
Moscow State University  
MGU. Mech-Math. Vorobjovy Gory  
119899 Moscow, Russia

**Leonid A. Rozin**, Professor  
Department of Structural Mechanics  
Technical University St. Petersburg  
29, Ul. Politechnicheskaya,  
195251 St. Petersburg, Russia

**PUBLICATION COUNCIL**

**William Begell**, President  
Begell Publishing House  
USA

**Nadezhda S. Nikitina**, Director  
ASV Publishing House  
Moscow, Russia

**Valery I. Telichenko**, Rector  
Moscow State University  
of Civil Engineering  
Moscow, Russia

## ADVISORY EDITORIAL BOARD

**Nikolaj V. Banichuk**, Professor  
Institute for Problems in Mech.  
Russian Academy of Sciences  
101, Prosp. Vernadskogo  
117526, Russia

**Klaus-Jurgen Bathe**, Professor  
Department of Mechanical  
Engineering  
Massachusetts Institute of  
Technology  
Cambridge, MA 02139, USA

**Zdenek Bittnar**, Professor  
Department of Structural Mechanics  
Czech Technical University  
7, Thakurova, 16629 Prague 6  
Czech Republic

**Alexander S. Bratus**, Professor  
Dept. of Comp. Math. and  
Cybernetics; Moscow State University  
MGU, VMK, Vorobjovy Gory  
119899 Moscow, Russia

**Evgeny G. D'yakov**, Professor  
Dept. of Comp. Math. and  
Cybernetics; Moscow State University  
MGU, VMK, Vorobjovy Gory  
119899 Moscow, Russia

**Alexander S. Gorodetsky**  
The Inst. For Aut. Syst. in Civil Eng.  
2a, Ul. M. Krivonosa  
252180 Kiev, Ukraine

**Vladimir Karpov**, Professor  
St. Petersburg University  
d.4, Ul. 2-Krasnoarmeiskaya,  
St. Petersburg, 198005 Russia

**Galina G. Kashevarova**, Professor  
Department of Structural Mechanics  
and Computer Technology  
Perm State Technical University  
29, Komsomolsky Prospekt,  
Perm, 614990, Russia

**Hartmut Koppler**, Professor  
Bauhaus-Universitat  
31a, Windmuhlen Str.  
99425 Weimar, Germany

**Andrey V. Korgin**, Professor  
Structure Testing Department  
Moscow State Univ. of Civil  
Engineering  
26, Yaroslavskoe Shosse,  
129337 Moscow, Russia

**Vadim G. Korneev**, Professor  
Dept. of Math. and Mechanics  
St. Petersburg State University  
198904, St. Petersburg, Russia

**Sergey V. Kuznetsov**, Professor  
Institute for Problems in Mech.  
Russian Academy of Sciences  
101, Prosp. Vernadskogo,  
117526, Russia

**Pierre Ladeveze**, Professor  
Lab. de Mecanique et Technologic  
E.N.S. de Cachan /C.N.R.C./ Univ.  
Paris VI, 61 Av. du President Wilson  
94235 Cachan Cedex, France

**Ralf Lindberg**, Professor  
3, Korkehoulunkatu,  
33101, Tampere, Finland

**Leonid S. Lyakhovich**, Professor  
Tomsk State University  
of Architecture and Building  
2, Solyanaya Pl.,  
634003 Tomsk, Russia

**Herbert Mang**, Professor  
Inst. Fur Haustatiken und  
Festigkeitslehre  
Techische Universitaet Wien  
13, Karlsplatz,  
A-1040 Wien, Austria

**Vladimir L. Mondrus**, Professor  
Department of Structural Mechanics  
Moscow State Univ. of Civil  
Engineering  
26, Yaroslavskoe Shosse,  
129337 Moscow, Russia

**Vladimir I. Myachenkov**, Professor  
Department of Strength of Materials  
Moscow State Tech. Univ. "STANKIN"  
3a, Vadkovsky Per.,  
104472 Moscow, Russia

**L'Eugenio Onate**, Professor  
E.T.S. Ing. Caminos  
Jorge, Girano Salgado, 31-08034  
Barcelona, Spain

**Vladimir A. Palmov**, Professor  
Physical-Mechanical faculty  
Technical University St. Petersburg  
29, Ul. Polytechnicheskaya,  
195251 St. Petersburg, Russia

**Stan Pietruszczak**, Professor  
Department of Civil Engineering  
McMaster University  
Hamilton, Ontario L8S 4L7, Canada

**Chengzhi Qi**, Professor  
Beijing University of Civil  
Engineering and Architecture  
No.1, Zhanlanlu, Xicheng District,  
Beijing

**Ekkerhard Ramm**, Professor  
University of Stuttgart  
Institute for Baustatik  
7, Pfaffenwaldring, Stuttgart,  
Germany

**E. Daya Reddy**, Professor  
University of Cape Town  
Department of Applied Mathematics  
7700 Rondebosch, South Africa

**Sunil Saigal**, Professor  
National Science Foundation  
4201 Wilson Blvd.,  
Arlington, VA 22230, USA

**Vadim N. Savostyanov**, Professor,  
Department of Applied Mechanics  
and Mathematics, Moscow State  
Univ. of Civil Engineering,  
Yaroslavskoe shosse 26, 129337  
Moscow, Russia

**Bernhard A. Scfhrefler**, Professor  
Dipart. Di Costruzioni e Trasporti.  
Via  
Marzolo, 9-35131 Padova, Italy

**Nikolaj N. Shaposhnikov**, Professor  
Department of Comp. Aided Design  
Moscow State Univ. of Railways  
MIIT, 15, Ul. Obraztsova,  
101475 Moscow, Russia

**D.V. Singh**, Professor  
Vice chairman all India council for  
Technical Education, New Delhi,  
India

**Waclaw Szcześniak**, Professor  
15, Al. Armii Ludowej,  
Politechnika Warszawska  
Warsaw, Poland

**Nils-Eric Wiberg**, Professor  
Department of Structural Mechanics  
Chalmers University of Technology  
S-41296 Goteborg, Sweden

**Zbigniew Wojcicki**, Professor  
Wroclaw University of Technology  
11 Grunwaldzki Sq., 50-377,  
Wroclaw, Poland

**Peter Wriggers**, Professor  
Technical School of Department  
1, Hochschulstrabe,  
D-6100 Darmstadt, Germany

## **AIMS AND SCOPE**

**The aim of the Journal** is to advance the research and practice in structural engineering through the application of computational methods. The Journal will publish original papers and educational articles of general value to the field that will bridge the gap between high-performance construction materials, large-scale engineering systems and advanced methods of analysis.

**The scope of the Journal** includes papers on computer methods in the areas of structural engineering, civil engineering materials and problems concerned with multiple physical processes interacting at multiple spatial and temporal scales. The Journal is intended to be of interest and use to researchers and practitioners in academic, governmental and industrial communities.

## **КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О ЖУРНАЛЕ INTERNATIONAL JOURNAL FOR COMPUTATIONAL CIVIL AND STRUCTURAL ENGINEERING**

Журнал *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering* является международным периодическим изданием, учредителями и издателями которого выступают Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ) /Россия, г. Москва/ и Издательство Begell House Inc. /США, г. Нью-Йорк/.

В редакционный совет журнала входят известные российские и зарубежные деятели науки и техники. Основным критерий отбора статей для публикации в журнале – их высокий научный уровень, соответствие которому определяется в ходе высококвалифицированного рецензирования и объективной экспертизы, поступающих в редакцию материалов.

Журнал входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций.

Журнал зарегистрирован в Федеральном агентстве по средствам массовой информации и охраны культурного наследия Российской Федерации. Индекс в общероссийском каталоге РОСПЕЧАТЬ – 18076.

## GUIDELINES FOR PREPARATION OF MANUSCRIPT AND RELATED INFORMATION

*Vladimir N. Sidorov<sup>1</sup>, Pavel A. Akimov<sup>2</sup>, Taymuraz B. Kaytukov<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Editor-in-Chief of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

<sup>2</sup>Associate Editor of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

<sup>3</sup>Technical Editor of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

**ABSTRACT:** Each paper must be typed on snow white paper sheets of A4 (210x297mm) size only on one side in boxes as shown on this sample. The abstract must be typed in 16 cm width box. The text of paper in the first page must be written in two columns 8.25 cm in width. All next pages must also have two columns 8.25 cm in width. Each page should have margins: 32 mm top, 32 mm bottom and 20 mm right and left. The paper should be typed using 12 point size Times New Roman type-face, or very similar, using single spacing between text lines applying word processor and printed on laser printer. It can be here pointed such editors as Word for Windows (preferable), Word Perfect, Tex or LaTeX. The appearance of manuscript of paper should be similar as far as possible to this sample. The paper should be submitted by traditional post: the original with 2 copies for review and the electronic version on diskette or on CD.

**Key words:** International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, preparation of manuscripts, electronic image preparation, submission of peer reviews and accepted articles.

### 1. PREPARATION OF MANUSCRIPTS

This document is typed by Microsoft Word 2003 and Times New Roman 12 point size type-face.

**The material of the paper should be arranged as follows:** Title (16 points), Author(s) (14 point), Affiliation(s), Abstract, key words, Introduction, Main body of paper, Acknowledgements (if any), References (if any, 10 points), Appendices (if any), full authors addresses as endnote (10 points, spacing within endnote=1, style for numbering=numbers, line separating text and endnotes=line – margin to margin in right column).

**The title, author's name(s) and affiliation(s)** should be given in a style similar to that shown above in this sample and centered. **The headings** should be bold and aligned to left. First-order headings and parts of the text should be separated by one free line from the text. Second-order headings should have capital first letters.

The both columns of each page, including closing page, should be of equal length. At the bottom of the last right column of last page is endnote with author's address(es).

**The figures** can be embedded in word processor or must be drawn in black ink. **Drawings** can be produced directly on manuscript sheet or may be produced on separate piece of white paper and then stuck at the appropriate position. **Photographs** must be glossy black and white prints and stuck at the appropriate position. This also applies to other items such as **tables**. The best – drawings, photographs and tables should be typed by word processor. **All symbols including equations should be typed.**

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} \lambda \varepsilon + 2 \mu \varepsilon_{ij}. \quad (1)$$

However, **sometimes embedding figure files in Microsoft Word is not acceptable for final output**, because of the loss of resolution. In this connection author may save in addition all or selected files with figures separately on diskette or CD. **Acceptable formats for figures** are JPEG, TIFF or EPS files saved from original application at 300-600 dpi.

The Figures, line drawings, photographs, tables may be positioned either within the one column, or large centered exactly across the full width of the page. The equations should be numbered at

the right side of the column. **The references** should be given at the end of the paper. The Figures, Tables and Equations should be separated from the text by minimum one single free line.

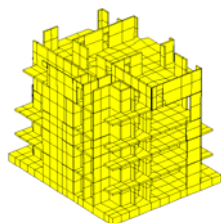


Figure 1

**The manuscript is expected to be written in correct and easily readable English.** An author who is not proficient in English is advised to take help of linguist before typing. It should be thoroughly checked for spelling mistakes.

## 2. SUBMISSION FOR PEER REVIEW

**Authors in all countries, at their opinion, should send** three (3) copies of their manuscript to Editors-in-Chief professor Vladimir N. Sidorov (see chapter 4 Correspondence) or Technical editor associate professor Taymuraz B. Kaytukov. **Electronic submissions are encouraged. Email a PDF or DOC (Microsoft Word) file with manuscript** to the Editor-in-Chief or technical editor. The Editor-in-Chief will seek reviews of the paper from experts and will assure rapid turnaround within six months of submission. **Each manuscript will receive at least 2 reviews. In deciding on acceptance of the paper, experts will examine** originality, quality of contents, neatness of presentation and readability of the submitted text. The Editor-in-Chief will correspond with the author in the light of these reviews. Submission implies that the author will be willing to make any necessary revisions. Retain all original figures until conclusion of the review process.

## 3. SUBMISSION OF ACCEPTED ARTICLE

After manuscript has been accepted and all required revisions have been incorporated, **mail manuscripts (black & white) and two copies**

**to Editor-in-Chief** by traditional post. The envelope for A4 sheets with stiffener may be used. **The electronic version of the manuscript on diskette or CD must be mailed to Editor-in-Chief** as well. **Label CD or diskette with author's last name(s), title of the article, abbreviated journal name and date.** Please provide a list of the software programs used for the art and text and the file names on the disk.

## 4. CORRESPONDENCE

Enquires regarding International Journal for Computational Civil and Structural Engineering and manuscripts should be addressed to the

### ➤ Editor-in-Chief

Professor Vladimir N. Sidorov  
Department of Applied Mathematics  
and Computer Science  
Moscow State University of Civil Engineering,  
26, Yaroslavskoe Shosse, 129337 Moscow, Russia  
*e-mail:* sidorov.vladimir@gmail.com

### ➤ Technical Editor

Associate Professor Taymuraz B. Kaytukov  
Research & Educational Center  
of Computational Simulation  
Moscow State University of Civil Engineering,  
26, Yaroslavskoe Shosse, 129337 Moscow, Russia  
*e-mail:* niccm@mgsu.ru

## REFERENCES

1. Fish J. and Belsky V. Multigrid method for a periodic heterogeneous medium. Part 1: Convergence studies in 1-D case. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, 126, 1995, pp. 1-16.
- 1) Vladimir N. Sidorov, Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, E-mail: sidorov.vladimir@gmail.com.
- 2) Pavel A. Akimov, Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, E-mail: pavel.akimov2@gmail.com.
- 3) Taymuraz B. Kaytukov, Research & Educational Center of Computational Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, E-mail: niccm@mgsu.ru.

# ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ ДЛЯ ЖУРНАЛА INTERNATIONAL JOURNAL FOR COMPUTATIONAL CIVIL AND STRUCTURAL ENGINEERING

*В.Н. Сидоров<sup>1</sup>, П.А. Акимов<sup>2</sup>, Т.Б. Кайтуков<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Главный редактор журнала International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

<sup>2</sup>Заместитель главного редактора журнала of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

<sup>3</sup>Технический редактор журнала of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

**АННОТАЦИЯ:** Каждая статья представляется в электронном и печатном виде (бумага белая, размер А4 (210x297 мм), печать односторонняя – см. настоящий образец). Язык публикации статей – английский (предпочтительно) или русский, при этом в случае публикации статьи на русском языке аннотация статьи, ключевые слова, сведения об авторах и название статьи должны быть представлены авторами на английском языке. Текст должен быть подготовлен в программе Microsoft Word (формат файла – DOC), желательно также предоставление копии статьи в формате PDF. Аннотация печатается в поле шириной 16 см. Текст на первой странице статьи печатается в две колонки, шириной 8.25 см каждая. Поля: верхнее – 32 мм., нижнее – 32 мм., правое – 20 мм., левое – 20 мм. Основной шрифт для набора статьи – Times New Roman, 12 пт., межстрочный интервал – одинарный. Внешний вид статьи по форме оформления должен соответствовать настоящему образцу. Печатные экземпляры статьи (оригинал и две копии) и ее электронная форма (на дискете или компакт-диске) должны пересылаться по почте. Для пересылки электронной формы дополнительно необходимо использовать электронную почту.

**Ключевые слова:** International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, подготовка статьи, подготовка электронных версий, рецензирование

## GUIDELINES FOR PREPARATION OF MANUSCRIPT AND RELATED INFORMATION

*Vladimir N. Sidorov<sup>1</sup>, Pavel A. Akimov<sup>2</sup>, Taymuraz B. Kaytukov<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Editor-in-Chief of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

<sup>2</sup>Associate Editor of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

<sup>3</sup>Technical Editor of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

**ABSTRACT:** Each paper must be typed on snow white paper sheets of A4 (210x297mm) size only on one side in boxes as shown on this sample. The abstract must be typed in 16 cm width box. The text of paper in the first page must be written in two columns 8.25 cm in width. All next pages must also have two columns 8.25 cm in width. Each page should have margins: 32 mm top, 32 mm bottom and 20 mm right and left. The paper should be typed using 12 point size Times New Roman type-face, or very similar, using single spacing between text lines applying word processor and printed on laser printer. It can be here pointed such editors as Word for Windows (preferable), Word Perfect, Tex or LaTeX. The appearance of manuscript of paper should be similar as far as possible to this sample. The paper should be submitted by traditional post: the original with 2 copies for review and the electronic version on diskette or on CD.

**Key words:** International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, preparation of manuscripts, electronic image preparation, submission of peer reviews and accepted articles.

### 1. ПОДГОТОВКА СТАТЕЙ

Настоящий образец подготовлен в текстовом процессоре Microsoft Word 2003, используется шрифт Times New Roman, 12 пт.

**Материал статьи должен располагаться следующим образом:** Заголовок (Times New Roman, 16 пт.), авторы (Times New Roman, 14 пт.), сведения об авторах, аннотация, ключевые слова (Times New Roman, 10 пт.).

При публикации статьи на русском языке далее располагаются Заголовок (Times New Roman, 16 пт.), авторы (Times New Roman, 14 пт.), сведения об авторах, аннотация, ключевые слова (Times New Roman, 10 пт.) на английском языке). Введение, основной текст статьи, приложения и замечания печатаются с использованием шрифта Times New Roman, 12 пт.; список литературы, развернутые сведения об авторах – Times New Roman, 10 пт. Межстрочный интервал – одинарный. Выравнивание в тексте – по ширине, выравнивание формул – по правому краю, формулы желательнее нумеровать.

**Заголовок статьи, сведения об авторах** представляются в форме, приведенной в настоящем образце, выравнивание по центру. **Подзаголовки в статье** выделяются полужирным шрифтом с выравниванием по левому краю. Подзаголовки первого уровня должны быть отделены от основного текста одной пустой строкой, подзаголовки второго уровня выделяются курсивом.

Обе колонки на каждой странице, включая последнюю, должны иметь одинаковую длину. В конце статьи должны быть приведены развернутые сведения об авторах, содержащие в том числе их контактные данные (на двух языках при публикации статьи на русском языке).

**Рисунки** (черно-белые) должны быть вставлены в текст статьи или приложены в бумажном виде на отдельных листах, с указанием в каких местах статьи их следует расположить. То же касается и **фотографий**, формат фотографий – черно-белый. Желательно прилагать электронные версии рисунков и фотографий! Аналогичные требования касаются **таблиц**. Наилучший вариант такой, когда рисунки, фотографии и таблицы вставлены в файл, подготовленный в Microsoft Word. **Все символы, в том числе используемые в уравнениях, должны быть печатными.**

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} \lambda \varepsilon + 2 \mu \varepsilon_{ij}. \quad (1)$$

Однако, **рисунки и фотографии, вставленные в файл текстового процессора Microsoft Word не всегда имеют приемлемое для печати качество** из-за их низкого разрешения. В этой связи автору настоятельно рекомендуется дополнительно приложить (на дискете или компакт-диске) к статье файлы, содержащие рисунки. **Допустимые форматы для рисунков** – JPEG, TIFF или EPS, разрешение – 300-600 dpi.

Рисунки, фотографии и таблицы, в случае их больших размеров, также могут располагаться в одну колонку с выравниванием по ширине. Формулы в статье нумеруются с выравниванием по правому краю. **Список литературы** должен быть приведен в конце статьи. Рисунки, фотографии и таблицы должны быть отделены от основного текста как минимум одной пустой строкой.

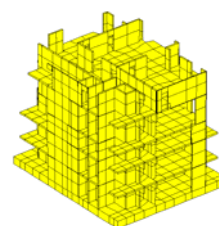


Рисунок 1

**Предполагается, что статья написана на грамотном и хорошо читаемом английском или русском языке.** При необходимости, перед отправкой статьи авторам следует проконсультироваться у переводчиков. Статья не будет подробно проверяться редакцией на предмет наличия лингвистических ошибок. В тоже время редакция оставляет за собой право отклонить статью, при наличии в последней большого количества ошибок лингвистического характера.

## 2. ОТПРАВКА СТАТЬИ НА РЕЦЕНЗИРОВАНИЕ

**Авторы (из России и других стран) должны выслать в адрес редакции три печатных экземпляра статьи на имя главного редактора журнала, профессора Сидорова Вла-**

димира Николаевича (контактная информация приведена в разделе «Контактные данные») или техническому редактору журнала, доценту Кайтукову Таймуразу Батразовичу. Электронные версии статей необходимо выслать также по электронной почте главному редактору журнала. Электронные и печатные формы не возвращаются. Каждая приходящая в редакцию журнала статья направляется для рассмотрения экспертам соответствующего профиля. **Как правило, по каждой статье назначаются два эксперта.** Время проведения экспертизы статьи не может превышать 6 месяцев. Свои заключения и оценки по статье эксперты сообщают главному редактору журнала, при этом на каждую статью должно прийти не менее двух заключений. Замечания и предложения экспертов доводятся до сведения автора статьи, после чего он вносит все необходимые изменения.

### 3. ОТПРАВКА СКОРРЕКТИРОВАННОЙ СТАТЬИ

После одобрения экспертами статьи и внесения авторами всех необходимых изменений, окончательный вариант статьи (бумажный в трех экземплярах и электронной на дискете или компакт-диске) высылается в адрес редакции, например в жестком конверте формата А4 по почте. **Также необходимо послать электронную версию статьи по электронной почте главному редактору.** На дискете или компакт-диске необходимо написать имена авторов, название статьи, название журнала и дату. Также желательно указать список программ, которые использовались при подготовке статьи и список файлов, находящихся на дискете или компакт-диске. Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

### 4. КОНТАКТНЫЕ ДАННЫЕ

По всем вопросам, касающимся журнала International Journal for Computational Civil and Structural Engineering и подготовке статей необходимо обращаться к следующим лицам:

#### ➤ **Главный редактор**

профессор, доктор технических наук  
Сидоров Владимир Николаевич  
ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет»,  
кафедра информатики  
и прикладной математики,  
129337, Россия, г. Москва,  
Ярославское шоссе, дом 26.  
*e-mail: sidorov.vladimir@gmail.com*

#### ➤ **Технический редактор**

доцент, кандидат технических наук  
Кайтуков Таймураз Батразович  
ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет»,  
Научно-образовательный центр  
компьютерного моделирования  
уникальных зданий, сооружений  
и комплексов,  
129337, Россия, г. Москва,  
Ярославское шоссе, дом 26.  
*e-mail: niccm@mgsu.ru*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2008. – 640 с.
2. Леонтьев Н.Н., Соболев Д.Н., Амосов А.А. Основы строительной механики стержневых систем. – М.: Издательство АСВ, 1996. – 541 с.

- <sup>1)</sup> Сидоров Владимир Николаевич, советник РААСН, профессор, доктор технических наук, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», кафедра информатики и прикладной математики, 129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, дом 26, *e-mail: sidorov.vladimir@gmail.com*.
- <sup>2)</sup> Акимов Павел Алексеевич, член-корреспондент РААСН, профессор, доктор технических наук, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», кафедра информатики и прикладной математики, 129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, дом 26, *e-mail: pavel.akimov2@gmail.com*.
- <sup>3)</sup> Кайтуков Таймураз Батразович, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Научно-образовательный центр компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов, 129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, дом 26, *e-mail: niccm@mgsu.ru*.

*International Journal for*  
**Computational Civil and Structural Engineering**

*Volume 8, Issue 4*

*2012*

**TABLE OF CONTENTS**

<b>Сравнительный анализ результатов экспериментальных натурных динамических исследований и расчета динамических характеристик высотного жилого здания.</b> <i>П.И. Андреева, О.А. Ковальчук</i>	<b><u>13</u></b>
<b>Адаптируемые конечноэлементные модели в основе динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий</b> <b>Часть 1: Основы разработанной расчетно-экспериментальной методики</b> <i>А.М. Белостоцкий, Д.К. Каличава</i>	<b><u>19</u></b>
<b>Адаптируемые конечноэлементные модели в основе динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий</b> <b>Часть 2: Верификация методики на стендовых моделях</b> <i>А.М. Белостоцкий, Д.К. Каличава, А.И. Нагибович, Н.О. Петряшев, С.О. Петряшев</i>	<b><u>28</u></b>
<b>Адаптируемые конечноэлементные модели в основе динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий</b> <b>Часть 3: Аprobация методики на высотном комплексе, возведенном с выявленными отступлениями от проекта.</b> <i>А.М. Белостоцкий, Д.К. Каличава, А.А. Аул, А.И. Нагибович</i>	<b><u>43</u></b>
<b>Расчет каркасных зданий на сейсмические воздействия с учетом развития неупругих деформаций</b> <i>Г.А. Джинчвелашвили, А.В. Колесников, А.А. Шаметай, А.В. Урожаев</i>	<b><u>53</u></b>
<b>Анализ акустических мод колебаний консоли при динамических нагрузках</b> <i>М.С. Хлыстунов, Ж.Г. Могилюк</i>	<b><u>61</u></b>
<b>Геометрическое моделирование пластинчатых конструкций из условия жесткости</b> <i>А.А. Черняев</i>	<b><u>66</u></b>
<b>Численный анализ часового потребления горячей и холодной воды</b> <i>Е.А. Китайцева</i>	<b><u>78</u></b>
<b>Методика количественного анализа уровня технологического риска возникновения аварийных ситуаций при строительстве в условиях городской застройки</b> <i>А.А. Волков, Е.А. Серова</i>	<b><u>85</u></b>

<b>Применение программных комплексов для уточненного расчета прогибов железобетонных элементов</b>	<b><u>89</u></b>
<i>Г.В. Мурашкин, В.Г. Мурашкин, Д.А. Панфилов</i>	
<b>Об операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета цилиндрической оболочки с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению в рамках дискретно-континуального подхода</b>	<b><u>96</u></b>
<i>П.А. Акимов, М.Л. Мозгалева</i>	
<b>Об операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета осесимметричной конструкции с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению в рамках дискретно-континуального подхода</b>	<b><u>103</u></b>
<i>П.А. Акимов, М.Л. Мозгалева</i>	
<b>Об операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета изотропной пластины с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению с учетом сдвига в рамках дискретно-континуального подхода</b>	<b><u>110</u></b>
<i>П.А. Акимов, М.Л. Мозгалева, В.Н. Сидоров</i>	
<b>Технология централизации информационных систем для комплекса зданий и инженерной инфраструктуры</b>	<b><u>117</u></b>
<i>А.А. Волков, Р.Н. Ярулин, С.В. Юдин, М.И. Разин, О.Б. Гусева, С.Р. Муминова</i>	
<b>Модель интероперабельности корпоративного информационного пространства строительных организаций</b>	<b><u>122</u></b>
<i>А.А. Волков, Д.В. Аникин, Е.Н. Куликова</i>	

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ НАТУРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И РАСЧЕТА ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫСОТНОГО ЖИЛОГО ЗДАНИЯ.

*П.И. Андреева, О. А. Ковальчук*

ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** Статья посвящена результатам экспериментального динамического исследования жилого 40-этажного здания и сравнения полученных результатов (собственные частоты колебаний здания) с расчетом динамических характеристик этого же здания в программном комплексе Ansys.

**Ключевые слова:** колебания, формы колебания, виброметр, энергетический спектр колебаний, фоновые колебания, частота собственных колебаний.

## A COMPARATIVE ANALYSIS OF THE RESULTS OF EXPERIMENTAL ON-LOCATION DYNAMIC STUDIES AND THE RESULTS OF THE COMPUTATION OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF A HIGH-RISE RESIDENTIAL BUILDING

*Peraskovya I. Andreeva, Oleg A. Kovalchuk*

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** The article considers the results of experimental dynamic studies of a 40-storey residential building and compares the results obtained (the natural oscillation frequency values for the building) with the computation of dynamic characteristics of the same building with the use of the ANSYS programming package.

**Key words:** vibrations (oscillations), vibration forms, vibrometer, vibration energy spectrum, background vibrations, natural oscillation frequency.

Определение собственных частот и форм колебаний механических систем – едва ли не самые информативные верификационные задачи, интегрирующие многие факторы и параметры расчетной модели и, в то же время, позволяющие выявить их различие.

В настоящей работе приведены результаты экспериментального исследования и результаты расчета в программном комплексе Ansys жилого 40-этажного здания из монолитного железобетона. В плане здание имеет эллипсоидную форму. Общий вид здания представлен на фото рис.1.1, а план его конструктивной схемы на рис. 1.2.

Натурные динамические исследования здания проводились с целью сравнения экспериментальных результатов (маг. Андреева П.И., асп. Сергеевцев Е. Ю.) с результатами расчета этого же здания в программном комплексе Ansys (асп. Количава Д. К.). Измерения колебаний проводились сейсмометрами CMG – 6TD фирмы «GULARP». Колебания измерялись по трем направлениям: горизонтальному в продольном, горизонтальному в поперечном и вертикальному направлениям (соответственно по координатам X, Y и Z).



Рис. 1.1. Общий вид здания

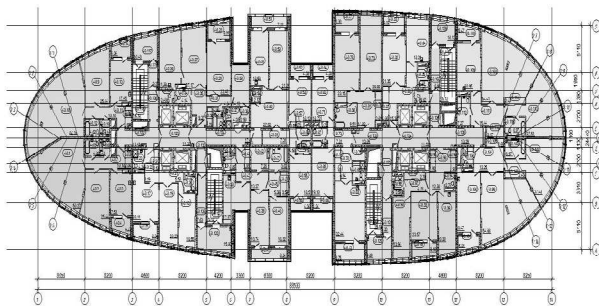


Рис.1.2. План типового этажа здания.

Натурные динамические исследования здания проводились с целью сравнения экспериментальных результатов (маг. Андреева П.И., асп. Сергеевцев Е. Ю.) с результатами расчета этого же здания в программном комплексе Ansys (асп. Количава Д. К.). Измерения колебаний проводились сейсмометрами CMG – 6TD фирмы «GULARP». Колебания измерялись по трем направлениям: горизонтально в продольном, горизонтальному в

поперечном и вертикальному направлениям (соответственно по координатам X, Y и Z).

Для определения динамических характеристик зданий и сооружений в натуральных условиях наиболее эффективным методом является резонансный метод с использованием специальной мощной вибромашины направленного действия. Этот метод был использован при динамических исследованиях плотины Саяно-Шушенской ГЭС высотой 240 метров и позволил определить 7 собственных частот и соответствующих им форм колебаний. Однако этот метод является очень трудоёмким и дорогим. Поэтому в данном случае использовался метод записи фоновых колебаний здания, возбуждаемых движением транспорта и динамической составляющей ветровых нагрузок. При обработке таких записей определялись преобладающие частоты, которые после определенного анализа интерпретировались как собственные частоты здания. Таким методом удалось выделить три низшие собственные частоты.

Приведем фрагменты записей колебаний и энергетические спектры в двух точках: на техническом 41-м этаже и на 10-ом этаже.

На рис.2.1 – 2.4 приведены фрагмент записи и энергетические спектры в точке на 41-ом этаже здания (технический этаж, правая сторона). На фрагменте записи (рис.2.1) мы видим сложные колебания, на записи горизонтальных поперечных колебаний также заметно наличие биений, что указывает на наличие близких частот. В спектре продольных колебаний здания (рис.2.2) преобладающий пик на частоте 0,63 Гц и ряд мелких пиков с обеих сторон от преобладающего пика. В спектре поперечных и вертикальных колебаний здания (рис.2.3,2.4) обозначились два близких и высоких пика на частотах 0,33 Гц и 0,35 Гц.

Сравнительный анализ результатов экспериментальных натуральных динамических исследований и расчета динамических характеристик высотного жилого здания

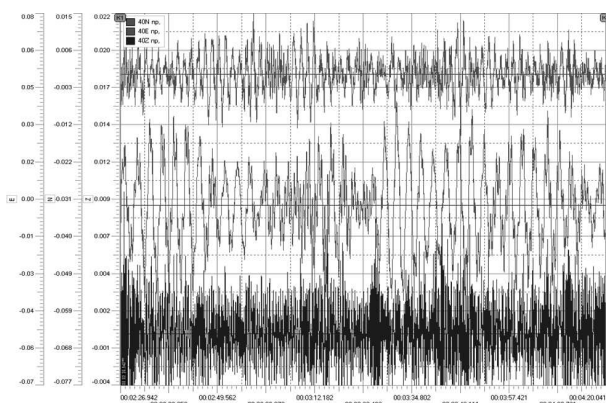


Рис. 2.1. Фрагмент записи колебаний в точке б на 41-ом этаже (правая сторона), сверху вниз: запись по «X», запись по «Y», запись по «Z», мм/с.

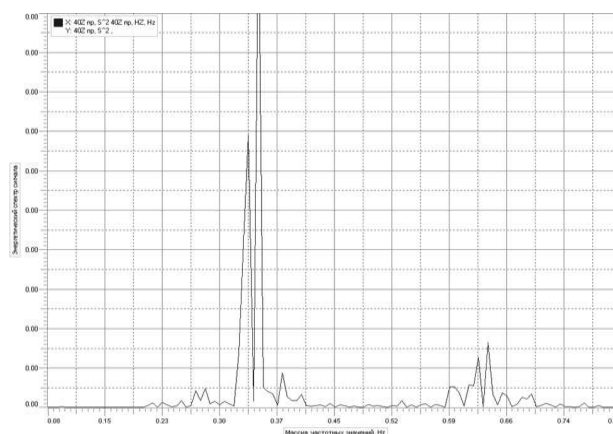


Рис. 2.4. Энергетический спектр записи колебаний в точке б на 41-ом этаже по «Z» (правая сторона), преобладающие пики на частотах 0,33 Гц и 0,35 Гц.

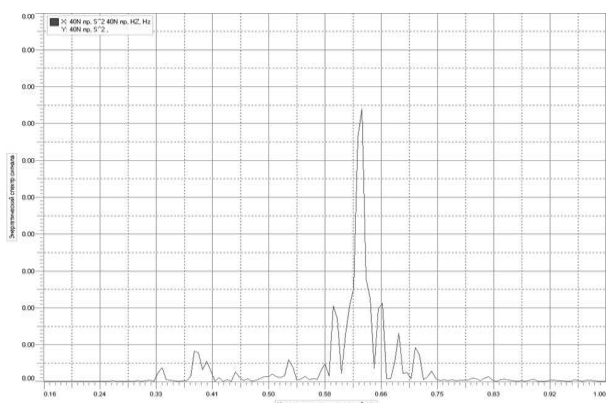


Рис. 2.2. Энергетический спектр записи колебаний в точке б на 41-ом этаже по «X» (правая сторона), преобладающий пик на частоте 0,63 Гц.

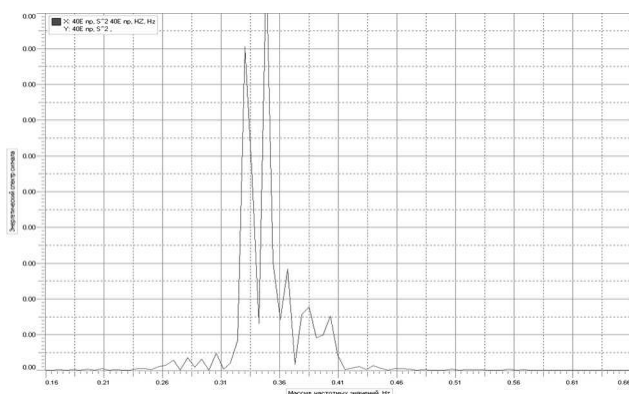


Рис. 2.3. Энергетический спектр записи колебаний в точке б на 41-ом этаже по «Y» (правая сторона), преобладающие пики на частотах 0,33 Гц и 0,35 Гц.

Рассмотрим теперь результаты измерений колебаний в точке 2 (на 10-ом этаже здания). На фрагменте записи (рис.3.1) мы видим гармонические составляющие колебаний, на которые накладываются более высокие частоты (визуально «лохматая» запись). На спектре продольных колебаний (рис.3.2) зафиксирован преобладающий пик на частоте 0,62 Гц и невысокий пик на частоте около 0,1 Гц. На спектре поперечных колебаний (рис.3.3) зарегистрированы два пика: невысокий на частоте около 0,1 Гц и преобладающий пик на частоте 0,39 Гц. На спектре вертикальных колебаний (рис.3.4) зафиксированы тоже два пика: на частоте 0,1 Гц (преобладающий) и на частоте 0,38 Гц. Причем пик на частоте 0,1 Гц (во всех направлениях) был выявлен лишь в точке 2, т.е. на 10-м этаже.

Таким образом, проанализировав результаты эксперимента, можно сделать следующие выводы:

1. Частота собственных колебаний здания составляет:
  - в продольном направлении (по «X») 0,63 – 0,64 Гц;
  - в поперечном направлении (по «Y») 0,32 Гц – 0,33 Гц;
  - в вертикальном направлении (по «Z») 0,35 Гц - 0,39 Гц

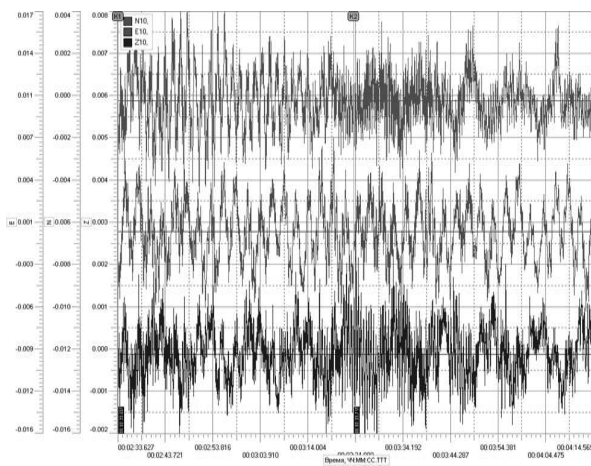


Рис. 3.1. Фрагмент записи колебаний на 10-ом этаже, сверху вниз: запись по «X», запись по «Y», запись по «Z», мм/с.

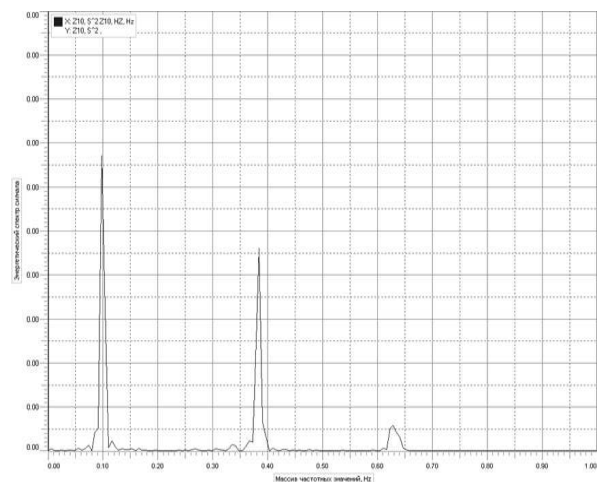


Рис.3.4 энергетический спектр записи колебаний на 10-ом этаже по «Z», преобладающие пики на частотах 0,1 Гц и 0,38 Гц.

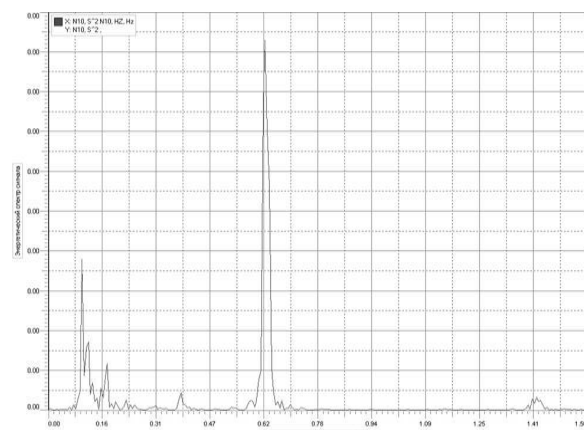


Рис. 3.2. Энергетический спектр записи колебаний на 10-ом этаже по «X», преобладающий пик на частоте 0,64 Гц.

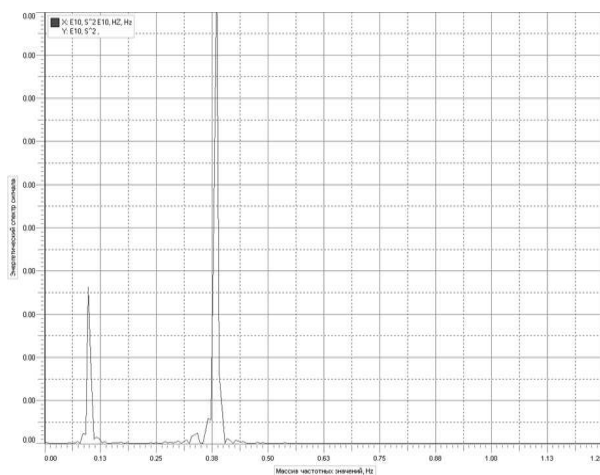


Рис. 3.3. Энергетический спектр записи колебаний на 10-ом этаже по «Y», преобладающий пик на частоте 0,39 Гц.

2. Собственная частота крутильных колебаний здания связана с собственными вертикальными колебаниями и составляет те же 0,35 - 0,39 Гц. Эта связь между крутильными и вертикальными колебаниями здания связана с депланацией верхних этажей здания. Она деградирует с понижением высоты и полностью вырождается в нижней измерительной точке здания.

В таблице 1 приведены низшие 20 собственных частот в значимом диапазоне, вычисленные эффективным блочным методом Ланцоша для «фактической» модели на жестком основании с массой от несущих конструкций и низшие частоты, полученные экспериментально при измерениях колебаний здания в натуральных условиях.

Сравнение с расчетом показало, что первые две частоты соответствуют изгибным колебаниям всего здания с наличием крутильной составляющей относительно разных центров кручения (помечены синими кругами) и первая форма продольных колебаний (0,63 Гц – 0,64 Гц). Сравнение этих частот с расчетными частотами и формами колебаний показывает их очень хорошее согласование между собой. Такое согласование указывает на соответствие «фактической» модели реально возведенному зданию и расчетам прочности здания на основе этой модели.

Сравнительный анализ результатов экспериментальных натурных динамических исследований и расчета динамических характеристик высотного жилого здания

Таблица 1. Низшие собственные частоты колебаний.

Номер собственной частоты	Значение, Гц	
	Расчет	Эксперимент
1	0,3182	0,32 – 0,33
2	0,3784	0,35 – 0,39
3	0,6623	0,63 – 0,64
4	1,439	–
5	1,776	–
6	2,432	–
7	2,559	–
8	3,081	–
9	3,369	–
10	3,932	–
11	4,489	–
12	4,606	–
13	4,725	–
14	4,901	–
15	5,127	–
16	5,213	–
17	5,556	–
18	5,767	–
19	5,940	–
20	6,039	–

Рис. 4.1. 1-ая собственная форма (0,3182 Гц – расчет; 0,32 Гц – 0,33 Гц – эксперимент)

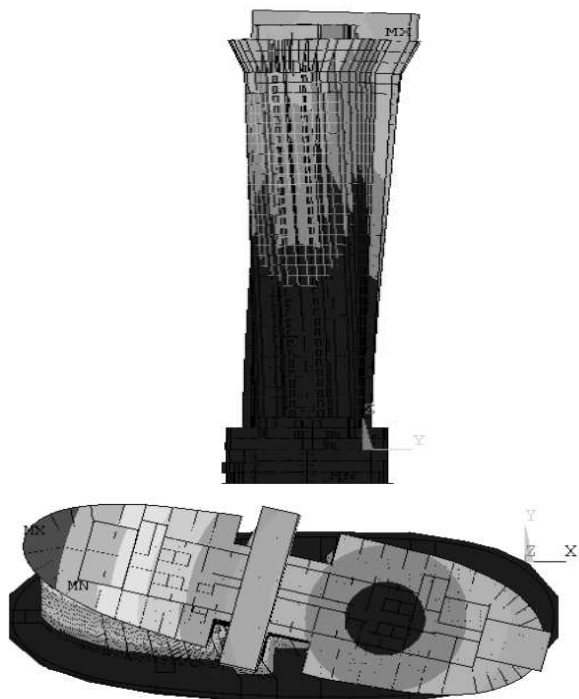


Рис. 4.2. 2-я собственная форма (0,3784 Гц – расчет; 0,35 – 0,39 Гц – эксперимент)

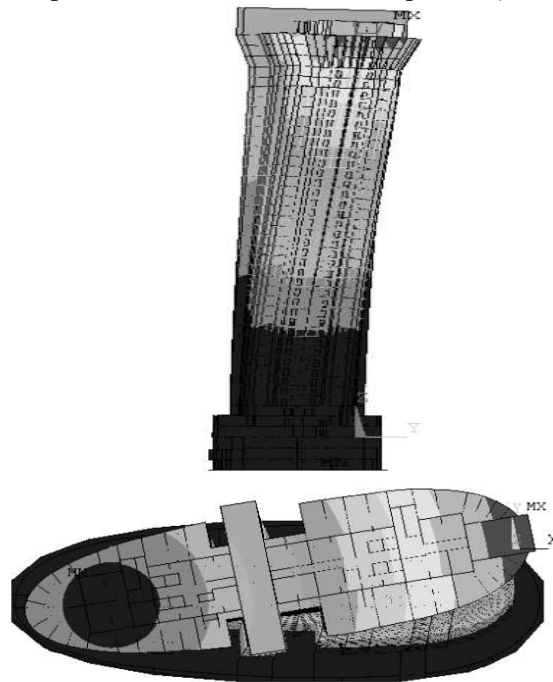


Рис. 4.3. 3-я собственная форма (0,6623 Гц – расчет; 0,63 Гц – 0,64 Гц – эксперимент)

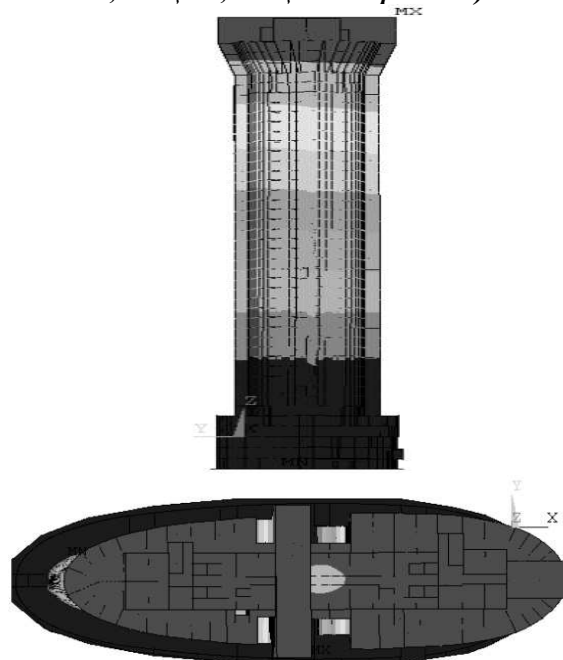


Рис. 4 (4.1-4.3). Три низшие формы собственных колебаний здания, полученные расчетом и соответствующие им расчетные и экспериментальные частоты.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Румянцев А.А., Сергеевцев Е.Ю.** Натурные исследования динамических характеристик частично возведенного здания универсального бассейна в г. Анапа. // Вестник МГСУ, №5, 2012.
2. **Шаблинский Г.Э., Зубков Д.А.** «Натурные динамические исследования строительных конструкций». – М.: Издательство АСВ, 2009.
3. Многофункциональный жилой комплекс г. Москва, ЮЗАО, ул. Профсоюзная, вл. 64-66. Техническое задание на расчетные исследования. – М.: ООО «Ташир Констракшн», 2005-2011.
4. **Шаблинский Г.Э., Зубков Д.А.** Натурные и модельные исследования динамических явлений в строительных конструкциях энергетических и гражданских объектов. – М.: МГСУ, 2012.
5. **Ковальчук О.А., Зубков Д.А., Дашевский М.А.** Расчетные и экспериментальные исследования воздействия физических факторов производственной среды на жилые здания повышенной этажности. // Железобетонные конструкции зданий большой этажности. Сборник научных трудов. – М.: МГСУ, 2004.
6. **Шаблинский Г.Э., Джинчвелашвили Г.А., Зубков Д.А., Румянцев А.А.** «Идентификация расчетной схемы 16-ти этажного здания на основе натуральных динамических исследований при ретроспективной проверке его сейсмостойкости». // Сб. тр. «Теория и практика расчета зданий и элементов конструкций. Аналитические и численные методы», – М.: МГСУ, 2008.
7. **Шаблинский Г.Э., Исайкин А.С., Зубков Д.А., Старчевский А.В.** Натурные исследования собственных колебаний специальных сооружений, возведенных в сейсмически активных районах. // Труды 7-ой Российской национальной конференции по сейсмостойкому строительству и сейсмическому районированию с международным участием. – Сочи, 2007.
8. ANSYS 12.1. User's Guide. Canonsburg. 2010.
9. Верификационный отчет по ПК ANSYS Mechanical (4 тома). – М.: ЗАО НИЦ СтаДиО, ГОУ ВПО МГСУ, 2009. Свидетельство РААСН о верификации ПС №02/ANSYS/2009 от 10.07.2009г.
10. **Белостоцкий А.М.** Численное моделирование состояния высотных зданий и комплексов в контексте обеспечения техногенной безопасности мегаполиса. // Труды конференции «Особенности проектирования и строительства жилых и общественных высотных зданий». – СПб: ЛенНИИПроект, 2006, с.65-67.

---

Андреева Перасковья Ивановна, магистрант Института Фундаментального Образования ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; e-mail: p.andreeva\_90@mail.ru

Ковальчук Олег Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры Теоретической механики и аэродинамики ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; e-mail: oko44@mail.ru

Andreeva Peraskovya Ivanovna, master-student Institute of Fundamental Education, Moscow State University of Civil Engineering, 129337, Moscow, Russia, Yaroslavl'skoe Shosse, 26, e-mail: p.andreeva\_90@mail.ru

Kovalchuk Oleg Aleksandrovich, Candidate of Technical Sciences, Senior lecturer, Department of Theoretical Mechanics and Aerodynamics, Moscow State University of Civil Engineering, 129337, Moscow, Russia, Yaroslavl'skoe Shosse, 26, e-mail: oko44@mail.ru

# АДАПТИРУЕМЫЕ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫЕ МОДЕЛИ В ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ. ЧАСТЬ 1: ОСНОВЫ РАЗРАБОТАННОЙ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ МЕТОДИКИ

*Белостоцкий А.М.<sup>1,2</sup>, Каличава Д.К.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

<sup>2</sup>ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО», г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** В статье приводится описание разработанной расчетно-экспериментальной методики динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий, основанной на детальном больше-размерных пространственных КЭ-моделях, параметризуемых для всех значимых стадий «жизненного цикла» объекта и адаптируемых по данным инструментальных наблюдений (в том числе, на основе метода стоячих волн),

**Ключевые слова:** высотные здания, мониторинг несущих конструкций, идентифицируемые дефекты, гипотетическое локальное разрушение, параметризуемые и адаптируемые (синонимы – калибруемые, актуализируемые) конечноэлементные модели, инструментальные наблюдения, метод стоячих волн

## ADAPTIVE FINITE ELEMENT MODELS AS THE BASE OF DYNAMIC MONITORING OF TALL BUILDINGS. PART 1: THEORETICAL BASIS OF THE DEVELOPED TECHNIQUE

*Alexander M. Belostotsky<sup>1,2</sup>, Dmitriy K. Kalichava<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

<sup>2</sup>StadyO Research & Engineering Center, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** The article provides a description of the developed computational and experimental technique of dynamic monitoring of bearing structures of tall buildings. The technique is based on detailed large-dimensional finite element models, parameterized for all relevant stages of the "life cycle" of the object and adapted according to instrumental observations (the method of "standing waves").

**Key words:** high-rise buildings, RC structures, dynamic monitoring of bearing structures of tall buildings, a hypothetical local failure, parameterized and adapted (calibrated, continuously updated) finite element models, the "standing waves" method

### 1. МОНИТОРИНГ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ – СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

Проектирование и строительство высотных зданий и комплексов в России начиналось в 90-е годы прошлого столетия в условиях дефицита отечественной нормативной документации и опыта подобного строительства

– в результате не было обеспечено должным научно-техническим сопровождением и мониторингом несущих конструкций. Следствием этого явились проектные ошибки, вызванные, в том числе, недостаточностью расчетного обоснования, и низкое качество производства строительных работ. Проблема мониторинга конструкций (на стадиях строительства и эксплуатации) приоб-

ретают особое значение, важность которого уже признали проектировщики, строители и специалисты надзорных организаций. Однако единого мнения и алгоритма решения на сегодняшний день не выработано.

Выделяются четыре метода инструментального мониторинга: геодезические измерения; инженерно-геологические наблюдения состояния грунтового массива основания; измерения нагрузок и деформаций в конструкциях фундамента и надземной части; *динамические* (вариант – сейсмометрический). Особого внимания заслуживает *сейсмометрический* метод, который, по замыслу, позволяет обследовать здание в целом и выявить значимые изменения в несущих конструкциях без инструментального воздействия и визуального осмотра каждой конструкции. Проведенные эксперименты на реальных объектах подтвердили перспективность этого метода, однако выявили и ряд проблем. Не продвигают в понимании сути, возможностей и ограничений динамического мониторинга и самые «свежие» нормативные требования ГОСТ Р 53778-2010 [9], предписывающие фиксировать значения (периода и логарифмического декремента) основного тона собственных колебаний «по трем осям жесткости здания».

Отметим усложняющую специфику высотных зданий и преимущества сейсмометрического метода в контексте проблемы мониторинга: большая размерность и вариабельность (например, по нагрузкам, массам и жесткостям) объекта при сложности визуально-инструментального их определения (затруднен или невозможен оперативный доступ к большинству несущих конструкций в жилых, офисных и иных помещениях).

Инструментальный мониторинг без опоры на и сопоставления с набором адекватных математических "мониторинговых" моделей здания носит, как правило, случайно-бессмысленный характер, не представляет

практического интереса и, потому, уводит от осознания реальных проблем. Упомянутые "мониторинговые" модели (или одна параметризуемая) имеют ряд специфических отличий от расчетных моделей, используемых для обоснования проектных решений:

1. реализация не проектных, а фактических физико-механических свойств строительных материалов (бетона, арматуры и др.) и геометрии конструкции;
2. учет не нормативных, а фактических измеренных нагрузок и воздействий;
3. включение в статическую и, в особенности, динамическую работу при слабых «фоновых» воздействиях номинально несущих конструкций (перегородок, фасадных и др.);
4. работа ряда узлов и соединений по схемам, отличным от принятых в проекте (например, упругая заделка вместо шарнира);
5. адаптируемость (калибруемость, «обучаемость») модели по данным инструментального мониторинга, в том числе, включение обнаруженных дефектов.

Только система инструментального мониторинга, построенная на основе анализа результатов конечноэлементного (КЭ) моделирования в сопоставлении с данными измерений, позволит выполнить планирование мероприятий по подготовке и реагированию на изменения ответственных конструкций, сделать выводы о фактическом состоянии и возможности дальнейшей безопасной эксплуатации здания.

## 2. РАЗРАБОТАННАЯ МЕТОДИКА «ДИНАМИЧЕСКОГО» МОНИТОРИНГА. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Структурная схема и наполнение разработанной расчетно-экспериментальной мето-

дики динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий представлена на рис.1.

«Стартовой» является КЭ-модель (модели), разработанная для обоснования несущей способности актуального проектного варианта. Для каждой значимой стадии «жизненного цикла» здания (этапы строительства и эксплуатации) строится/модифицируется, верифицируется и адаптируется по текущим данным инструментальных наблюдений параметризуемая пространственная динамическая «мониторинговая» КЭ-модель. При этом основным адаптационным критерием принимается соответствие расчетного и измеренного спектра собственных частот и форм во всем диапазоне частот, значимом как для оценки общесистемных изменений, так и идентификации-локализации возможных дефектов.

Расчетная оценка несущей способности конструкций выполняется в соответствии с нормативными критериями по КЭ-модели, содержащей параметры как текущей «мониторинговой», так и исходной «проектной» модели. Должны быть включены дополнительные (по сравнению с динамической моделью) свойства – характеристики основания, жесткости и нагрузки и др. Этими данными модель насыщается по результатам всех видов мониторинга.

Особенности реализации каждой из составляющих предложенной методики рассмотрены ниже, в пп.3-7.

### 3. ПАРАМЕТРИЗУЕМЫЕ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫЕ МОДЕЛИ ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ

Пространственная оболочечно-стержневая КЭ-модель (модели) "основание - здание", разработанная для обоснования параметров напряженно-деформированного состояния

(НДС) и несущей способности актуального проектного варианта [3], является «стартовой» для дальнейшей параметризации и адаптации.

Вектор параметров модели

$$\theta_l \equiv \{\theta\}_l = \{\theta_1 \theta_2 \theta_3 \dots\}_l$$

для каждой значимой стадии строительства и эксплуатации  $l = 1, 2, \dots$  (для которой выполняются инструментальный мониторинг), может включать следующие фактические данные, отличные от проектно-нормативных для высотных зданий:  $\theta_1$  – динамические характеристики основания;  $\theta_2$  – физико-механические свойства строительных материалов (бетона, арматуры и др.);  $\theta_3$  – геометрия несущих конструкций (в частности, эксцентриситеты и наклоны стен и колонн);  $\theta_4$  – измеренные нагрузки и воздействия;  $\theta_5$  – жесткость и масса номинально ненесущих конструкций (перегородок, фасадных и др.), включенных в динамическую работу при слабых «фоновых» воздействиях;  $\theta_6$  – работа ряда узлов и соединений по схемам, отличным от принятых в проекте (например, упругая заделка вместо шарнира).

Реализуются известные приемы построения пространственных оболочечно-стержневых динамических КЭ-модели с учетом перечисленных факторов [3-5]. Так, снижение класса бетона от проектного учитывается соответствующим понижением модуля упругости, а отклонение геометрического положения колонн и стен – «жесткими вставками», что позволяет учесть как смещение элементов в плане, так и их наклон.

Наиболее проблемным является учет жесткости перегородок (особенно, внутриквартирных) и фасадных конструкций для стадий эксплуатации, при слабых фоновых воздействиях включенных в динамическую работу системы. Возможен как "интегральный" подход (пропорциональное увеличение жесткости вертикальных несущих конструк-

ций), так и введение в КЭ-модель каждой несущей конструкции с приведенной динамической жесткостью (что может в разы увеличить вычислительную размерность модели).

Для параметризованной КЭ-модели ставится и решается частная (частичная) проблема собственных значений – определение значимой "порции" собственных частот  $\omega_i$  и форм  $\{\varphi_i\}$  колебаний динамической системы

$$[K(\theta)]\{\Phi\} = [\Omega^2][M(\theta)]\{\Phi\}, \quad (1)$$

где  $\{\Phi\} = \{\{\varphi\}_1 \dots \{\varphi\}_n\}$ ,  $[\Omega^2] = \text{diag}(\omega_1^2, \dots, \omega_n^2)$ ,  $[K(\theta)]$  – матрица жесткости,  $[M(\theta)]$  – матрица масс системы.

Задаются один из следующих критериев нахождения собственных частот и форм колебаний:

- количество ( $\leq n$ ) подлежащих определению минимальных (низших) собственных частот  $\omega_i$  и форм  $\{\varphi_i\}$ .
- диапазон частот от  $\Omega_1$  до  $\Omega_2$ , внутри которого следует определить все собственные частоты/формы.
- диапазон частот от  $\Omega_1$  до  $\Omega_2$  и количество подлежащих определению минимальных собственных частот/форм внутри этого диапазона.

Если задан диапазон частот, следует использовать сдвиг  $\sigma$  при триангуляции матрицы жесткости и вычислении собственных частот и форм. Рекомендуемое значение сдвига спектра

$$\sigma = -\frac{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}{2}$$

В качестве "базовых" выбраны наиболее продвинутое и конкурирующие методы решения обобщенной частной проблемы собственных значений – итераций подпространства и блочный метод Ланцоша. Многочисленные вычислительные эксперименты, в том числе для "контрастных" плохо обуслов-

ленных систем и систем с кратными частотами, позволяют судить о надежности и эффективности современных реализаций этих методов [5, 10]. Как показала расчетная практика, для больших задач, характерных для КЭ-анализа высотных зданий (до 10 млн. неизвестных – динамических степеней свободы) блочный метод Ланцоша имеет неоспоримые преимущества в скорости определения заданного количества собственных частот и форм.

#### 4. АДАПТАЦИЯ (КАЛИБРОВКА) КЭ-МОДЕЛЕЙ ПО ДАННЫМ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Можно выделить две основные группы подходов, используемых при адаптации КЭ-моделей по данным динамического мониторинга: «интуитивно-инженерные» и математически формализованные.

На практике сегодня доминируют методики первой группы, оставляя широкий простор для интерпретации расчетных и измеренных динамических характеристик.

Среди методов второй группы отметим наиболее строгие и перспективные, основанные на численном решении некорректных обратных задач методом регуляризации Тихонова [12-15]. Отметим, что к настоящему времени разработаны алгоритмы и программные реализации, позволяющие идентифицировать фактическое состояние и локализовать дефекты для простых линейно-упругих систем (балка и плита на винклеровском основании, ферма, рама).

Приведем один из предлагаемых вариантов алгоритма, основанном на решении нелинейной задачи оптимизации – минимизации целевой функции.

$$\underset{\theta}{\text{Minimize}} \quad \Pi(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_i \|\varphi_i - \hat{\varphi}_i\|^2 \quad \text{при } R(\theta) \geq 0$$

### Функция чувствительности

$$\Pi_{,\theta} = \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_i \|\varphi_i - \hat{\varphi}_i\| \varphi_{i,\theta}$$

$$\varphi_{i,\theta} = -\sum_{i \neq j}^{nmd} \frac{\varphi_i^T K_{,\theta} \varphi_j}{(\lambda_i - \lambda_j) \varphi_i^T M \varphi_i} \varphi_i \quad (i \neq j) \quad (2)$$

### Регуляризация

$$\underset{\theta}{\text{Minimize}} \Pi(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_i \|\varphi_i - \hat{\varphi}_i\|^2 + \frac{\beta}{2} \|K(\theta) - K(\theta_0)\|^2$$

при  $R(\theta) \leq 0$

где  $\theta \equiv \{\theta\} = \{\theta_1 \theta_2 \theta_3 \dots\}$  – ранее введенный вектор параметров системы,  $\alpha_i$  – весовые коэффициенты,  $\varphi_i$  и  $\hat{\varphi}_i$  – вычисленные и измеренные собственные формы колебаний,  $R(\theta)$  – ограничения по параметрам,  $\lambda_i$  – вычисленные собственные числа (квадраты круговых частот),  $\theta_0$  – начальное состояние,  $\beta$  – коэффициент регуляризации,  $K$  – матрица жесткости,  $M$  – матрица масс КЭМ.

В контексте поставленных задач динамического мониторинга обращает на себя внимание требование (2) к точности расчетного и инструментального определения не только собственных частот, но и форм колебаний в предметно значимом частотном диапазоне.

## 5. ВЫБОР МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЙ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ/ФОРМ КОЛЕБАНИЙ

Как следует из здравого инженерного смысла и подтверждается формально-математическими выкладками п.4, сейсмометрический метод измерений должен обеспечивать приемлемое по точности определение не только низших общесистемных, но и тех собственных частот и форм колебаний, которые идентифицируют локальные изменения состояния конструкций (включая разрушения), при выполнении также требований оперативности и экономической конкурентоспособности.

Анализ доступных источников показал, что этим критериям в наибольшей степени отвечает метод стоячих волн (построенный на основе принципа восстановления когерентных составляющих волновых полей), разработанный коллективом СО РАН под руководством д.т.н. А.Ф. Еманова [16]. Необходимая полная система наблюдений предусматривает одновременную регистрации ускорений в опорной и некотором представительном наборе точек. Принимается модель линейной связи волновых полей в двух точках объекта. На основе винеровской фильтрации и свойства когерентности стоячих волн (колебаний) разработан алгоритм расчета фильтров, пересчитывающих колебания из опорной точки в другие точки системы наблюдений. В России уже накоплен позитивный опыт использования этого метода для определения динамических характеристик плотин, мостов и зданий (большепролетных и, в меньшей степени, многоэтажных). Для высотных зданий-комплексов такого опыта нет – пробел предполагается восполнить исследованиями на реальном объекте [2].

## 6. ОЦЕНКА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ДЛЯ ФАКТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ

Расчетная оценка НДС и несущей способности конструкций выполняется в соответствии с нормативными критериями по КЭ-модели, содержащей параметры как текущей «мониторинговой», так и исходной «проектной» модели.

Статическое и динамическое (в том числе, сейсмическое) НДС для стадии  $l$  определяется из решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) равновесия

$$[K(\Theta_l)] \{u\}_1 \dots \{u\}_m = \{F(\Theta_l)\}_1 \dots \{F(\Theta_l)\}_m$$

и уравнений движения

$$[M(\Theta_l)]\{\ddot{u}\} + [C(\Theta_l)]\{\dot{u}\} + [K(\Theta_l)]\{u\} = \{F(\Theta_l)\},$$

оценка устойчивости (низших критических нагрузок  $\lambda_i$  и форм потери устойчивости  $\{\varphi\}_i$ ) – из решения частичной проблемы собственных значений

$$[K(\Theta_l)]\{\Phi\} = [\Lambda][K_G(\Theta_l)]\{\Phi\},$$

где  $[\Phi] = [\{\varphi\}_1 \dots \{\varphi\}_n]$ ,  $[\Lambda] = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ .

При этом включаются дополнительные (по сравнению с динамической моделью) свойства – характеристики основания, жесткости и нагрузки и др. (набор параметров  $\Theta_l$ ). Этими данными модель насыщается по результатам всех видов мониторинга.

В рамках предлагаемого подхода на каждой стадии мониторинга можно "ревизовать" и расчеты на прогрессирующее обрушение с учетом фактического состояния объекта.

## 7. ПЛАНИРОВАНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ

Планирование измерений на текущей стадии мониторинга следует проводить, основываясь на результатах предыдущей стадии.

Так, при обнаружении "подозрительных" собственных частот и форм колебаний необходимо установить достаточное число датчиков (точек) для измерений для качественной идентификации этих частот и форм.

## 8. ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Предложена и теоретически обоснована расчетно-экспериментальная методика динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий. Методика базируется на детальном большеразмерных пространственных динамических КЭ-моделях, которые параметризуются для всех значимых стадий

«жизненного цикла» объекта и адаптируются по данным инструментальных наблюдений. Показано, в частности, что метод измерений должен обеспечивать уверенное определение не только низших общесистемных, но и тех собственных частот и форм колебаний, которые идентифицируют локальные изменения состояния конструкций (включая разрушения) – этим критериям удовлетворяет выбранный метод стоячих волн.

В ходе верификации на стендовых моделях [1] и апробации на реальном объекте [2] предполагается выявить истинный потенциал – возможности и ограничения – разработанной методики динамического мониторинга и ее место в ряду альтернативных- дополняющих подходов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Белостоцкий А.М., Каличава Д.К., Нагибович А.И., Петряшев Н.О., Петряшев С.О.** Адаптируемые конечноэлементные модели в основе динамического мониторинга конструкций высотных зданий. Часть 2. Верификация методики на стендовых моделях // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering* Volume 8, Issue 3. 2012.
2. **Белостоцкий А.М., Каличава Д.К., Аул А.А., Нагибович А.И.** Адаптируемые конечноэлементные модели в основе динамического мониторинга конструкций высотных зданий. Часть 3. Апробация методики на высотном комплексе, возведенном с выявленными отступлениями от проекта // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering* Volume 8, Issue 3. 2012.
3. **Белостоцкий А.М.** Построение эффективных пространственных моделей для статического и динамического расчета систем «сооружение-основание». // Труды

- ды ЦНИИСК им. В.В. Кучеренко. – М.: 1990, с. 175-180
4. **Белостоцкий А.М., Дубинский С.И., Каличава Д.К., Пеньковой С.Б., Потапенко А.Л., Клепец О.Ю.** Комплексное расчетное обоснование напряженно-деформированного состояния высотных многофункциональных комплексов. // Строительная механика и расчет сооружений, №10, 2006, с. 111-115.
  5. **Белостоцкий А.М.** Прогнозное математическое моделирование состояния и техногенной безопасности ответственности объектов и комплексов мегаполиса. // Вестник МГСУ, №3, 2006, с. 20-61.
  6. Строительные нормы и правила. Бетонные и железобетонные конструкции. СНиП 52-01-2003, – М.: Госстрой России, 2003.
  7. Строительные нормы и правила. Основание зданий и сооружений. СНиП 2.02.01-83\*. – М.: Госстрой России, ГУП ЦПП, 2002.
  8. Временные нормы и правила проектирования многофункциональных высотных зданий и зданий-комплексов в г. Москве. МГСН 4.19-2005, М., 2005г.
  9. ГОСТ Р 53778-2010 "Здания и сооружения. Правила обследования и мониторинга технического состояния", М., Стандартинформ, 2010
  10. ANSYS 12.1. User's Guide. Canonsburg. 2010г.
  11. Верификационный отчет по ПК ANSYS Mechanical (4 тома). М., ЗАО НИЦ СтаДиО, ГОУ ВПО МГСУ, 2009 г. Свидетельство РААСН о верификации ПС № 02/ANSYS/2009 от 10.07.2009г.
  12. **Friswell M.I., Mottershead J.E. & Ahmadian H.** Finite Element Model Updating using Experimental Test Data: Parameterization and Regularization. Transactions of the Royal Society of London, Series A, Special Issue on Experimental Modal Analysis, 359(1778), January 2001, pp.169-186
  13. **Kang J.S., Yeo I.H., Lee H.S., Shin S.B.** Structural damage detection using modal data with regularization technique. // Post-SMiRT15, Cheju KOREA, 1999.8.
  14. **Weber B., Paultre P., Proulx J.** Damage Detection of an Aluminum Truss Using Tikhonov Regularization. // IMAC XXIV, St. Louis, Missouri USA, 2006, January 30 – February 2.
  15. **Friswell M.I.** Inverse Problems in Structural Dynamics. // Second International Conference on Multidisciplinary Design Optimization and Applications, 2-5 September 2008, Gijon, Spain.
  16. **Еманов А.Ф.** Восстановление когерентных составляющих волновых полей в сейсмике. Днсс. на соискание ученой степени доктора технических наук. – Новосибирск, 2004.
- 
- Белостоцкий Александр Михайлович, доктор технических наук, профессор, генеральный директор ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО», директор Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26;  
тел/факс: +7 (495) 737-40-81; +7 (499) 929-50-17;  
e-mail: stadyo@stadyo.ru, niccm@mgsu.ru
- Каличава Дмитрий Котэвич, инженер Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ), аспирант ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г.Москва, Ярославское шоссе, д. 26;  
тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru
- Alexander M. Belostotsky, DSc, Professor, Director of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavl'skoe Shosse, Moscow, 129337;  
Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17;  
e-mail: niccm@mgsu.ru

Dmitriy K. Kalichava, Researcher of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337;  
Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17;  
e-mail: niccm@mgsu.ru

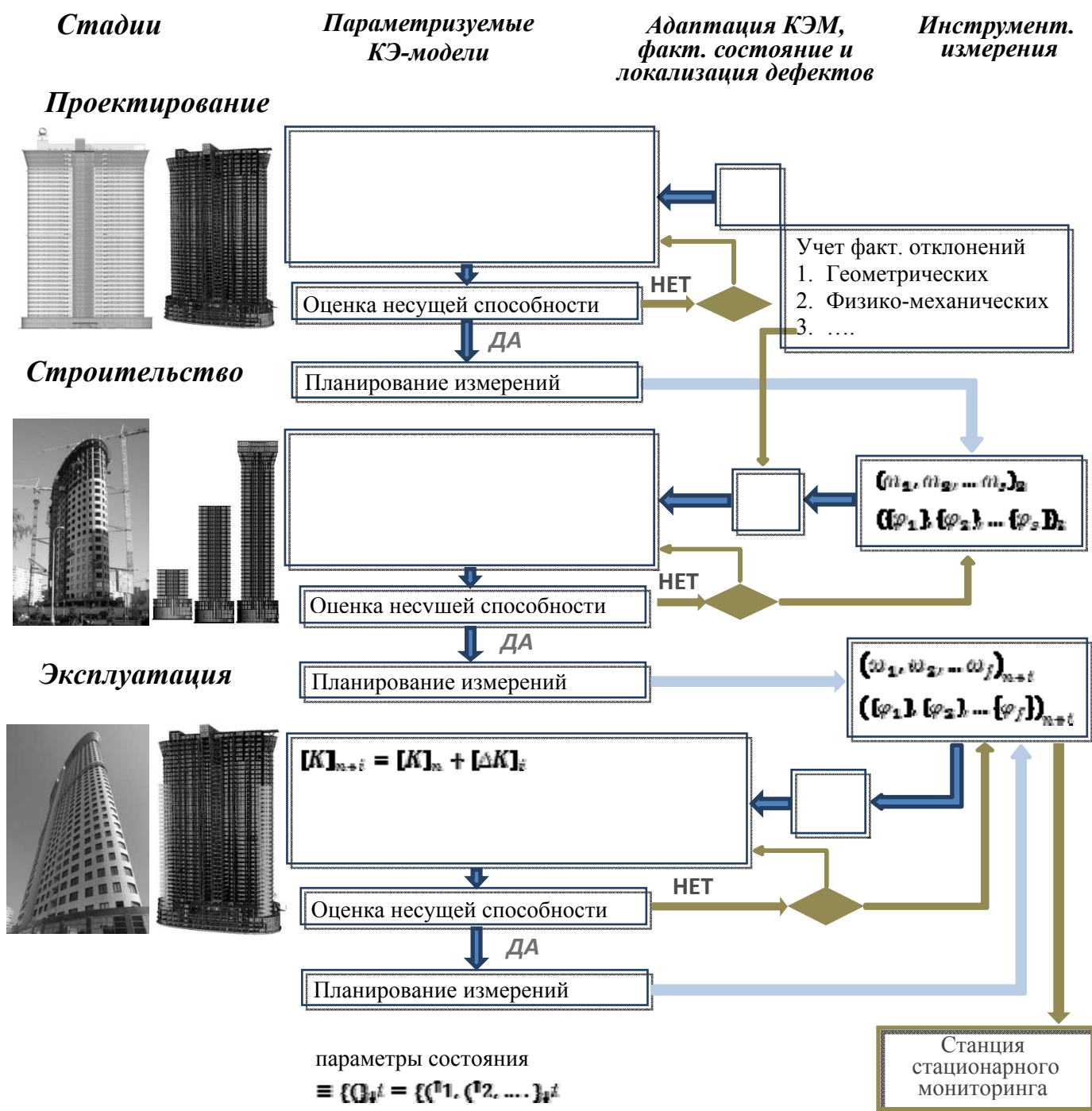


Рис. 1. Структурная схема динамического мониторинга (адаптируемые КЭ-модели и инструментальные измерения собственных частот и форм).

# АДАПТИРУЕМЫЕ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫЕ МОДЕЛИ В ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ. ЧАСТЬ 2. ВЕРИФИКАЦИЯ МЕТОДИКИ НА СТЕНДОВЫХ МОДЕЛЯХ

*Белостоцкий А.М.<sup>1,2</sup>, Каличава Д.К.<sup>1</sup>, Нагибович А.И.<sup>2</sup>,  
Петряшев Н.О.<sup>1</sup>, Петряшев С.О.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

<sup>2</sup>ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО», г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** Разработанная [1] расчетно-экспериментальная методика динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий, базирующаяся на пространственных КЭ-моделях, параметризуемых для всех значимых стадий «жизненного цикла» объекта и адаптируемых по данным инструментальных наблюдений (строительство, эксплуатация), верифицирована на двух показательных стендовых моделях (Центр мониторинга МГСУ) в «идеальном» и «дефектных» исполнениях.

**Ключевые слова:** стендовые модели, идентифицируемые дефекты, параметризуемые и адаптируемые (калибруемые, актуализируемые) конечноэлементные модели

## ADAPTIVE FINITE ELEMENT MODELS AS THE BASE OF DYNAMIC MONITORING OF TALL BUILDINGS. PART 2. VERIFICATION PROCEDURES FOR EXPERIMENTAL MODELS

*Alexander M. Belostotsky, Dmitriy K. Kalichava, Alexander I. Nagibovich,  
Nikolay O. Petryashev, Sergey O. Petryashev*

<sup>1</sup>Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

<sup>2</sup>StADyO Research & Engineering Center, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** Developed [1] calculation and experimental procedures for dynamic monitoring of bearing structures of tall buildings, based on finite element models, parameterized for all relevant stages of the "life cycle" of the object and adapted according to instrumental observations (construction and operation), was verified on representative experimental models in an "ideal" and "defective" versions.

**Key words:** high-rise complex, RC structures, departing from the project, identified defects, a hypothetical local failure, parameterized and adapted (calibrated, continuously updated) finite element models

### 1. СТЕНДОВЫЕ МОДЕЛИ «КОНСТРУКТОР» И «ЭТАЖЕРКА»

Разработанная авторами [1] расчетно-экспериментальная методика динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий, базирующаяся на простран-

ственных КЭ-моделях, параметризуемых для всех значимых стадий «жизненного цикла» объекта и адаптируемых по данным инструментальных наблюдений (на основе метода «стоячих волн»), верифицирована на двух показательных стендовых моделях «Конструктор» и «Этажерка» (развернуты в Центре

мониторинга МГСУ) в «идеальном» и намеренно «дефектных» исполнениях.

Конструкции стендов дают возможность провести подробный и надежный конечно-элементный анализ для выбранного и четко контролируемого набора геометрико-жесткостных, инерционных и нагрузочных характеристик. Физические модели содержат элементы, имитирующие различные дефекты конструкций, типы нагрузок и воздействий, оборудованы датчиками физических величин.

Стенд с говорящим названием «*Конструктор*» состоит из стальных стержней кругового сечения (диаметр 24 мм), запрессованных в призматические фланцы (длина "стержень + 2 фланца" – 440 мм), соединяемых друг с другом и с фундаментной рамой на болтах через узловые элементы – «кубики» 60×60×60 мм. В широком диапазоне может варьироваться число элементов и пространственная конфигурация системы «стержни-кубики». Параметры  $\theta_i$  [1] адаптируемых КЭ-моделей стенда могут включать:

- расположение и величину дополнительных масс (в частности, измерительной аппаратуры-датчиков);
- податливость "основания" (двутавровая балка на бетонной подливке);
- изменение физико-механических свойств стержней и болтов;
- наличие, локализацию и величину контролируемого дефекта (разрыв и уменьшение сечения стержней, недоотяг болтов).

Стенд «*Этажерка*» регулярно-ортогональной рамной пространственной структуры сформирован из сваренных стержней (сечение – квадратная труба 20×20×1.2 мм), содержит 12 стоек (с равным шагом 400 мм по периметру), 5 "этажей"-перекрытий, образованных "балками" и точно закрепленными винтами пластинами (толщина 2 мм) поверх них.

Параметры  $\theta_i$  адаптируемых КЭ-моделей стенда содержат:

- расположение и величина дополнительных масс (акселерометров, регистраторов и кабелей);
- условия опирания 12-и стоек (заземление, шарнирное и др.);
- изменение физико-механических свойств стержней;
- наличие, локализацию и величину контролируемого дефекта (удаление угловой и/или средней стоек, пластин с этажей, ослабление сечений и др.).

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЕРИФИКАЦИИ МЕТОДИКИ НА СТЕНДЕ «КОНСТРУКТОР»

Сравнение вычисленных динамических характеристик построенных пространственно-стержневой (элементы BEAM188 с жесткими вставками и сосредоточенными массами MASS21) и объемной (элементы SOLID185) КЭ-моделей для ряда конфигураций стенда показало ожидаемую практическую идентичность результатов – расхождение по собственным частотам менее 0,5% на первой и не более 3% на высших формах (табл.1) при полном соответствии форм колебаний.

Таблица 1  
Объемная и стержневая КЭ-модели стенда "Конструктор". Собственные частоты, Гц

№	Объемная КЭМ Узлов 49 8280	Стержневая КЭМ Узлов 357
1	9.7704	9.8088
2	14.045	13.675
3	17.800	17.413
4	32.141	31.388
5	40.365	39.610
6	50.106	48.758
7	55.654	54.143
8	57.255	56.016
9	67.052	65.374

№	Объемная КЭМ Узлов 49 8280	Стержневая КЭМ Узлов 357
10	74.153	72.349

Адаптируемые параметры выбранных базовых пространственно-стержневых КЭ-моделей стенда в конфигурации, для которой выполнены измерения собственных частот и форм методом "стоячих волн" (табл. 2-5, рис. 1):

- расположение 6-и акселерометров в узлах (как дополнительных сосредоточенных масс, 2 расстановки);
- податливость "основания" (жесткое, стержневая и оболочечная модели двутавровой балки на бетонной подливке);
- разрыв одного из горизонтальных стержней.

Установлено, что (табл.2-5, рис.1):

- последовательность расчетных и измеренных (7 низших) собственных форм колебаний идентична для всех рассмотренных моделей;
- максимальное значимое расхождение по собственным частотам (до 22% для колебаний в плоскости симметрии модели) снижается до практически приемлемого уровня учетом в КЭ-модели дополнительных масс акселерометров (до 18%) и, главное, податливости основания (до 8%); в качестве базовой принимается модель "двутавр-оболочка (КЭ SHELL43) на жестком основании – стержни с массами";
- расчетные собственные частоты-формы не чувствительны к способу расстановки масс-акселерометров;
- внесенный "сильный" дефект – разрыв горизонтального стержня в консольной части на 3-м ярусе – уверенно идентифицируется по низшей собственной частоте (снижение на 10%) и, в особенности, по 4-й (снижение частоты на 35%) и 5-й (на 22%) фор-

ме, на которых в наибольшей степени проявляется изменение жесткости и потеря симметрии системы (в частности, эффекты закрутки).

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЕРИФИКАЦИИ МЕТОДИКИ НА СТЕНДЕ «ЭТАЖЕРКА»

Разработаны и исследованы адаптируемые пластинчато-стержневые динамические КЭ-модели (элементы BEAM188, SHELL43, MASS21) стенда в конфигурациях, для которой выполнены измерения ускорений и математически восстановлены собственные частоты и формы колебаний методом "стоячих волн" (рис.2, табл.6-9):

- расположение 6-и акселерометров и 5-и регистраторов (как дополнительных сосредоточенных масс, 2 расстановки), заданных сосредоточенными массами, 900 г для акселерометра и 1500 г для регистраторов. Для регистраторов центр масс находится на высоте 95 мм – заданы соответствующие массовые моменты инерции. 5 акселерометров и 5 регистраторов установлены на «этаже» (первом или предпоследнем в зависимости от принятой расстановки) и один акселерометр – на верхнем этаже.
- условия закрепления 12-и стоек (защемление и шарнирное);
- "идеальный" и 2 "дефектных" – удаление угловой и средней стоек нижнего этажа.

Основные результаты выполненных верификационных исследований (табл.6-10):

- наилучшее соответствие данным измерений получено для модели шарнирного опирания стоек (расхождение не более 6%);
- последовательность расчетных и измеренных (6 низших общесистемных) собственных форм колебаний иден-

тична для рассмотренных КЭ-моделей;

- расположение масс для двух расстановок акселерометров и регистраторов показывает отличие по расчетным собственным частотам до 6%, что должно быть учтено при планировании дальнейших измерений и математической обработке их результатов;
- внесенные "сильные" дефекты – удаление средней и угловой стоек – проявляются в нижних расчетных и измеренных общесистемных собственных частотах (падение на прогнозируемую величину, пропорциональную квадратному корню от измененной жесткости) и, в особенности, в дополнительных расчетных собственных формах (табл.7, 44-я и 46-я), приуроченных к локальным вертикальным колебаниям части этажерки над удаленной стойкой. Указанные собственные формы могут быть уверенно определены и методом "стоячих волн".

#### 4. ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Разработанная расчетно-экспериментальная методика динамического мониторинга верифицирована на упомянутых стендовых моделях Центра мониторинга МГСУ, представительных для задач исследований, и показала возможность оценки фактического состояния и обнаружения значимых дефектов при совместном использовании параметризуемых-адаптируемых КЭ-моделей и инструментального метода «стоячих волн».

Полученные результаты позволяют также более «тонко» настроить стендовые (в частности, минимизировать факторы неопределенности) и КЭ-модели для дальнейших исследований не только динамических характеристик, но и параметров напряженно-деформированного состояния.

В связи с изложенными результатами достижимым можно считать и численное решение

некорректно поставленных обратных задач идентификации состояния (включая выявление и локализацию дефектов) на основе регуляризации по Тихонову.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают искреннюю благодарность сотрудникам МГСУ д.т.н., проф. Коргину А.В. и с.н.с. Кухте А.В. за организацию экспериментов на стендовых моделях «Этажерка» и «Конструктор» соответственно, работникам Геофизической службы СО РАН (Новосибирск) М.В. Альтерману и А.А. Красникову за проведение, обработку и предоставление результатов измерений спектра собственных частот и форм колебаний методом «стоячих волн».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Белостоцкий А.М. Каличева Д.К.** Адаптируемые конечноэлементные модели в основе динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий. Часть 1. Основы разработанной расчетно-экспериментальной методики. // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering* Volume 8, Issue 3. 2012.
2. **Белостоцкий А.М.** Построение эффективных пространственных моделей для статического и динамического расчета систем «сооружение-основание». // *Труды ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко.* – М.: 1990, с. 175-180
3. **Белостоцкий А.М.** Прогнозное математическое моделирование состояния и техногенной безопасности ответственности объектов и комплексов мегаполиса. // *Вестник МГСУ*, №3, 2006, с. 20-61.
4. **Строительные нормы и правила.** Основание зданий и сооружений. СНиП

- 2.02.01-83\*, М., Госстрой России, ГУП ЦПП, 2002.
5. Временные нормы и правила проектирования многофункциональных высотных зданий и зданий-комплексов в г. Москве. МГСН 4.19-2005, М., 2005г.
  6. ANSYS 12.1. User's Guide. Canonsburg. 2010г.
  7. Верификационный отчет по ПК ANSYS Mechanical (4 тома). М., ЗАО НИЦ СтаДиО, ГОУ ВПО МГСУ, 2009 г. Свидетельство РААСН о верификации ПС № 02/ANSYS/2009 от 10.07.2009г.
  8. **Еманов А.Ф.** Восстановление когерентных составляющих волновых полей в сейсмике. Дисс. на соискание ученой степени доктора технических наук. – Новосибирск, 2004.
  9. ГОСТ Р 53778-2010 "Здания и сооружения. Правила обследования и мониторинга технического состояния", М., Стандартинформ, 2010

---

Белостоцкий Александр Михайлович, доктор технических наук, профессор, генеральный директор ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО», директор Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (495) 737-40-81; +7 (499) 929-50-17; e-mail: stadyo@stadyo.ru, niccm@mgsu.ru

Каличава Дмитрий Котэвич, инженер Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Нагибович Александр Игоревич, старший инженер ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО», Россия,; тел/факс: +7 (495) 737-40-81; e-mail: stadyo@stadyo.ru

Петряшев Николай Олегович, инженер Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов

(НОЦ КМ) ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Петряшев Сергей Олегович, инженер Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

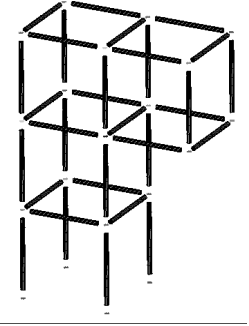

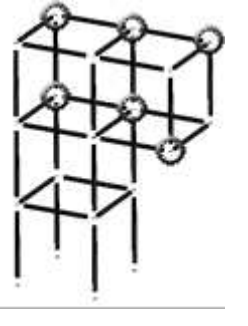
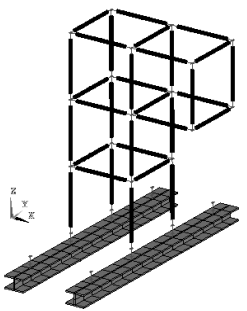
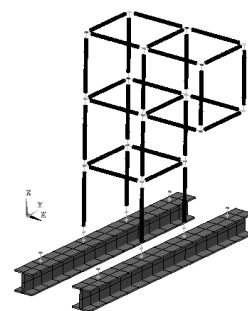
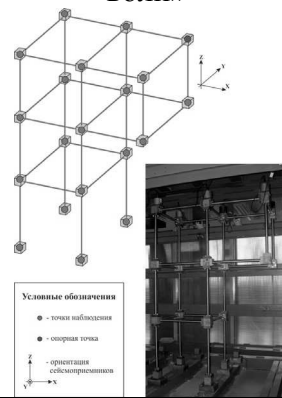
Alexander M. Belostotsky, DSc, Professor, Director Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Dmitriy K. Kalichava, Researcher of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Alexander I. Nagibovich, senior engineer of Research Center StaDyO, Moscow; Russia, phone/fax: +7 (495) 737-40-81; e-mail: stadyo@stadyo.ru

Nikolay O. Petryashev, Researcher of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Sergey O. Petryashev, Researcher of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

№	Без акселерометров Жесткое основание	Акселерометры по 1-й схеме Жесткое основание	Акселерометры по 2-й схеме Жесткое основание	Акселерометры по 1-й схеме В основании Beam188*	Акселерометры по 1-й схеме В основании Shell43**	Эксперимент метод «стоячих волн»
						
1	9.1828	8.8435	8.8455	7.9554	<b>8.6825</b>	<b>8.240</b>
2	12.090	11.687	11.688	8.4898	<b>10.785</b>	<b>9.888</b>
3	15.073	14.583	14.574	14.300	<b>14.460</b>	<b>13.67</b>
4	30.316	29.181	29.226	25.469	<b>28.207</b>	<b>26.25</b>
5	38.990	37.575	37.516	37.461	<b>37.543</b>	<b>35.46</b>
6	50.513	49.259	49.307	43.562	<b>48.949</b>	<b>47.42</b>
7	55.540	54.247	54.173	48.472	<b>50.950</b>	<b>50.59</b>
8	58.517	57.528	57.511	53.635	<b>56.021</b>	
9	65.641	63.566	63.464	63.412	<b>63.499</b>	
10	73.486	70.884	70.849	65.619	<b>70.583</b>	
11	77.758	76.217	76.306	70.784	<b>71.843</b>	
12	82.351	80.753	80.684	78.658	<b>80.658</b>	
13	84.744	82.476	82.429	80.745	<b>81.783</b>	
14	88.641	86.655	86.541	83.822	<b>85.246</b>	
15	103.66	100.52	100.39	84.920	<b>99.411</b>	

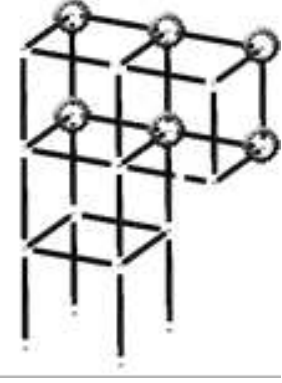
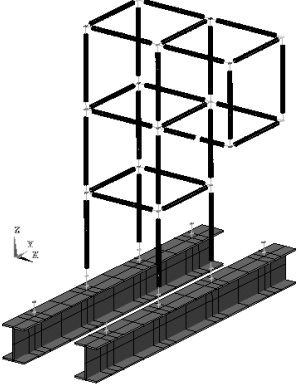
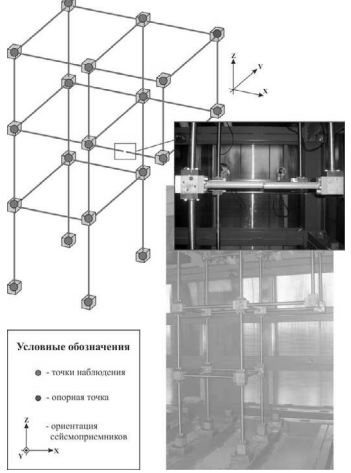
\* Балка-двутавр жестко закреплена по торцам.

\*\* Оболочка-двутавр жестко закреплена по нижней плоскости и по торцам.

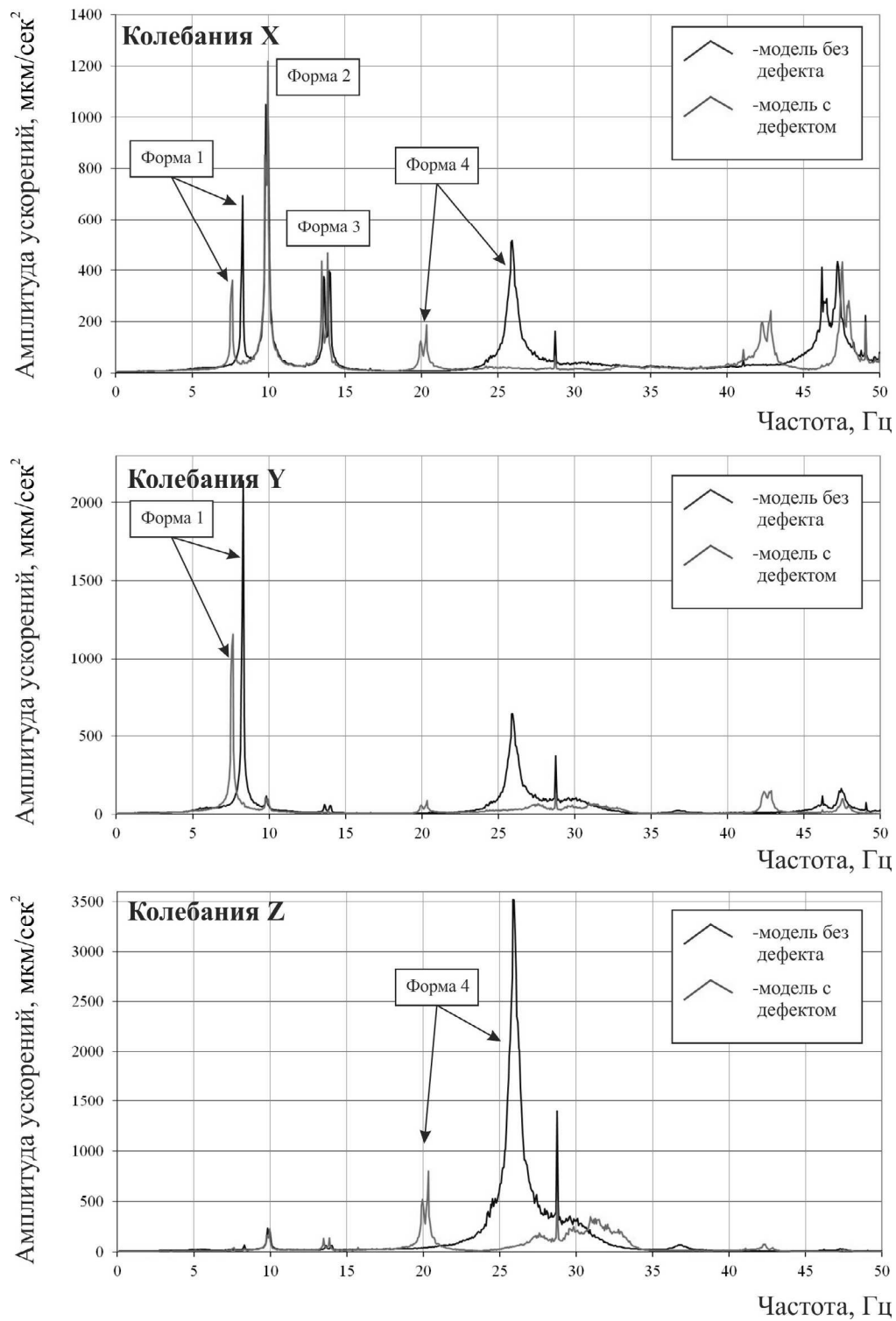
Акселерометры заданы сосредоточенными массами в узлах, 900г.

Таблица 3

Стенд «Конструктор» (балка с разрывом). Адаптация (калибровка) КЭ-модели.  
Собственные частоты, Гц

№	Акселерометры по 1-й схеме Жесткое основание	Акселерометры по 1-й схеме В основании двутавры (Shell43)**	Эксперимент (метод «стоячих волн»)
			
1	8.0877	<b>7.9673</b>	<b>7.568</b>
2	11.643	<b>10.744</b>	<b>9.766</b>
3	14.403	<b>14.317</b>	<b>13.49</b>
4	21.727	<b>21.566</b>	<b>19.96</b>
5	30.386	<b>30.298</b>	<b>27.59</b>
6	35.508	<b>34.422</b>	<b>32.78</b>
7	45.291	<b>45.036</b>	<b>42.30</b>
8	48.091	<b>45.950</b>	
9	50.912	<b>49.478</b>	
10	64.128	<b>63.844</b>	
11	68.990	<b>68.050</b>	
12	77.345	<b>72.967</b>	
13	79.682	<b>79.489</b>	
14	82.889	<b>81.946</b>	
15	84.946	<b>84.032</b>	

\*\* - Двутавр жестко закреплен по всей нижней плоскости и по торцам.  
Акселерометры заданы сосредоточенными массами в узлах, 900г.



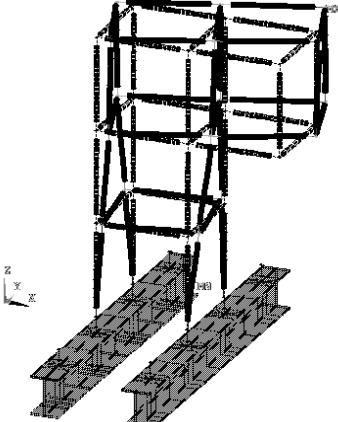
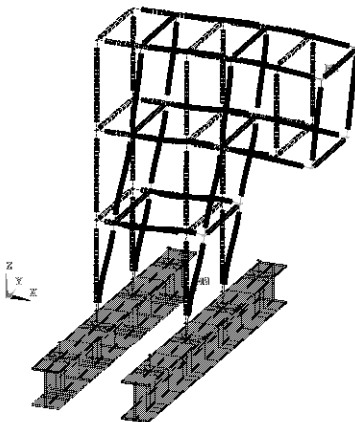
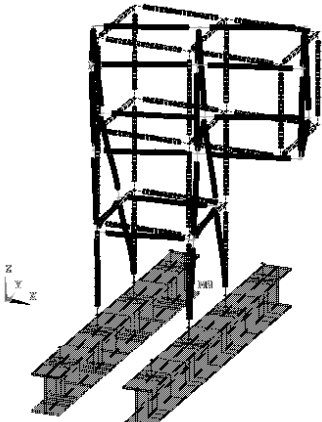
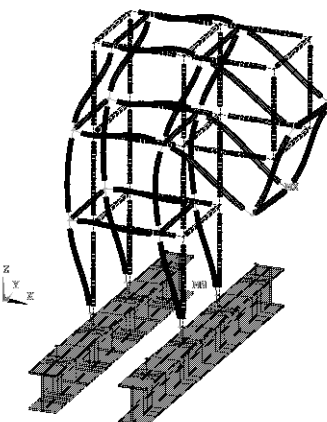
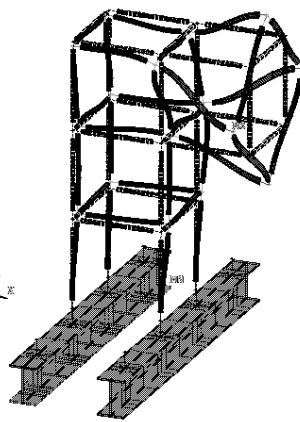
*Рис. 1. Стенд «Конструктор». Измерения методом «стоячих волн». Спектры горизонтальных и вертикального ускорений для бездефектного и дефектного вариантов (результаты предоставлены Геофизической службой СО РАН).*

Стенд «Конструктор». Метод «стоячих волн». Измеренные собственные частоты и формы колебаний.

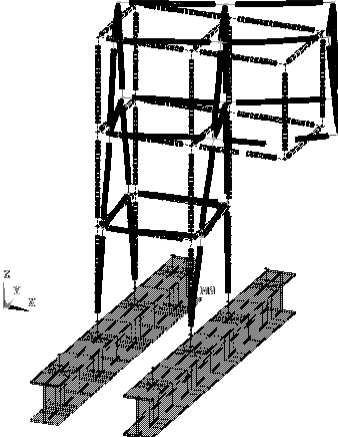
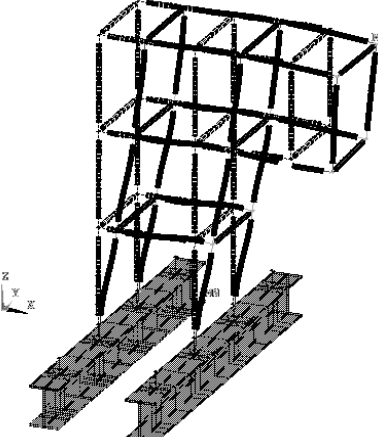
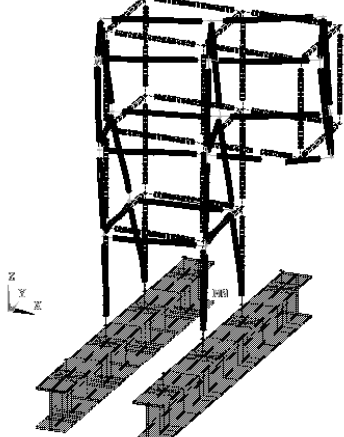
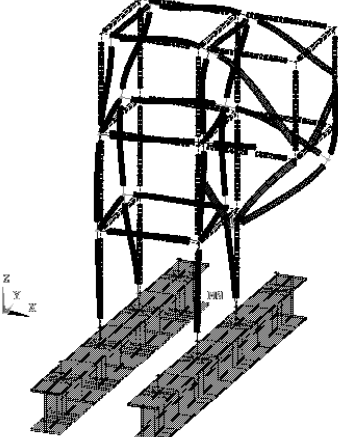
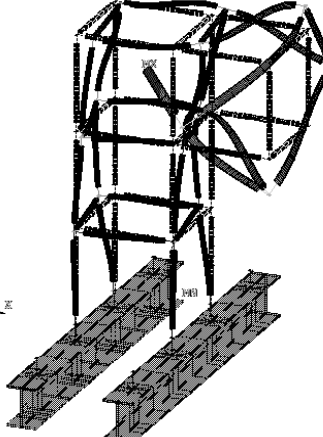


Без дефектов	Удалена угловая стойка	Удалена средняя стойка
--------------	------------------------	------------------------

*Модель без дефектов*

$f_1 = 8.6825 \text{ Гц}$	$f_2 = 10.785 \text{ Гц}$	$f_3 = 14.460 \text{ Гц}$	$f_4 = 28.207 \text{ Гц}$	$f_5 = 37.543 \text{ Гц}$
				

*Модель с внесенным дефектом (разрыв горизонтального стержня)*

$f_1 = 7.9673 \text{ Гц}$	$f_2 = 10.744 \text{ Гц}$	$f_3 = 14.317 \text{ Гц}$	$f_4 = 21.566 \text{ Гц}$	$f_5 = 30.298 \text{ Гц}$
				

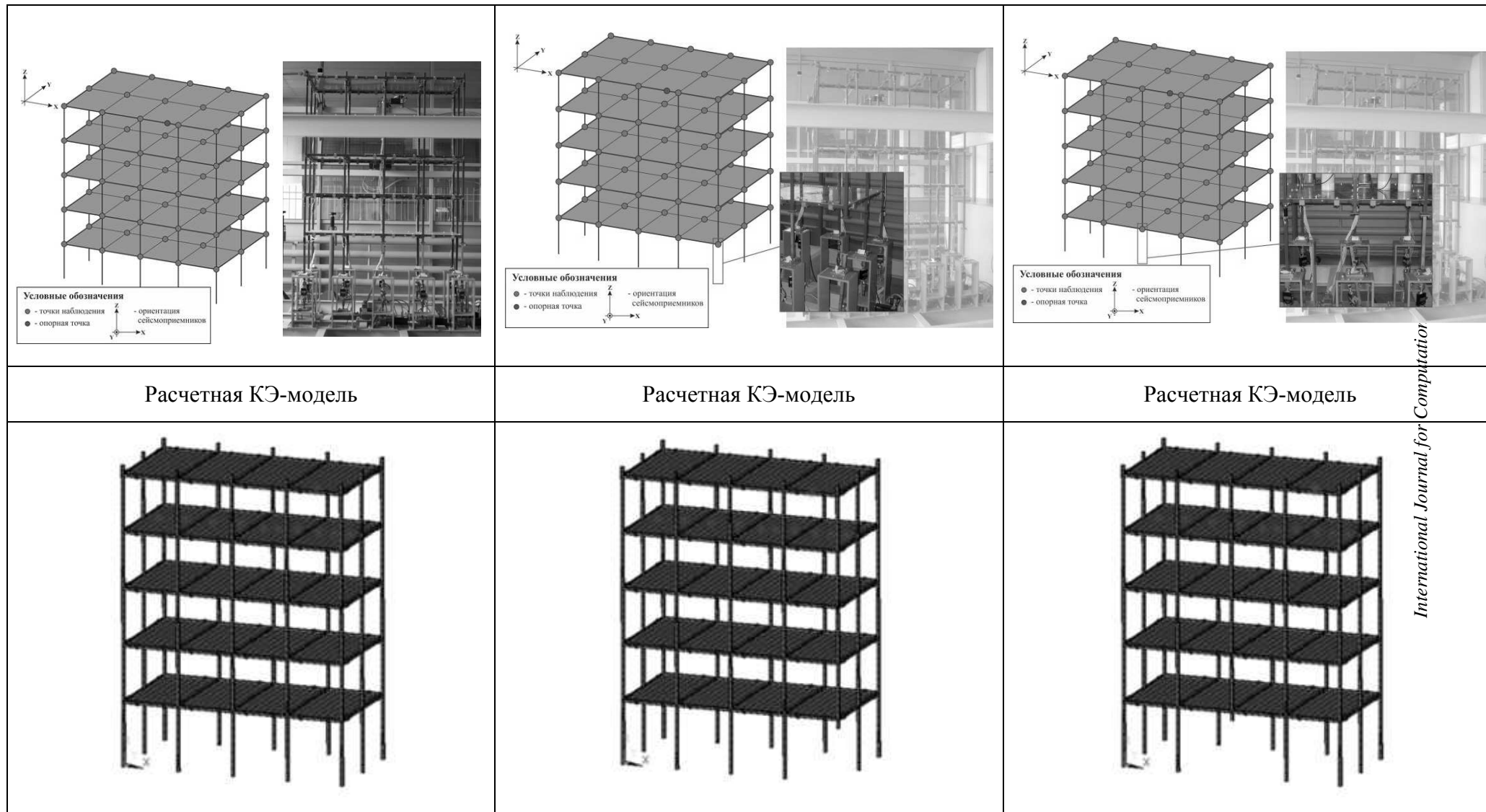


Рис. 2. Стенд «Этажерка» для вариантов исходного и с внесенными дефектами. Расстановки датчиков и расчетные пластинчато-стержневые КЭ-модели (СИПК «Мониторинг», базовый ПК ANSYS).

Стенд «Этажерка». Расчетные и экспериментальные собственные частоты колебаний, Гц.

№	Расчетная модель Расстановки масс 1*-2*. Без дефектов	Расчетная модель Расстановка масс 1* Удалена угл. стойка	Расчетная модель Расстановка масс 1* Удалена сред. стойка	Эксперимент Без дефектов	Эксперимент Удалена угл. стойка	Эксперимент Удалена сред. стойка
1	4.5957 - 4.7322	4.3854	4.5075	4.639	4.517	4.578
2	4.9385 - 5.0741	4.7748	4.7785	5.188	5.066	5.066
3	6.5380 - 6.6476	6.2869	6.4808	6.897	6.714	6.714
4	17.378 - 16.685	16.833	17.195	15.625	15.259	15.442
5	18.755 - 17.996	18.372	18.553	17.273	17.029	17.090
6	24.733 - 24.102	24.298	24.663	20.142	20.020	19.836
7	25.205 - 25.182	25.205	25.131			
8	29.237 - 29.220	29.237	29.200			
9	30.287 - 30.291	30.286	30.269			
10	30.288 - 30.306	30.287	30.287			
.....						
41	63.693	63.630	63.685			
42	63.890	63.695	63.887			
43	69.461	69.461	69.088			
44	71.381	70.941	<b>70.299</b>			
45	73.155	72.844	71.358			
46	74.561	<b>73.755</b>	73.006			
47	78.390	74.457	74.508			
48	82.782	78.401	79.335			
49	84.401	82.873	83.390			
50	84.908	84.397	84.078			

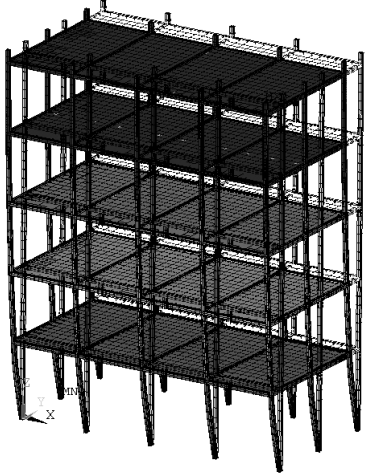
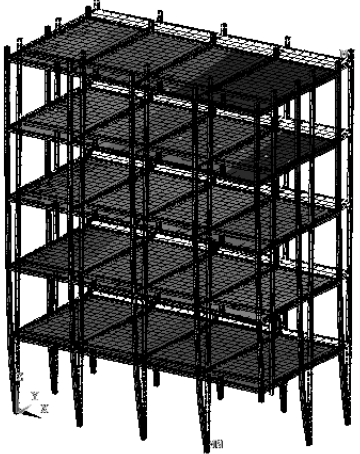
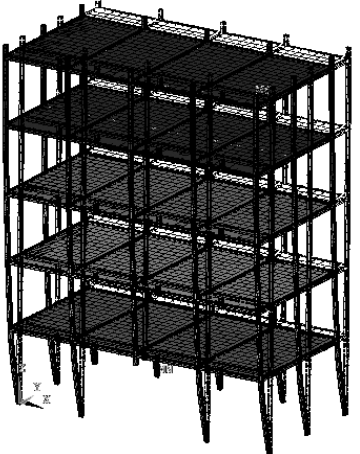



Примечания: расчетные КЭ-модели закреплены шарнирно.

\* Расстановка 1 – акселерометры и регистраторы установлены на предпоследнем «этаже» по средней линии.

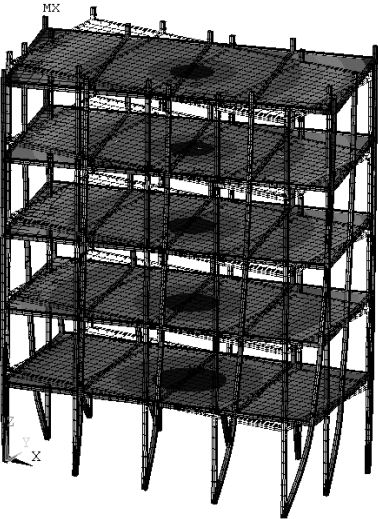
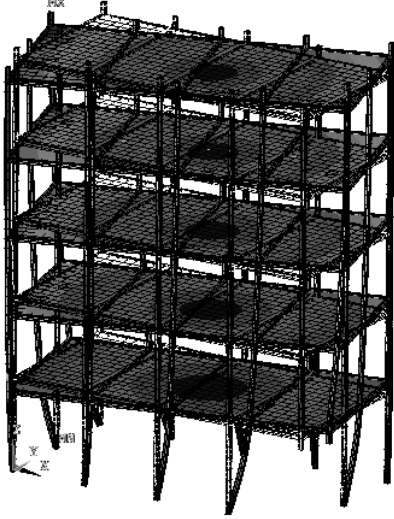
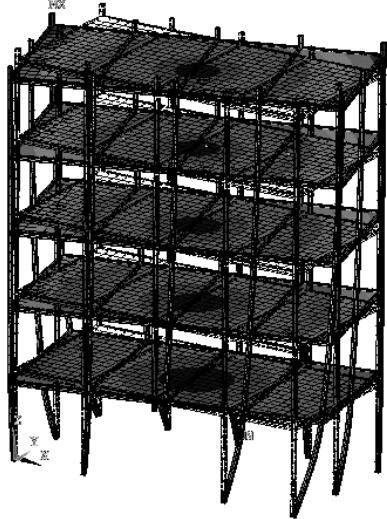
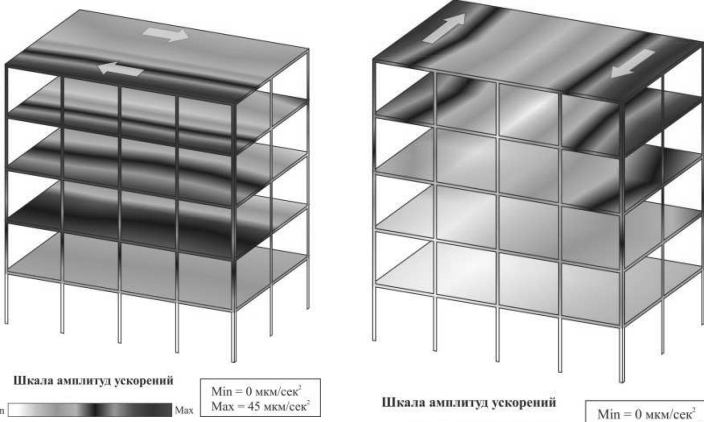


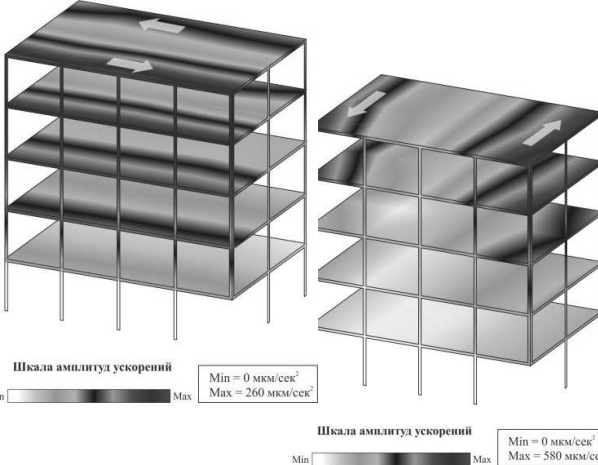


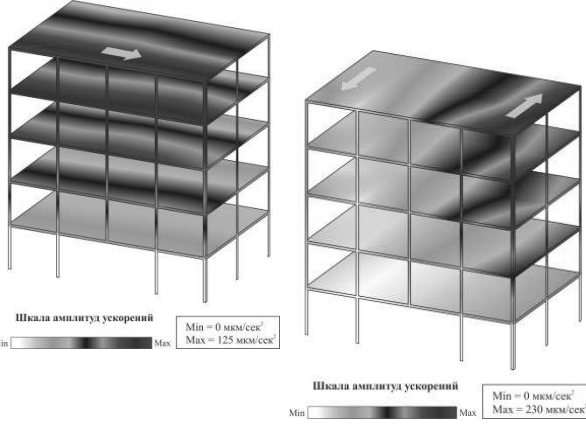


\*\* Расстановка 2 – акселерометры и регистраторы установлены на первом «этаже» по средней линии.

**Красным фоном** выделены «дополнительные» частоты/формы спектра, идентифицирующие наличие и зону дефекта

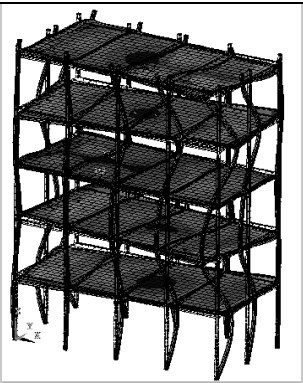
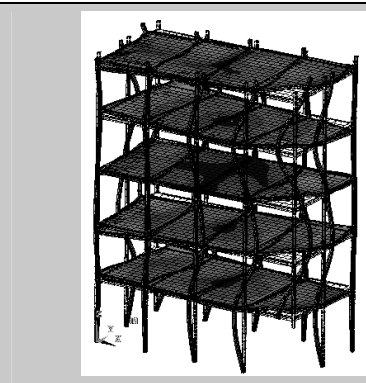

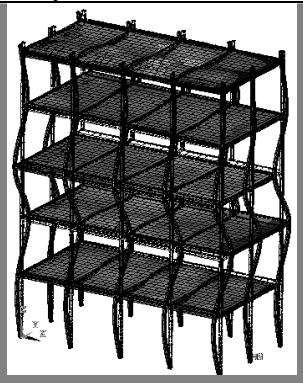


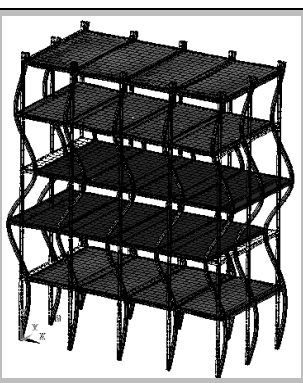

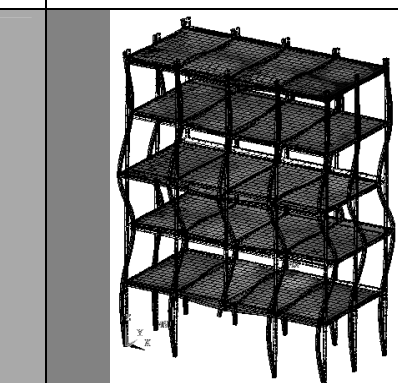
Стенд «Этажерка». Общесистемная **нижняя** (первая «изгибная») форма собственных колебаний

№	Без дефектов <i>КЭ-модель. <math>f_1 = 4,5957</math>Гц</i>	Удалена угловая стойка <i>КЭ-модель. <math>f_1 = 4,3854</math>Гц</i>	Удалена средняя стойка <i>КЭ-модель. <math>f_1 = 4,5075</math>Гц</i>
			
1	<i>Измерения. <math>f_1 = 4.639</math> Гц</i>	<i>Измерения. <math>f_1 = 4,517</math>Гц</i>	<i>Измерения. <math>f_1 = 4,578</math>Гц</i>
	 <p data-bbox="336 1300 750 1364">                     Шкала амплитуд ускорений                      Min = 0 мкм/сек<sup>2</sup>                      Max = 650 мкм/сек<sup>2</sup> </p>	 <p data-bbox="985 1300 1411 1364">                     Шкала амплитуд ускорений                      Min = 0 мкм/сек<sup>2</sup>                      Max = 625 мкм/сек<sup>2</sup> </p>	 <p data-bbox="1590 1300 2027 1364">                     Шкала амплитуд ускорений                      Min = 0 мкм/сек<sup>2</sup>                      Max = 490 мкм/сек<sup>2</sup> </p>

Стенд «Этажерка». Общесистемная **третья** (первая крутильная) форма собственных колебаний

№	Без дефектов КЭ-модель. $f_1 = 6,5380\text{Гц}$	Удалена угловая стойка КЭ-модель. $f_1 = 6,2869\text{Гц}$	Удалена средняя стойка КЭ-модель. $f_1 = 6,4808\text{Гц}$
3			
	Измерения. $f_3 = 6,897\text{Гц}$	Измерения. $f_3 = 6,714\text{Гц}$	Измерения. $f_3 = 6,714\text{Гц}$
	 <p>Шкала амплитуд ускорений                      Min  Max                      Min = 0 мкм/сек²                      Max = 45 мкм/сек²</p> <p>Шкала амплитуд ускорений                      Min  Max                      Min = 0 мкм/сек²                      Max = 80 мкм/сек²</p>	 <p>Шкала амплитуд ускорений                      Min  Max                      Min = 0 мкм/сек²                      Max = 260 мкм/сек²</p> <p>Шкала амплитуд ускорений                      Min  Max                      Min = 0 мкм/сек²                      Max = 580 мкм/сек²</p>	 <p>Шкала амплитуд ускорений                      Min  Max                      Min = 0 мкм/сек²                      Max = 125 мкм/сек²</p> <p>Шкала амплитуд ускорений                      Min  Max                      Min = 0 мкм/сек²                      Max = 230 мкм/сек²</p>

Стенд «Этажерка». Локальные расчетные формы собственных колебаний (красный фон), идентифицирующие внесенные дефекты

№	Без дефектов	Удалена угловая стойка	Удалена средняя стойка
44	$f_{44} = 71,381 \text{Гц}$	$f_{44} = 70,941 \text{Гц}$	$f_{44} = 70,299 \text{Гц}$ – дополнительная форма
			
45	$f_{45} = 73,155 \text{Гц}$	$f_{45} = 72,844 \text{Гц}$	$f_{45(44)} = 71,358 \text{Гц}$
			
46	$f_{46} = 74,561 \text{Гц}$	$f_{46} = 73,755 \text{Гц}$ – дополнительная форма	$f_{46(45)} = 73,006 \text{Гц}$
			

# АДАПТИРУЕМЫЕ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫЕ МОДЕЛИ В ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ ВЫСОТНЫХ ЗДАНИЙ. ЧАСТЬ 3. АПРОБАЦИЯ МЕТОДИКИ НА ВЫСОТНОМ КОМПЛЕКСЕ, ВОЗВЕДЕННОМ С ВЫЯВЛЕННЫМИ ОТСТУПЛЕНИЯМИ ОТ ПРОЕКТА

*Белостоцкий А.М.<sup>1,2</sup>, Каличава Д.К.<sup>1</sup>, Аул А.А.<sup>2</sup>, Нагибович А.И.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

<sup>2</sup>ЗАО "Научно-исследовательский центр СтаДиО", г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** Разработанная [1] и верифицированная [2] расчетно-экспериментальная методика динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий, базирующаяся на детальном больше-размерных пространственных КЭ-моделях, параметризуемых для всех значимых стадий «жизненного цикла» объекта (проектирование, строительство, эксплуатация) и адаптируемых по данным инструментальных наблюдений (строительство, эксплуатация), апробирована на реальном 40-этажном комплексе («Дирижабль», г. Москва), возведенном с выявленными отступлениями от проектных решений

**Ключевые слова:** высотный комплекс, несущие железобетонные конструкции, отступления от проекта, идентифицируемые дефекты, гипотетическое локальное разрушение, параметризуемые и адаптируемые (синонимы – калибруемые, актуализируемые) конечноэлементные модели

## ADAPTIVE FINITE ELEMENT MODELS AS THE BASE OF DYNAMIC MONITORING OF TALL BUILDINGS. PART 3. APROBATION FOR HIGH-RISE BUILDING WITH IDENTIFIED DEVIATIONS FROM THE PROJECT

*Alexander M. Belostotsky<sup>1,2</sup>, Dmitriy K. Kalichava<sup>1</sup>, Andrey A. Aul<sup>2</sup>,  
Alexander I. Nagibovich<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

<sup>2</sup>StadyO Research & Engineering Center, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** Developed [1] and verified [2] calculation and experimental method for dynamic monitoring of bearing structures of tall buildings, based on detailed large-dimensional finite element models, parameterized for all relevant stages of the "life cycle" of the object (design, construction, operation) and adapted according to instrumental observations (construction and operation), was tested on a real 40-storey complex, which was built with the identified deviations from the design decisions.

**Key words:** high-rise complex, RC structures, departing from the project, identified defects, a hypothetical local failure, parameterized and adapted (calibrated, continuously updated) finite element models

### 1. ОБЪЕКТ МОНИТОРИНГА. ПРОЕКТ И СОСТОЯНИЕ ПО ЗАВЕРШЕНИЮ СТРОИТЕЛЬСТВА

Рассматриваемый актуальный проектный вариант высотного жилого комплекса «Ди-

рижабль» (г. Москва) является уникальным с объемно-планировочными и конструктивными решениями, не имеющими прямых аналогов.

Участок строительства расположен в пределах флювиогляциальной равнины, ослож-

ненной склоном засыпанного оврага на северо-западе участка. С поверхности участок покрыт насыпными грунтами. Насыпь сложена суглинками, перекопанными с песком, с обломками кирпича, бетона, осколками стекла со щепой древесины и т.п. Мощность насыпных грунтов изменяется от 1,8 м до 10,5 м. Под насыпными грунтами залегают суглинки, глины мягкопластичной и тугопластичной консистенции, супеси пластичные и пески пылеватые, мелкие, средней плотности и плотные влажные и водонасыщенные.

Часть грунтового основания до отметки 170.0 под центральной зоной здания усилена 141 свайей «РИТ» диаметром 300мм. Для устранения возможного крена здания и его чрезмерной осадки в рассматриваемом конструктивном решении фундирования основания предусмотрено дополнительное устройство 300 буронабивных свай диаметром 300мм.

Поперечное сечение (план) здания имеет эллипсоидальную форму. Для высотной (4 подземных и 40 надземных этажей) части здания принята перекрестно-стеновая диафрагменная схема несущих конструкций. Пространственная жесткость и устойчивость всего жилого комплекса обеспечивается совместной работой вертикальных монолитных диафрагм жесткости, лестничных и лифтовых блоков, объединенных жесткими поэтажными монолитными железобетонными дисками перекрытий.

Фундаментом является коробчатая конструкция эллипсоидной формы в плане высотой 4600мм, включающая нижнюю (полигонально-эллипсоидной формы в плане толщиной 1200мм) и верхнюю (400 мм) монолитные железобетонные плиты, соединенные ребрами жесткости (монолитными железобетонными стенами толщиной 600, 400 и 250 мм). Для повышения жесткости здания и равномерной передачи нагрузок на фундаментную плиту по периметру наружных стен в уровне -3 этажа устраиваются контрфорсы толщиной 400мм.

Колонны, расположенные по торцам здания с сечением 575×600мм, возводятся с -3 этажа по 40. На -2 и -1 этажах по периметру здания расположены колонны сечением 300×500 мм. шахты лифтов выполняются из монолитного железобетона толщиной 250мм. Лестничные клетки – из монолитного железобетона со сборными маршами.

В процессе строительства «высотки» альтернативными обследованиями выявлены значимые отступления от проекта в «локализованных» зонах: по классу бетона ряда стен, колонн и перекрытий (до В15 вместо проектных В25) и по геометрии стен и колонн (отклонения-эксцентриситет до 180 мм, рис.1). По результатам обследований выполнены усиления стен и колонн на 4-м – 17-м этажах (общее количество усиленных элементов приближается к 50).

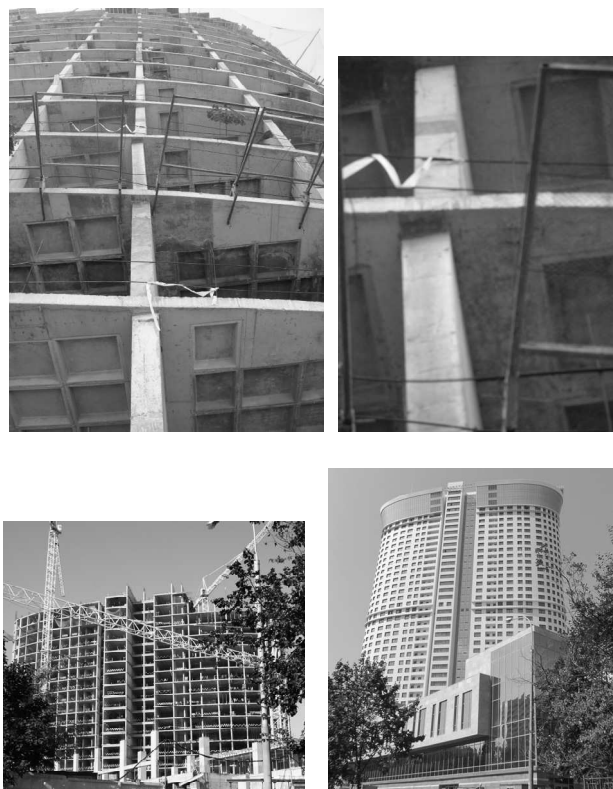


Рис.1. Высотный комплекс «Дирижабль». Отклонения от проекта, этапы строительства.

## 2. «ИДЕАЛЬНЫЕ» ПРОЕКТНЫЕ КЭ-МОДЕЛИ ВЫСОТНОГО ЗДАНИЯ. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА

На стадии проектирования построены, верифицированы и проанализированы альтернативные «идеальные» пространственные КЭ-модели «неоднородное винклеровское основание – оболочечно-стержневой каркас» здания в программных комплексах ANSYS, СТАДИО и MicroFe, показавшие близкие распределения напряженно-деформированного состояния (НДС) и динамических характеристик и обеспечение всех нормативно-регламентированных критериев несущей способности [3].

Разработанные модели адекватно отражают геометрико-жесткостные и инерционные свойства и нагрузочные характеристики строительных конструкций и основания сооружения. Особо отметим, что сетка КЭ на нижней плите фундамента не только обладает необходимой подробностью для воспроизведения перемещений, сил и моментов, но и приурочена к зонам свайных полей. Коэффициенты неоднородного винклеровского основания, полученные на нелинейной модели проф. Ю.К. Зарецкого для трехмерной системы «коробчатый фундамент – свайно-грунтовый массив» (ПК Земля) [3, рис.2], с помощью специальной программы вычислялись и задавались индивидуально для каждого контактного КЭ фундаментной плиты.

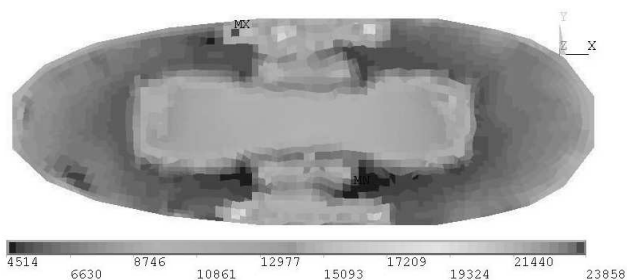


Рис. 2 Коэффициенты постели для плитно-свайного фундамента (кПа/м)

Таблица 1. «Идеальная» и «фактическая» расчетные ANSYS-модели

	«Идеал»	«Факт»
Число КЭ	161 348	162 166
Ст. свободы	833 250	972 990
Типы КЭ	SHELL63, BEAM4, LINK8, SURF154	SHELL63, BEAM4, LINK8, SURF154 MPC184

Незначимое изменение параметров НДС и спектра собственных частот/форм на последовательно сгущающихся сетках (от 833 000 до 3 600 000 степеней свободы, табл.2) позволило обоснованно выбрать рациональную «стартовую» КЭ-модель для целей дальнейшего мониторинга.

Таблица 2. КЭ-модели проектного варианта здания. Собственные частоты, Гц

№	Число узлов		
	138 000	288 837	608 363
1	<b>0.31731</b>	<b>0.30598</b>	<b>0.30154</b>
2	<b>0.37822</b>	<b>0.37084</b>	<b>0.36724</b>
3	<b>0.66039</b>	<b>0.62999</b>	<b>0.61700</b>
4	<b>1.4027</b>	<b>1.3661</b>	<b>1.3498</b>
5	<b>1.7477</b>	<b>1.7111</b>	<b>1.6945</b>

Сопоставление результатов для схем «одномоментного» (линейная задача) и поэтапного возведения (табл.3, 7 этапов, опция «жизни-смерти» КЭ) здания свидетельствует о слабом проявлении эффектов генетической нелинейности.

## 3. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И НАТУРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ/ФОРМ

Для стадии завершения строительства несущих конструкций разработаны и исследова-

ны параметризованные КЭ-модели в ПК ANSYS с фактическим распределением физико-механических свойств бетона, эксцентриситетом и отклонением колонн (рис.3), а также с учетом прогнозируемых и/или гипотетических ослаблений сечения колонн и перекрытий.

Снижение класса бетона ряда стен и колонн от проектного учитывается соответствующим понижением модуля упругости, а отклонение геометрического положения колонн – «жесткими вставками», что позволяет учесть как смещение элементов в плане, так и их наклон.

Установлена как близость вычисленных (блочный Ланцош) и измеренных (метод «стоячих волн») собственных частот и форм колебаний в достаточно широком диапазоне частот, так и «пропуск» ряда частот/форм при планировании измерений без опоры на результаты предварительно выполненного конечноэлементного моделирования (рис.4).

В диапазоне собственных частот от 0 до 14Гц (200 низших форм колебаний) указанные зафиксированные «локальные» отступления от проекта никак количественно не проявляются – частоты отличаются не более чем на 0,5%, сохраняется последовательность форм колебаний (табл.4). Также не идентифицированы весьма существенные гипотетические ослабления сечения одиночной колонны (до 1/3 сечения).

В то же время, учет эксцентриситета и наклона колонн показал существенное возрастание расчетных статических изгибающих моментов в них, что подтверждает неуниверсальность динамического (как и всех иных видов) и необходимость синтеза различных видов мониторинга для уникальных объектов строительства.

#### **4. ВОЗМОЖНОСТЬ ИДЕНТИФИКАЦИИ ГИПОТЕТИЧЕСКИХ ДЕФЕКТОВ**

Выполненные численные эксперименты показали, что гипотетическое «удаление» од-

ной из несущих колонн или фрагмента перекрытия значительно сказывается на группе видоизменяемых и/или дополнительных локальных форм колебаний, приуроченных к зоне разрушения, и могут быть уверенно идентифицированы в ходе инструментального мониторинга методом «стоячих волн» (см. рис.5 для удаленной колонны 10-го этажа, начиная с 17-й формы на частотах выше 5 Гц).

Отклонения от проектных данных, затрагивающие значительную часть системы и влияющие на ее жесткостные и инерционные свойства (класс бетона, характеристики основания, величина и расположение масс, включение в динамическую работу формально несущих конструкций – перегородок, фасадов и др.) также идентифицируются в рамках предложенной методики.

#### **5. ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ**

Показано истинное «место» – возможности и ограничения – разработанной методики динамического мониторинга и количественно подтверждена необходимость синтеза различных видов мониторинга несущих конструкций для уникальных объектов строительства. Так, фактические «локализованные» отступления от проекта (класс бетона, эксцентриситет, наклон и ослабление сечения колонн и стен), слабо влияющие на жесткостные характеристики системы, значимо не проявляются в спектре собственных частот/форм. В то же время, полное разрушение одной из колонн и фрагмента кессонного перекрытия, равно как и общесистемные отклонения от проектных данных (класс бетона, характеристики основания, изменения величины и расположения масс и др.) могут быть оперативно и уверенно идентифицированы в ходе инструментального мониторинга методом «стоячих волн».

Тем самым, опровергнуты как имевшие место претензии на универсальность и самодостаточность, так и необоснованное отри-

цание рядом специалистов действительного потенциала методик мониторинга на основе тщательного определения и анализа расчетного и измеренного спектра собственных частот и форм колебаний.

Рекомендуется внедрить предложенную комплексную расчетно-экспериментальную методику для динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий на стадиях их строительства и эксплуатации. При этом требуют дальнейшего обоснования и развития как методы измерений, так и численные процедуры параметризации и адаптации-калибровки КЭ-моделей (наиболее перспективным представляется решение некорректных обратных задач идентификации).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Белостоцкий А.М., Каличава Д.К.** Адаптируемые конечноэлементные модели в основе динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий. Часть 1. Основы разработанной расчетно-экспериментальной методики. Настоящее издание.
2. **Белостоцкий А.М., Каличава Д.К., Нагибович А.И., Петряшев Н.О., Петряшев С.О.** Адаптируемые конечноэлементные модели в основе динамического мониторинга несущих конструкций высотных зданий. Часть 2. Верификация методики на стендовых моделях. Настоящее издание.
3. **Белостоцкий А.М., Дубинский С.И., Каличава Д.К., Пеньковой С.Б., Потапенко А.Л., Клепец О.Ю.** Комплексное расчетное обоснование напряженно-деформированного состояния высотных многофункциональных комплексов. Строительная механика и расчет сооружений, №10, 2006, с.111-115
4. **Белостоцкий А.М.** Построение эффективных пространственных моделей для статического и динамического расчета систем «сооружение-основание». Труды ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – М.: 1990, с. 175-180
5. **Белостоцкий А.М.** Прогнозное математическое моделирование состояния и техногенной безопасности ответственности объектов и комплексов мегаполиса. Вестник МГСУ, №3, 2006, с. 20-61.
6. Строительные нормы и правила. Бетонные и железобетонные конструкции. СНиП 52-01-2003., М., Госстрой России, 2003г.
7. Строительные нормы и правила. Основание зданий и сооружений. СНиП 2.02.01-83\*, М., Госстрой России, ГУП ЦПП, 2002г.
8. Временные нормы и правила проектирования многофункциональных высотных зданий и зданий-комплексов в г. Москве. МГСН 4.19-2005, М., 2005г.
9. ANSYS 12.1. User's Guide. Canonsburg. 2010г.
10. Верификационный отчет по ПК ANSYS Mechanical (4 тома). М., ЗАО НИЦ СтаДиО, ГОУ ВПО МГСУ, 2009 г. Свидетельство РААСН о верификации ПС № 02/ANSYS/2009 от 10.07.2009г.

---

Белостоцкий Александр Михайлович, доктор технических наук, профессор, генеральный директор ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО», директор Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (495) 737-40-81; +7 (499) 929-50-17; e-mail: stadyo@stadyo.ru, niccm@mgsu.ru

Каличава Дмитрий Котэвич, инженер Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ), аспирант ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г.Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Аул Андрей Андреевич, ведущий инженер ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО», аспирант Московского энергетического института (МЭИ (ТУ)), Россия, г.Москва ;  
тел/факс: +7 (495) 737-40-81; e-mail: stadyo@stadyo.ru

Нагибович Александр Игоревич, старший инженер ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО», Россия, , г.Москва;  
тел/факс: +7 (495) 737-40-81; e-mail: stadyo@stadyo.ru

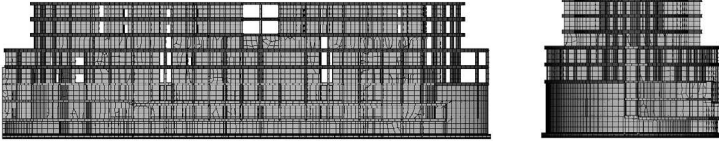
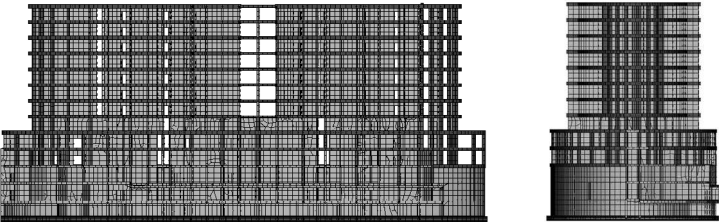
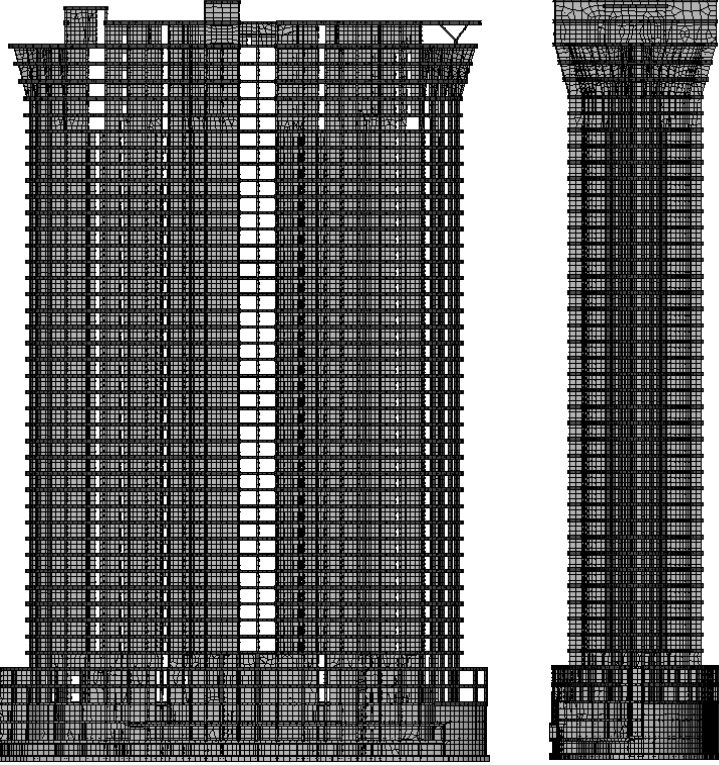
Alexander M. Belostotsky, DSc, Professor, Director Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337;  
Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17;  
e-mail: niccm@mgsu.ru

Dmitriy K .Kalichava, Researcher of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337;  
Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17;  
e-mail: niccm@mgsu.ru

Andrey A. Aul, Leading engineer of Research Center StaDyO, Moscow;  
Russia, phone/fax: +7 (495) 737-40-81;  
e-mail: stadyo@stadyo.ru

Alexander I. Nagibovich, Senior engineer of Research Center StaDyO, Moscow;  
Russia, phone/fax: +7 (495) 737-40-81;  
e-mail:stadyo@stadyo.ru

Таблица 3.

Этап	Расчётная КЭ-модель (ПК ANSYS)	Примечание
1		Возведение под- земной части и пер- вых 5-и этажей
2		Возведение с 5-го до 10-го этажей
...	...	...
6  7		Возведение с 27-го этажа до покрытия здания  Приложение по- лезной и снеговой нагрузки

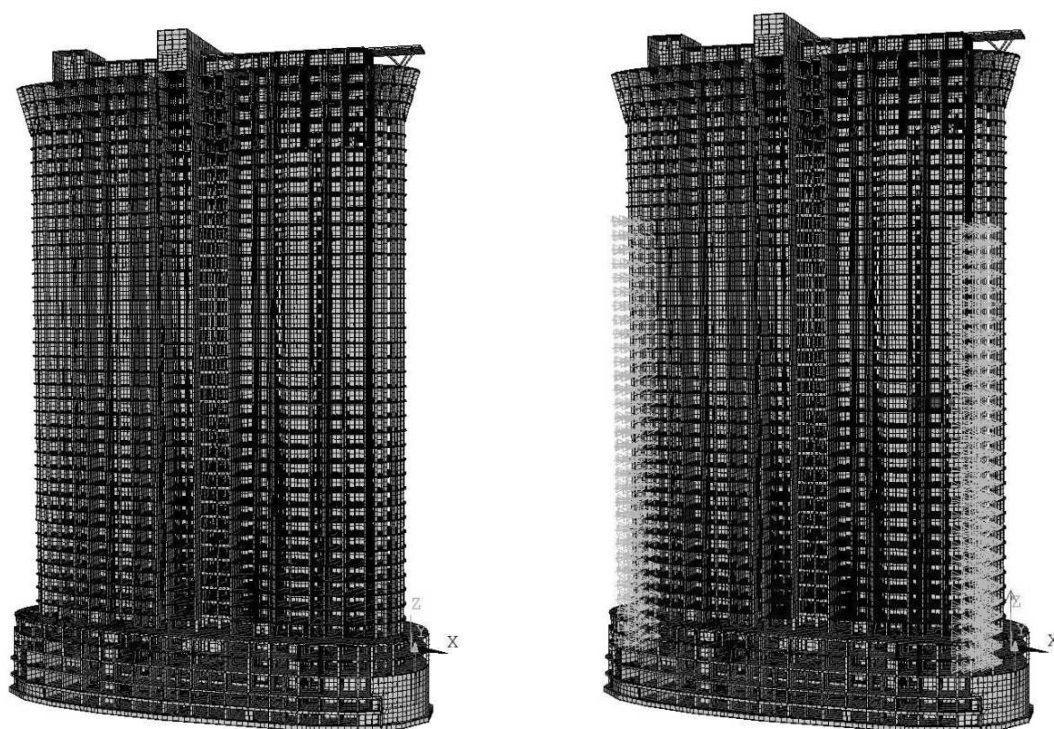


Рис. 3. Идеальная и «фактическая» КЭ-модели высотного здания (цветом выделены отклонения от проекта)

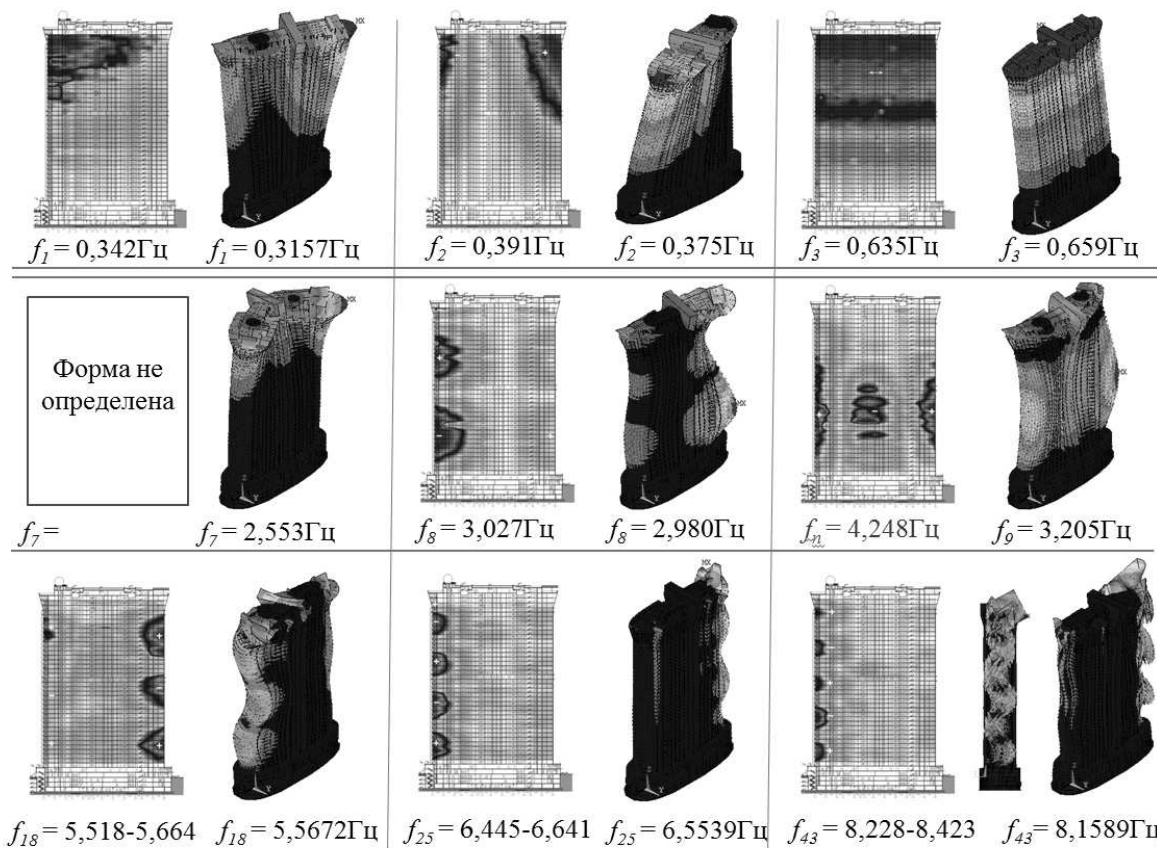


Рис. 4. Измеренные (слева) и вычисленные (справа) собственные частоты/формы

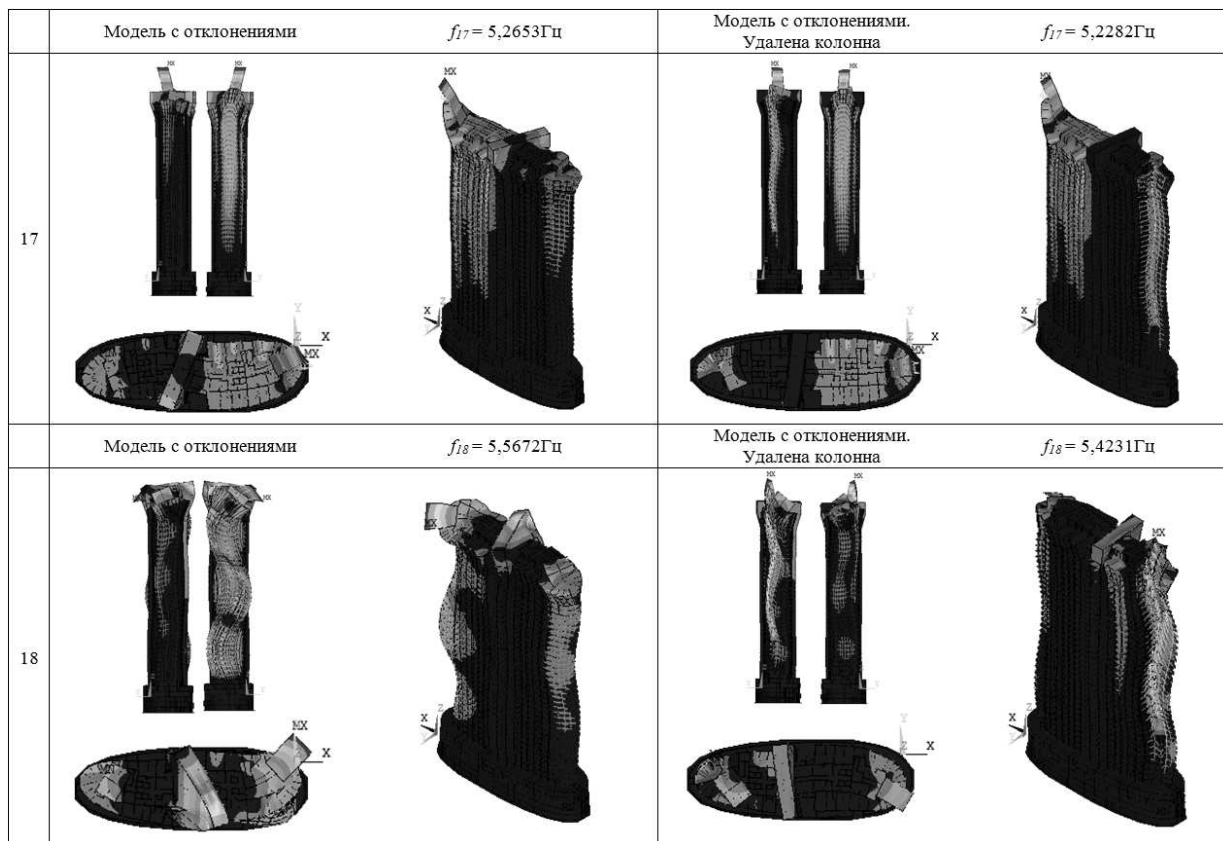


Рис. 5. Собственные частоты и формы КЭ-моделей «фактической» и «гипотетической» (с удаленной колонной на 10-м этаже), значимые для идентификации дефекта.

Таблица 4. Вычисленные собственные частоты параметризованных КЭ-моделей-

№ д/п	Идеальная модель	Модель с учетом фактического бетона	Модель с учетом фактического бетона и отклонений	Модель с учетом фактического бетона и отклонений. Прорублен проем в плите 11-го этажа (около80м <sup>2</sup> )	Модель с учетом фактического бетона и отклонений. Удалена колонна на 10-м этаже	Модель с учетом фактического бетона и отклонений. Верхний КЭ колонны на 10-м этаже 300x300x450	Модель с учетом фактического бетона и отклонений. Верхний КЭ колонны на 10-м этаже 100x100x450
1	0.31670	0.31571	0.31570	0.3157	0.31534	0.3157	0.31565
2	0.37741	0.37554	0.37553	0.3755	0.37553	0.3755	0.37553
3	0.66178	0.65981	0.65979	0.6598	0.6596	0.6598	0.65976
4	1.4031	1.4009	1.4009	1.4009	1.4006	1.4009	1.4009
5	1.7435	1.7390	1.7390	1.7391	1.739	1.7390	1.7390
6	2.4127	2.4077	2.4077	2.4080	2.4074	2.4077	2.4077
17	5.2819	5.2645	5.2653	5.2656	5.2282	5.2652	5.2638
18	5.5776	5.5670	5.5672	5.5649	5.4231	5.5671	5.5657
19	5.7719	5.7627	5.7639	5.7639	5.5888	5.7634	5.7527
20	5.8331	5.8262	5.8267	5.8264	5.7965	5.8261	5.8202
21	6.0108	5.9983	5.9989	5.9988	5.8833	5.9961	5.9714
49	8.6315	8.6196	8.6198	8.6156	8.5636	8.6199	8.6190
50	8.6888	8.6757	8.6760	8.6752	8.6341	8.6758	8.6738
51	8.7774	8.7663	8.7665	8.7656	8.7073	8.7663	8.7640
52	8.8710	8.8528	8.8531	8.8527	8.7846	8.8524	8.8431
53	9.0646	9.0581	9.0584	9.0584	8.9342	9.0572	9.0420
72	10.578	10.572	10.573	10.5570	10.572	10.5730	
73	10.683	10.670	10.671	10.6680	10.671	10.6710	
74	10.742	10.738	10.738	10.7310	10.739	10.7390	
75	10.824	10.806	10.808	10.8030	10.808	10.8080	
177	12.616	12.607	12.608	12.5860	12.609	12.6090	
190	13.345	13.333	13.333	13.3400	13.333	13.3330	
198	13.640	13.626	13.627	13.6350	13.622	13.6270	

## РАСЧЕТ КАРКАСНЫХ ЗДАНИЙ НА СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ С УЧЕТОМ РАЗВИТИЯ НЕУПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ

*Г.А. Джинчвелашвили, А.В. Колесников, А.А. Шаметай, А.В. Урожаев*  
ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** Авторы рассматривают вопросы учета физической нелинейности в работе конструкций при сейсмических воздействиях. Рассмотрены различные виды диаграмм деформирования, сравниваются с экспериментами. На конкретных примерах показывается актуальность такого рода исследований и пересмотра действующих норм проектирования в сейсмически опасных районах.

**Ключевые слова:** сейсмостойкость сооружений, строительная механика, колебания конструкций, затухание, каркасные здания, нормы проектирования

## CALCULATION OF FRAME BUILDINGS ON SEISMIC INFLUENCES TAKING INTO ACCOUNT DEVELOPMENT OF NOT ELASTIC DEFORMATIONS

*Guram A. Dzinchvelashvili, Alexey V. Kolesnikov, Almarinda A. Shametai,  
Alexander V. Urozhayev*

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** The Authors consider the questions of computation of the physical non-linearity in process of the work of structural elements under the seismic effects. They also consider different types of the stress-and-strain diagrams and compare them with the experimental results. The importance of such studies and that of the correction of the design standards for seismic regions is shown at some real examples.

**Key words:** seismic resistance, structural mechanics, oscillations of structural elements, damping, framework buildings, design standards.

Обеспечение надежности сейсмостойкого строительства, несомненно, представляет собой сложнейшую инженерную задачу. Сложность этой задачи определяется не только неполнотой информации о внешнем воздействии, но и совершенно недостаточной изученностью работы сооружений при интенсивных динамических нагрузках.[1] Таким образом, инженеру-проектировщику необходимо принимать ответственные конструктивные решения, руководствуясь в значительной степени данными анализа последствий разрушительных землетрясений и собственной инженерной интуицией.

Сложность и недостаточная изученность проблем сейсмостойкого строительства имеют своим следствием условность и дискуссионность многих общепринятых положений в действующих нормах проектирования и строительства в сейсмических районах, как в РФ, так и в других странах. В этих условиях по основным проблемам сейсмостойкого строительства идут острые дискуссии. Во время землетрясения здания и сооружения получают повреждения. Даже при сравнительно слабых землетрясениях в сооружениях неизбежно возникают трещины, т.е. при

динамических воздействиях типа сейсмических здание необходимо рассчитывать с учетом развития неупругих деформаций. Только в этом случае можно говорить о достоверности расчетов и конструктивных решений, принимаемых на основании этих расчетов. При сравнительно небольших деформациях несущих конструкций сооружения, работу материала можно моделировать в виде нелинейно-упругой системы, поскольку при слабой нелинейности развитием пластических деформаций можно пренебречь. При сравнительно сильных воздействиях необходимо рассматривать весь комплекс нелинейностей, происходящих при колебании элементов конструкций (возникновение трещин, остаточная деформация, деградация жесткости, выключение (разрушение) элемента, упрочнение, сухое трение и др.) [2,3]

При расчете зданий и сооружений по линейной схеме зданию приписываются завышенные жесткостные, прочностные и деформативные характеристики. Усилия, полученные таким расчетом, являются исходными при проектировании несущих элементов конструкций. Традиционно считается, что запроектированные таким образом здания и сооружения будут иметь запас прочности. Это обстоятельство является спорным, так как завышение всех характеристик явно не идет в запас. Это обстоятельство отражено и в СНиП II-7-81\* [4], при помощи коэффициента  $K_I$ , который принимает значение от 0.12 до 1, в зависимости от типа конструктивной схемы здания. Наши предварительные исследования показывают, что нет однозначной зависимости в сторону увеличения или уменьшения деформационных и жесткостных характеристик.

Вопрос учета упругопластической работы материала конструкции до сих пор нуждается в систематических экспериментально-теоретических исследованиях. Последние более-менее систематические исследования проводились в конце времен перестройки и закончились с концом существования СССР в 1991 году. Зарубежные исследования в

этом направлении не прекращались и методика, заложенная в таких программных комплексах как *ABAQUS*, *Nastran*, *Ansys* основана на экспериментально-теоретических исследованиях зарубежных авторов, которые нам недоступны в систематизированном виде. Необходимо проведение систематических экспериментов на крупномасштабных моделях для определения параметров упругопластических колебаний при сложных динамических нагружениях.

Исходя из вышеизложенного, остро встает проблема корректного анализа поведения зданий и сооружений при случайных динамических воздействиях, таких как землетрясение, для выявления всех резервов несущей способности с целью повышения их надежности. Последнее является гарантией того, что не будет катастрофических последствий при землетрясении, ибо государственным приоритетом РФ (так же как и всех цивилизованных государств) является сохранность жизни и безопасности людей.

В настоящее время активно осваиваются сейсмически-опасные районы страны, такие как Сочи и весь Краснодарский край (Олимпиада), Сахалин и Камчатка (освоение перспективных маршрутов транспортировки углеводородов), Сибирь. В этих районах ведется строительство уникальных и особо ответственных зданий и сооружений. Проекты этих зданий зачастую «вылезают» за пределы норм, в связи с этим возникает необходимость их расчета не только по спектральному методу, но и по п. 2.2.6 СНиП II-7-81\* [4]. Спектральный метод дает более-менее удовлетворительный результат, если здание является типовым, регулярным и простым в плане. Как только нарушается регулярность, сразу начинают проявляться эффекты, которые спектральный метод в принципе не способен учитывать. Поэтому в нормах указано, что такие здания и сооружения необходимо рассчитывать во временной области с учетом развития неупругих деформаций. Тем самым повышается надежность зданий и сооружений, уменьшается

сейсмический риск разрушения, что в свою очередь влечет значительную экономию социальных и материальных ресурсов. Однако каких-либо рекомендаций о том, как учитывать развитие неупругих деформаций в работе элементов конструкций, в настоящее время нет.

На сегодняшний день современные отечественные программные комплексы, такие как Лира, Stark, Scad, СТАДИО, ПРИНС, не позволяют рассчитывать здания и сооружения во временной области с учетом развития неупругих деформаций. Некоторые зарубежные программные комплексы обладают такой возможностью считать в упругопластической постановке, но не отвечают требованиям российских норм. С их помощью мы можем исследовать лишь качественную картину напряженно-деформированного состояния конструкции.

Таким образом, вопрос учета неупругих деформаций в работе элементов конструкций является весьма актуальным, поскольку он является одним из основных вопросов корректного анализа сооружений при динамических воздействиях.

В работе исследуются интегральные модели зданий, поэтому, для учета физической нелинейности в работе конструкций, необходимо знание диаграмм деформирования (зависимости восстанавливающей силы от относительного перемещения). Такие исследования в последнее время в России, к сожалению, не проводятся. Анализируя литературные источники, как отечественные, так и зарубежных авторов [3], рассматривающих знакопеременное нагружение железобетонных рам, можно прийти к выводу о возможности аппроксимации скелетной кривой степенными или тригонометрическими функциями (рис. 1). Разгрузку принимаем по линейному закону.

Приведенные диаграммы дают полное представление о работе исследуемых конструктивных систем на всех стадиях неупругого деформирования. По ним можно установить энергетическую несущую способность (по-

глощенная энергия), относительные смещения (перекосы) этажей, изменение жесткости в процессе накопления повреждений, прочность (несущая способность) в стадии, близкой к разрушению. Эти же диаграммы будут использоваться при оценках параметров предельных состояний анализируемых каркасных систем.

Существует множество аналитических диаграмм деформирования: Прандтля, степенные, тригонометрические, Рамберга-Озгуда...

Рассмотрим некоторые из них:

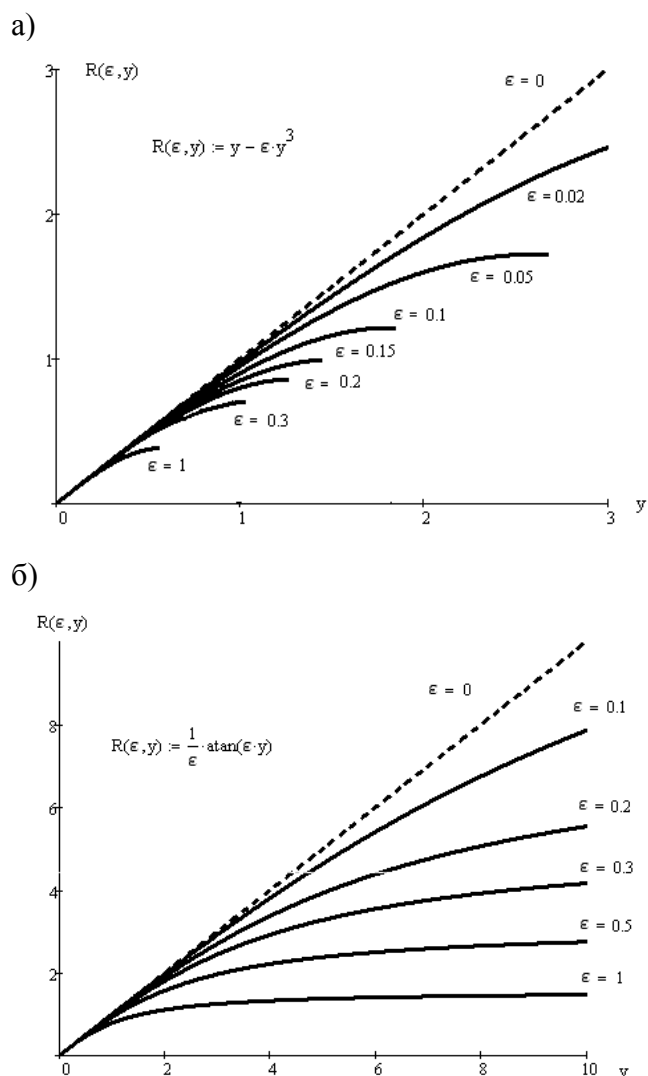


Рис. 1. Зависимости восстанавливающей силы: а) степенная б) тригонометрическая

Диаграммы деформирования, полученные из экспериментов, необходимо сравнить с диаграммами деформирования, для разных коэффициентов нелинейности  $\varepsilon$  (см. рис. 1). Рассмотрим для диаграммы, скелетная кривая которой описывается уравнением,

$$R(y) = \frac{a}{\varepsilon} \cdot \arctg \varepsilon y.$$

Имеем участки «нагрузки-разгрузки». 0-1, 2-3, 4-5 – нагружение, 1-2, 3-4 – разгрузка, подчиненная линейному закону (рис.2).

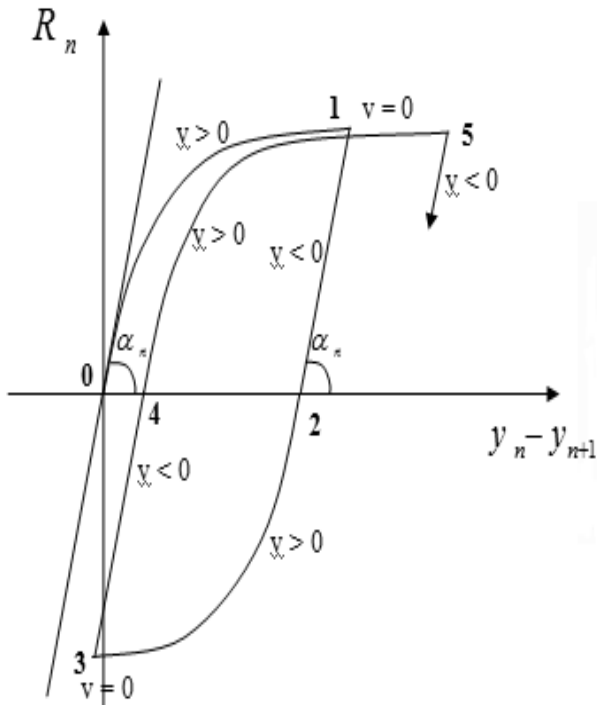


Рис. 2а. Описание гистерезиса: участки гистерезиса;

Уравнение движения системы на участке 0-1 имеет вид:

$$y_1'' + \frac{2\pi}{T} \alpha y_1' + \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 \frac{1}{\varepsilon} \arctg \varepsilon y = -y_0''(t); \quad (1)$$

Если для какого-нибудь уравнения системы выполняется условие

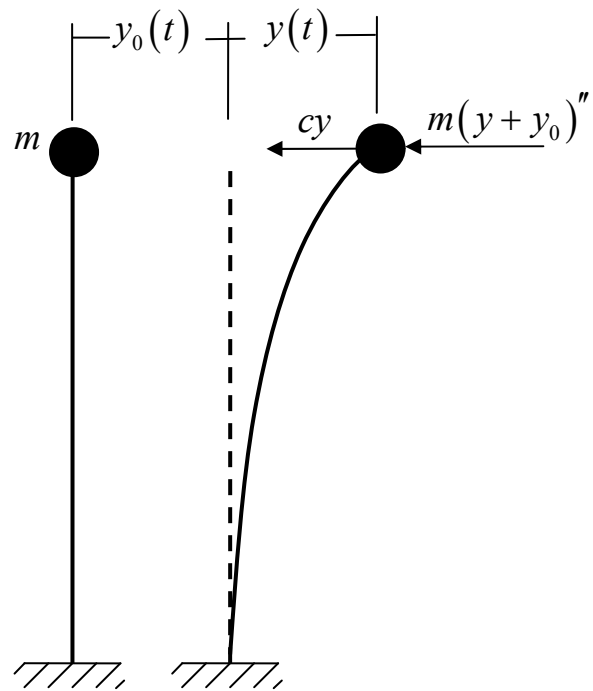


Рис.2б расчетная динамическая модель сооружения. (Здесь  $v$  - скорость деформирования).

$$(y'_{k,1} - y'_{k-1,1}) = 0, \quad (2)$$

то это уравнение переходит в стадию разгрузки 1 – 2 и будет иметь вид

$$y_2'' + \frac{2\pi}{T} \alpha y_2' + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \left[ \frac{y_2 - y_2(t_1) + \frac{1}{\varepsilon} \arctg \varepsilon y_1(t_1)}{\varepsilon} \right] = -y_0''(t); \quad (3)$$

где  $t=t_1$  - момент времени, когда выполняется условие (2)

В момент времени  $t=t_2$  уравнение переходит в стадию нагружения по ветви 2-3 и имеет вид

$$y_3'' + \frac{2\pi}{T} \alpha y_3' + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{1}{\varepsilon} \arctg \varepsilon [y_3 - y_2(t_2)] = -y_0''(t); \quad (4)$$

Если для уравнения в момент времени  $t=t_3$  выполняется условие  $y'_{c_3} - y'_{n-1,3} = 0$ , то оно переходит в стадию обратной нагрузки 3-4 и имеет вид

$$y_4'' + \frac{2\pi}{T} \alpha y_4' + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot [y_4 - y_3(t_3)] + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{1}{\varepsilon} \arctg \varepsilon [y_3(t_3) - y_2(t_2)] = -y_0''(t); \quad (5)$$

Полная разгрузка происходит при условии

$$\frac{2\pi}{T} \alpha y_4' + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 [y_4 - y_3(t_3)] + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{1}{\varepsilon} \arctg \varepsilon [y_3(t_3) - y_2(t_2)] = 0; \quad (6)$$

При выполнении условия (6) в момент времени  $t=t_4$  начинается второй цикл колебаний. Для стадии 4-5 имеем уравнение

$$y_5'' + \frac{2\pi}{T} \alpha y_5' + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{1}{\varepsilon} \arctg \varepsilon [y_5 - y_4(t_4)] = -y_0''(t); \quad (7)$$

При выполнении условий  $t'_{k,5} - t'_{k-1,5} = 0$  происходит переход уравнений по схеме (5) → (4) → (3) → (2) → (1) и т. д.

Таким образом, реализуется учет физической нелинейности в работе конструкций. [5]

Рассмотрим колебания одномассовой системы, рассчитанной с учетом развития неупругих деформаций:

На рис.3 и рис.4 приведены перемещения системы при различных способах описания диаграммы деформирования. Можно отметить рост перемещений по сравнению упругой системой.

В работе представлены также результаты расчетов трехэтажного каркасного здания на сейсмическое воздействие с учетом упруго-пластической работы материала, а так же линейной работы материала. Рассмотрим получившиеся результаты.

На рис.5 приведена расчетная динамическая модель трехэтажного каркасного здания.

Расчеты были проведены на акселерограмму Бухарестского 1977 г. (рис. 6) и Газлийского 1976 г. (рис. 7) землетрясений. Можно заметить, что в системе происходит перераспределение усилий, демпфирование колебаний и уменьшение усилий по сравнению с упругими колебаниями.

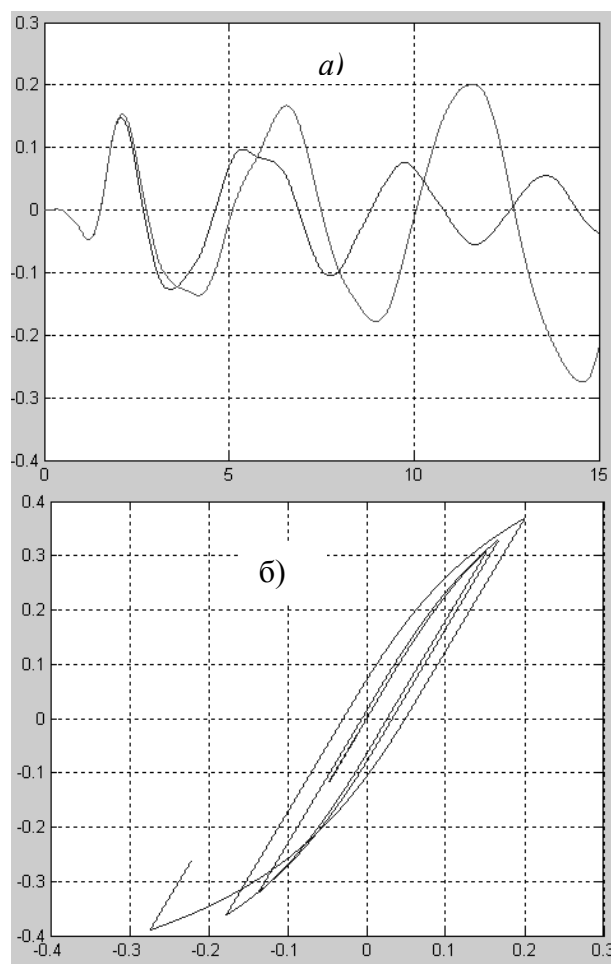


Рис. 3/ Анализ тригонометрической диаграммы: а) перемещения: красным – нелинейные, синим – линейные колебания. б) реализуемая диаграмма деформирования.

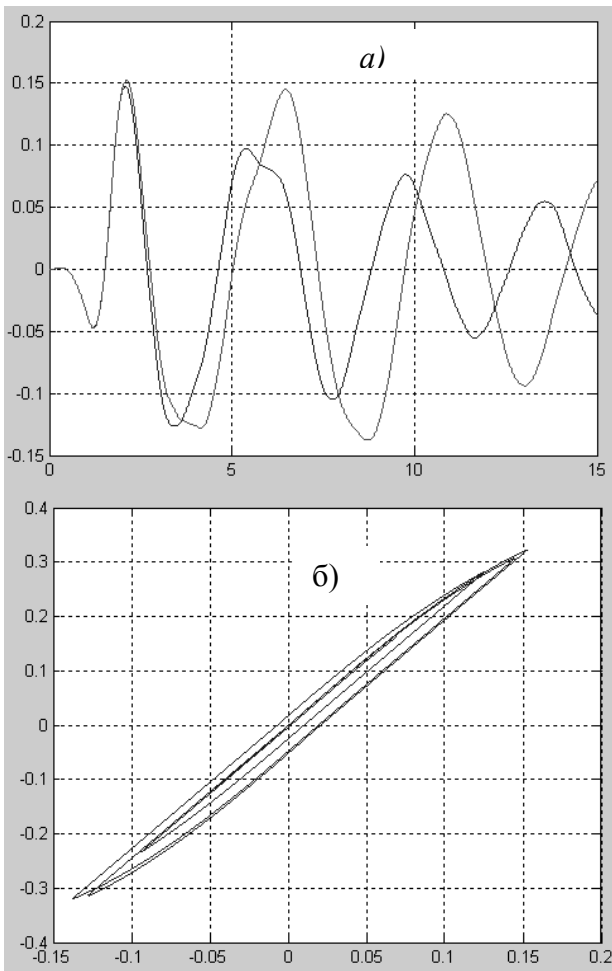


Рис. 4. Анализ степенной (кубической) диаграммы: а) перемещения: красным – нелинейные, синим – линейные колебания. б) реализуемая диаграмма деформирования.

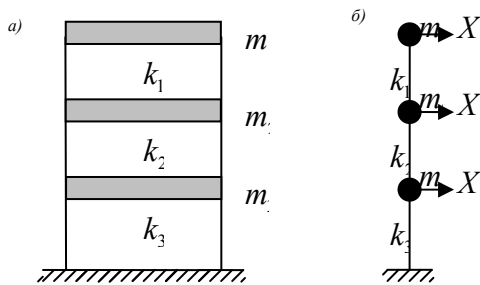


Рис. 5. Трехмассовая система: а) расчетная схема. б) расчетно-динамическая модель.

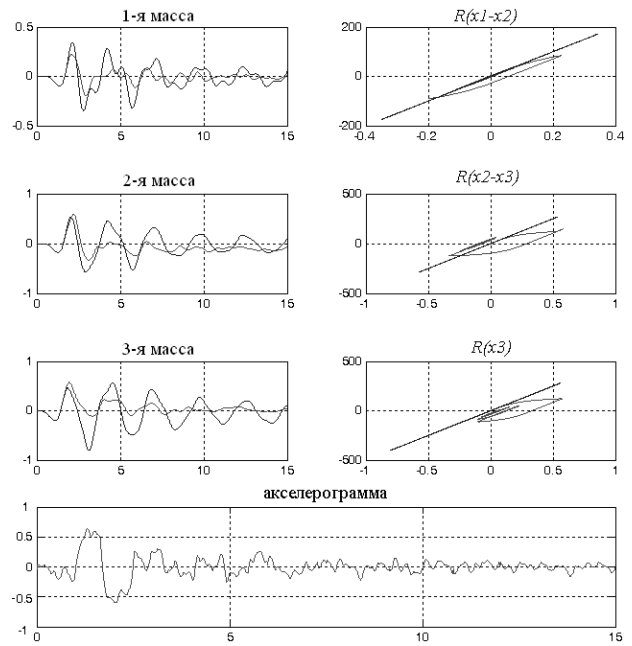


Рис. 6. Результаты расчета трехмассовой системы на акселерограмму IS019 (графики перемещения этажей): красным цветом упруго-пластический, синим линейный расчеты.

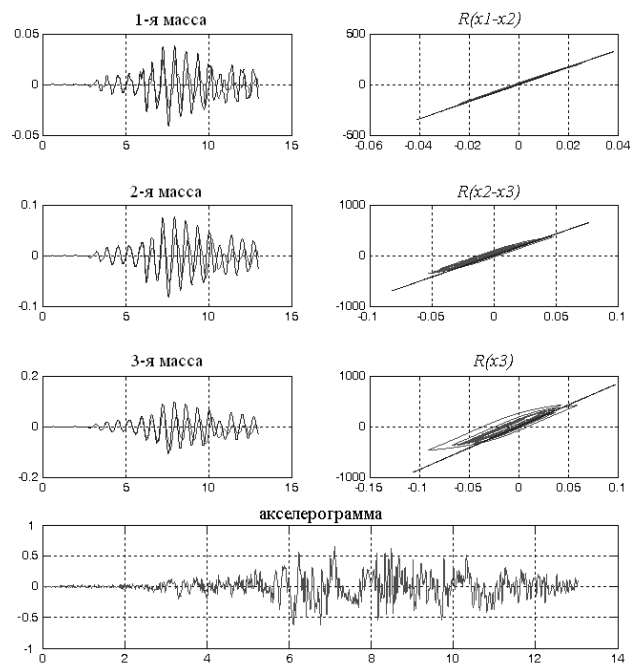


Рис. 7. Результаты расчета трехмассовой системы на акселерограмму IS001 (графики перемещения этажей): красным цветом упруго-пластический, синим линейный расчеты.

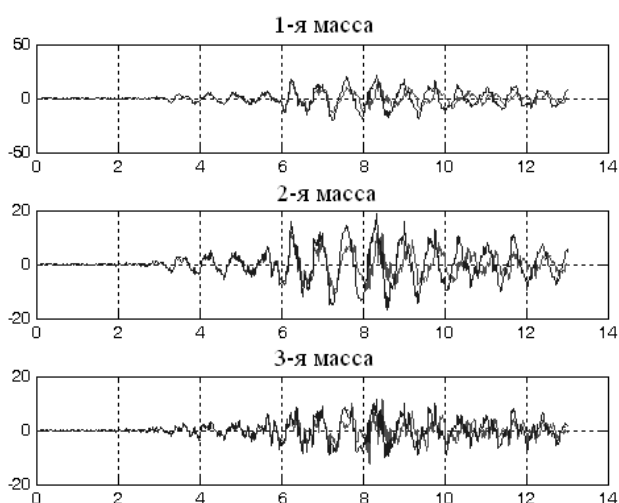


Рис. 8/ Результаты расчета трехмассовой системы на акселерограмму IS001 (графики ускорений этажей): красным цветом упруго-пластический, синим линейный расчеты.

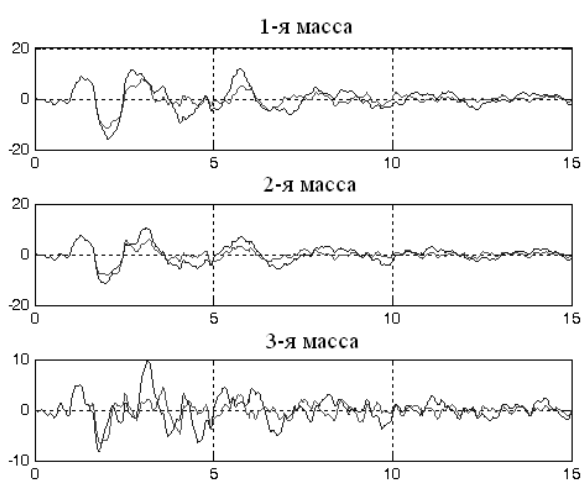


Рис. 9. Результаты расчета трехмассовой системы на акселерограмму IS019 (графики ускорений этажей): красным цветом упруго-пластический, синим линейный расчеты.

На рис. 8 и рис. 9 приведены графики ускорений соответствующих этажей и также замечаем, что ускорения этажей получаются меньше, если учитывать развитие пластических деформаций в работе конструкций. Этот факт отражен в СНиП 2-7-81 [4]. Однако в СНиП записано, что уменьшать сейсмическую нагрузку на здания и сооружения не-

обходимо за счет введения коэффициента  $K_1$ , который принимает значения от 0.12 до 1, настоящие исследования этого не подтверждают.

Были также проанализированы разные диаграммы деформирования: тригонометрическая и степенная. Установлено, что использование данных теоретических диаграмм деформирования, при правильном подборе нелинейных параметров этих диаграмм, не ведет к расхождению результатов.

При учете упруго-пластических свойств в работе элементов конструкции наблюдаются такие эффекты, как: увеличение перемещений, уменьшение ускорений, а, следовательно, и сейсмических сил. Хотя в некоторых случаях это не так. [6]

Разработанная методика позволит адекватно представить динамику поведения сооружения с учетом нелинейных эффектов.

Дальнейшие исследования в этом направлении предполагается проводить в рамках дифференцированных моделей. Настоящие же исследования проводились для интегральных моделей.

В заключение авторы обращают внимание на то, что актуальность пересмотра методов и подходов к расчетам на сейсмические воздействия очевидна. Региональные зависимости  $\beta_i(T_i)$  (коэффициент динамичности) как показывает практика расчетов, на самом деле не является огибающей спектров, и должны иметь иной вид. Поэтому ограничиваться лишь спектральным методом недопустимо, в расчетах высотных, уникальных и ответственных сооружений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ньюмарк Н., Розенблюет Э. Основы сейсмостойкого строительства. – М.: Стройиздат, 1980. – 344 с.
2. Перельмутер А.В., Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Фиалко С.Ю., Маляренко А.А. Опыт реализации проекта МСН СНГ «Строительство в сейсмиче-

ских районах» в программной системе SCAD. // Материалы к докладу на V Российской национальной конференции по сейсмостойкому строительству и сейсмическому районированию, Сочи, 22-26 сентября 2003 г.

3. **Ржевский В.А.** Сейсмостойкость зданий в условиях сильных землетрясений. – Ташкент: «ФАН», 1990. – 260 с.
4. СНиП II-7-81. Строительство в сейсмических районах. М.: Госстрой, 1981, 129 с.
5. **Хачиян Э.Е.** Сейсмические воздействия на высотные здания и сооружения. – Ереван: «Айастан», 1973. – 328с.
6. **Хачиян Э.Е., Амбарцумян В.А.** Динамические модели сооружений в теории сейсмостойкости. – М.: Наука, 1981. – 204 с.

---

Джинчвелашвили Гурам Автандилович, к.т.н., проф. кафедры «Сопrotивление материалов» ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, Москва, Ярославское ш. 26, e-mail: guram2004@yandex.ru

Колесников Алексей Викторович, аспирант кафедры «Сопrotивление материалов» ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, Москва, Ярославское ш. 26, e-mail: heallex@yandex.ru

Шаметай Алмаринда Астрит, аспирантка кафедры «Сопrotивление материалов» ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, Москва, Ярославское ш. 26

Урожаев Александр Валерьевич, аспирант кафедры «Сопrotивление материалов» ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, Москва, Ярославское ш. 26

## АНАЛИЗ АКУСТИЧЕСКИХ МОД КОЛЕБАНИЙ КОНСОЛИ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

*М.С. Хлыстунов, Ж.Г. Могилюк*

ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** В статье проводится сравнительный анализ конечно-элементных и акустических моделей волнового распространения динамических нагрузок и способов расчета резонансных частот для различных мод колебаний консольно закрепленного стержня.

**Ключевые слова:** стержневые конструкции, одномерные конструкции, консольный стержень, динамические нагрузки, пружинный маятник, конечно-элементные модели, акустические модели, моды колебаний, продольная мода, сдвиговая мода, изгибная мода

## THE CONSOLE OSCILLATIONS ACOUSTIC MODES ANALYSIS AT DYNAMIC LOADINGS

*Mihail S. Hlystunov, Zhanna G. Mogiljuk*

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** In article is carried the certainly-element and acoustic models comparative analysis of dynamic loadings wave distribution and resonant frequencies calculation ways for the console oscillations various modes. In article is investigated the console rod various oscillation modes resonant frequencies calculation error in his finite-element dynamic model.

**Key words:** rod designs, console one-dimensional designs, dynamic loadings, a spring pendulum, certainly-element models, acoustic models, acoustic modes, longitudinal modes, shift modes, flexure modes

Развитие теории и методов математического моделирования на современном этапе вплотную подошло к проблеме алгоритмизации и модального анализа динамических моделей строительных конструкций, учитывающих многомодовый волновой характер распространения динамических перемещений и напряжений [1-5].

Настоящая статья относится к серии публикаций авторов по фундаментальным вопросам метрологической корректности алгоритмизации модальных математических моделей и многомодовых динамических процессов в конструкциях.

С целью конкретизации рассмотрим схемы и модели реализации резонансных явлений для различных мод возбуждения консольно закрепленного стержня, являющегося одним из

элементарных звеньев многозвенных стержневых конструкций.

В случае реализации волнового процесса в консольном стержне без затухания или с достаточно слабым затуханием в зависимости от способа и вида динамической нагрузки в стержне может быть возбуждено не менее 4 основных мод колебаний или акустических резонансных явлений, включая продольные, сдвиговые, торсионные и изгибные. На рис. 1 приведена конечно-элементная модель возбуждения продольных колебаний стержня в виде пружинного маятника с одной степенью свободы.

Резонансная частота конечно-элементной модели в виде пружинного маятника на рис. 1 с одной степенью свободы и при отсутствии

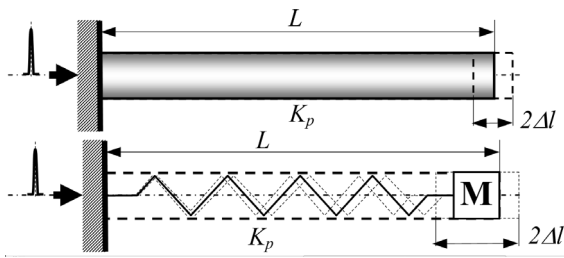


Рисунок 1

затухания определяется из дифференциального уравнения

$$M\Delta\ddot{l} + K_p\Delta l = 0 \quad (1)$$

и равна

$$\omega_{p1кэ} = \sqrt{\frac{K_p}{M}} \quad (2)$$

Откуда циклический период резонанса определяется по формуле:

$$T_{p1кэ} = \frac{1}{f_{p1кэ}} = \frac{2\pi}{\omega_{p1кэ}} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K_p}} \quad (3)$$

Так как масса консоли равна

$$M = \rho SL, \quad (4)$$

а жесткость

$$K_p = \frac{L}{SE}, \quad (5)$$

где  $\rho, E, S, L$  – соответственно, плотность и модуль Юнга материала, площадь сечения и длина стержня.

Учитывая, что на низких частотах скорость продольных волн в стержне равна

$$c_p = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (6)$$

формулу (3) для циклического периода резонанса конечно-элементной модели в виде

пружинного маятника можно представить в виде

$$T_{p1кэ} = 2\pi\sqrt{\frac{\rho SLL}{SE}} = 2\pi L\sqrt{\frac{\rho}{E}} = \frac{2\pi L}{c_p} \quad (7)$$

Акустический подход к определению частоты или периода основного продольного резонанса консольного стержня позволяет значительно проще вычислить период резонанса, который должен быть равен четырем временам пробега продольной волны вдоль главной оси стержня: (1)

$$T_{p1а} = 4\tau_{p1L} = 4\frac{L}{c_p} \quad (8)$$

Отличие значений периода резонанса для конечно-элементной и акустической (реальной) модели определяется отношением или относительным расхождением:

$$k_o = \frac{T_{p1кэ}}{T_{p1а}} = \frac{2\pi L}{c_p(3)4L} \times \frac{c_p}{4L} = \frac{\pi}{2} = 1,57, \quad (9)$$

из которого (9) следует, что согласно расчетам по простейшей конечно-элементной модели период основного продольного резонанса превышает более чем на 57% реальный, соответствующий классическим акустическим расчетам по формуле (8).

Учитывая существенное расхождение значений резонансных периодов (9), рассмотрим более сложную конечно-элементную модель консольного стержня с большим числом конечных элементов, вплоть до бесконечного. На рис.2 изображена конечно-элементная «пружинная» модель консольного стержня, состоящая из шести пружинных маятников.

Положим минимальное время прохождения продольной волной каждого из шести маятников равным четверти парциального периода его резонанса, то есть когда смежные массы можно считать неподвижными, а колебание его массы достигает первого максимума.

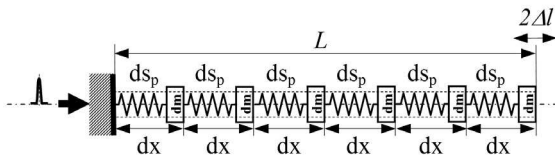


Рисунок 2

Так как период резонанса для внутренних масс (элементарных пружинных маятников) модели будет равен

$$T_p = \frac{1}{f_p} = \frac{2\pi}{\omega_p} = 2\pi \sqrt{\frac{dm}{2dk_p}} = \pi \sqrt{2dm ds_p}, \quad (10)$$

где  $ds_p = 1/dk_p$  - податливость пружинного подвеса, например, между двумя неподвижными массами, обратная по величине значению жесткости такого подвеса.

Тогда для внутренних масс время прохождения динамического воздействия через элементарный пружинный маятник, то есть достижения максимальной амплитуды колебаний, будет равно

$$dt_{pви} = \frac{1}{4} T_{pви} = \frac{1}{4} \pi \sqrt{2dm ds_p} = \pi \sqrt{dm ds_p}, \quad (11)$$

а для массы на свободном конце стержня (с одной пружиной  $ds_p$ )

$$dt_{pсв} = \frac{1}{4} T_{pсв} = \frac{1}{2} \pi \sqrt{dm ds_p}. \quad (12)$$

С учетом (11) и (12) суммарное время прохождения динамической нагрузки (волны) от заделки до свободного конца стержня будет определяться суммой:

$$\tau_{p6кэ} = \sum_{i=1}^6 dt_{pi} = \left( \frac{5\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} \right) \pi \sqrt{dm ds_p} \quad (13)$$

или после аналогичных цепочке (4)-(7) преобразований

$$\tau_{p6кэ} = \left( \frac{5\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{dx}{c_p} = 7,1 \frac{dx}{c_p} = 1,19 \frac{L}{c_p}. \quad (14)$$

Тогда для шестиэлементной модели относительное расхождение (9) уменьшится до 18,7% :

$$k_{о6} = \frac{T_{p6кэ}}{T_{pa}} = \frac{4 \times 1,187L}{c_p} \times \frac{c_p}{4L} = 1,187. \quad (15)$$

Однако, если предположить существование некоей виртуальной пружины  $ds_p$  на свободном конце стержня, то тогда расхождение  $k_o$  уменьшится уже до 11%:

$$\tilde{\tau}_{p6кэ} = \sum_{i=1}^6 dt_{pi} = \frac{6\pi\sqrt{2}}{4} \sqrt{dm ds_p} = 1,11 \frac{L}{c_p}, \quad (16)$$

$$\tilde{k}_{о6} = \frac{\tilde{T}_{p6кэ}}{T_{pa}} = \frac{4 \times 1,11L}{c_p} \times \frac{c_p}{4L} = 1,11. \quad (17)$$

Вместе с тем введение некоей виртуальной пружины противоречит физической сущности метода конечных элементов, является искусственным и некорректным приемом.

Рассмотри предельные возможности метода и конечно-элементной модели на рис. 3 с бесконечным ( $n \rightarrow \infty$ ) числом элементов (элементарных пружинных маятников).

Тогда время распространения динамической нагрузки вдоль оси стержня будет определяться выражением:

$$\tau_{pnкэ} = \sum_{i=1}^n dt_{pi} = \frac{(n-1)\sqrt{2}}{4} \pi \sqrt{dm ds_p} + \frac{1}{2} \pi \sqrt{dm ds_p} = \left( \frac{(n-1)\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{L}{nc_p}. \quad (18)$$

Численное значение времени распространения динамической нагрузки вдоль модели стержня в пределе  $n \rightarrow \infty$  будет равно

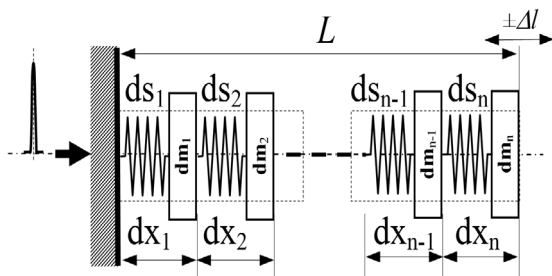


Рисунок 3

$$\tau_{\text{рнкэ}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n-1)\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{L}{nc_p} = \frac{\sqrt{2}}{4} \pi \frac{L}{c_p} = 1,11 \frac{L}{c_p}, \quad (19)$$

а расхождение не превысит 11%. Если ввести по аналогии с (16) виртуальную пружину на свободном конце стержня, то тогда

$$\tilde{\tau}_{\text{рнкэ}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n\sqrt{2}}{4} \right) \pi \frac{L}{nc_p} = \frac{\sqrt{2}}{4} \pi \frac{L}{c_p} = 1,11 \frac{L}{c_p}, \quad (20)$$

то есть расхождение также составит порядка 11% и существенно не улучшит расхождение.

Таким образом точность вычисления основной резонансной частоты продольной моды колебаний консольного стержня по его конечно-элементной динамической модели принципиально не может превысить 11%.

Данный вывод сохраняется и для других мод колебаний стержня.

Например, при чистом динамическом сдвиге и возбуждении в стержне поперечной акустической моды (s) с поляризацией, перпендикулярной главной оси стержня, как показано на рис.4, в выражении (19) следует заменить скорость продольной волны  $c_p$  на скорость сдвиговой  $c_s$ .

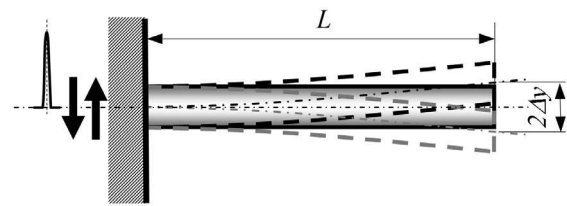


Рисунок 4

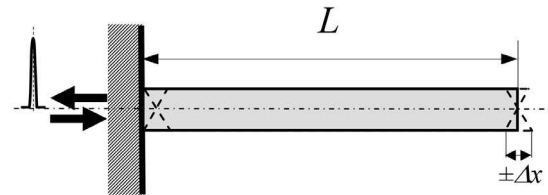


Рисунок 5

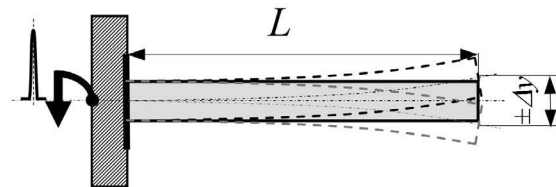


Рисунок 6

При этом численное значение расхождения периода (21) или частоты резонанса конечно-элементной модели и реального акустического резонанса в предельном случае сохранит свое значение порядка 11%.

Аналогичное (21) расхождение имеет место и при возбуждении резонансных колебаний для других поперечных акустических мод: толщино-сдвиговой (tt) на рис.5 и изгибной (f) на рис.6.

$$\tau_{\text{снкэ}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n-1)\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{L}{nc_s} = \frac{\sqrt{2}}{4} \pi \frac{L}{c_s} = 1,11 \frac{L}{c_s}, \quad (21)$$

На рис.5 показаны деформации стержня для основного резонанса толщино-сдвиговой (tt) поперечной акустической моды возбуждения с поляризацией, вдоль главной оси.

На рис.6 показаны деформации стержня при возбуждении основного резонанса изгибной ( $f$ ) поперечной акустической моды с поляризацией, перпендикулярной главной оси стержня.

Численное значение расхождения периода резонанса конечно-элементной модели и реального акустического резонанса для толщинно-сдвиговой ( $tt$ ) поперечной акустической моды возбуждения с поляризацией, вдоль главной оси будет составлять 11%:

$$\tau_{ttкэ} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n-1)\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{L}{nc_{tt}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4} \pi \frac{L}{c_{tt}} = 1,11 \frac{L}{c_{tt}}. \quad (22)$$

Численное значение расхождения периода резонанса конечно-элементной модели и реального акустического резонанса стержня для изгибной ( $f$ ) моды возбуждения с вертикальной поляризацией будет также составлять 11%:

$$\tau_{fкэ} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n-1)\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{L}{nc_f} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4} \pi \frac{L}{c_f} = 1,11 \frac{L}{c_f}. \quad (23)$$

Несмотря на корректность выполненного расчетного моделирования, следует учитывать ограниченное подобие, собственно, самой конечно-элементной расчетной модели акустического (динамического) процесса в виде последовательно соединенных  $n$  элементарных пружинных маятников.

Однако, учитывая стабильность предельно минимального расхождения этой модели, с одной стороны, и наличие широко распространенных и сертифицированных программных комплексов типа Лиры, SKAD, Nostran и др., имеет смысл использование их для динамических расчетов с введением динамического коэффициента по частоте, рав-

ного коэффициенту расхождения. При этом необходимо учитывать, что локальные деформации отдельных участков стержня могут отставать по фазе от действующих динамических нагрузок.

С приемлемой точностью количественные значения резонансной частоты и коэффициента затухания, а, следовательно, и параметры расчетной модели стержня для различных мод колебаний могут быть установлены по данным лабораторных или натурных динамических испытаний натурального образца стержня.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бреховских Л.М.** Волны в слоистых средах. – М.: Наука, 1973. – 343 с.
2. **Скучик Е.** Простые и сложные колебательные системы. – М.: МИР, 1971. – 558 с.
3. **Тимошенко С.П.** Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1967. – 444с.
4. **Хлыстунов М.С., Могилюк Ж.Г.** Геоэкологическая эффективность микросейсмических процессов в неоднородных основаниях. Журнал «Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений». – М.: ВНИИТПИ, №3, 2003, с. 16
5. Ультразвук. Под ред. И.П. Галямина. – М.: Советская энциклопедия, 1979. – 400 с.

---

Хлыстунов Михаил Сергеевич, профессор, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, Москва, Ярославское ш. 26, e-mail: onilkgkmgusu@mail.ru

Могилюк Жанна Геннадиевна, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, Москва, Ярославское ш. 26, e-mail: onilkgkmgusu@mail.ru

Mihail S. Hlystunov, DSc, Professor, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, e-mail: onilkgkmgusu@mail.ru

Zhanna G. Mogiljuk, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, e-mail: onilkgkmgusu@mail.ru

## ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАСТИНЧАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ УСЛОВИЯ ЖЕСТКОСТИ

*А.А. Черняев*

ФГБОУ ВПО «Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс», г. Орел, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** Рассматривается задача вариантного проектирования пластинчатых конструкций из условия жесткости. По заданному значению максимального прогиба подбираются варианты геометрических структур, имеющих одинаковый (заданный) прогиб. Для решения задачи используется подход геометрических методов строительной механики, при этом в качестве геометрического критерия сравнения «правильности» или «симметричности» форм пластинок используется новый аргумент – отношение внутреннего к внешнему конформных радиусов, подсчитанных для областей ограниченных их контуром.

**Ключевые слова:** пластинчатые конструкции, геометрическое моделирование, условие жесткости, максимальный прогиб, отношение конформных радиусов

## GEOMETRICAL MODELLING LAMELLAR DESIGNS FROM THE RIGIDITY CONDITION

*Andrew A. Chernyev*

State University – Educational-Science-Production Complex, Oryol, RUSSIA

**ABSTRACT:** Is considered the problem of alternative design of lamellar designs from a rigidity condition. On a preset value of the maximum deflection options of the geometrical structures having an identical (set) deflection steal up. For the solution of a task is used the approach of geometrical methods of building mechanics, thus as geometrical criterion of comparison of «correctness» or «symmetry» of forms of plates is used the new argument – the relation internal to external the conformal radiuses which have been counted up for areas limited their contour.

**Key words:** lamellar designs, geometrical modeling, rigidity condition, maximal deflection, relation of conformal radiuses,

### ВВЕДЕНИЕ

Вариантное проектирование является важным этапом в создании экономичных конструкций, в том числе пластинчатых [1], где одним из основных критериев является условие жесткости [2]. В настоящее время для расчета и моделирования конструкций используют различные, конечно-элементные, программы для ЭВМ [3]. Однако в решении задач вариантного проектирования и оптимизации, связанных с выбором формы (варьировании геометрических параметров) конст-

рукции их применение становится затруднительным.

Этого недостатка лишены геометрические методы строительной механики [4, 5]. Сущность, которых заключается в том, что изменение искомых решений в двумерных задачах оценивается по некоторой геометрической характеристике, служащей критерием «правильности» или «симметричности» [6] формы плоской области (пластинки). Как показали исследования [7, 8] в качестве такого критерия наиболее эффективно использовать отношение конформных радиусов.

Рассмотрим использование результатов работ [7, 8] в решении задачи вариантного проектирования пластинчатых конструкций из условия жесткости.

### 1. КОНФОРМНЫЕ РАДИУСЫ И ИХ ОТНОШЕНИЕ

Формулы для нахождения внутреннего  $\dot{r}$  и внешнего  $\bar{r}$  конформных радиусов для ряда односвязных областей с выпуклым контуром имеют вид [9, 10]:

– для круга радиуса  $a$

$$\dot{r} = a, \bar{r} = a; \quad (1)$$

– для правильных  $n$ -угольников

$$\dot{r} = \frac{\tilde{A}(1-1/n)}{2^{1-\frac{2}{n}} \tilde{A}\left(\frac{1}{2}\right) \tilde{A}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n}\right)} L, \quad (2)$$

$$\bar{r} = \frac{\tilde{A}(1+1/n)}{2^{1+\frac{2}{n}} \tilde{A}\left(\frac{1}{2}\right) \tilde{A}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{n}\right)} L, \quad (3)$$

где  $n$  – число сторон;  $L$  – здесь и далее, периметр;  $\Gamma(x)$  – здесь и далее, Г-функция (Гамма-функция);

– для произвольных треугольников с углами  $\pi\alpha, \pi\beta, \pi\gamma$

$$\dot{r} = 4\pi \cdot f(\alpha)f(\beta)f(\gamma) \cdot \rho, \quad (4)$$

где 
$$f(x) = \frac{1}{\tilde{A}(x)} \left\{ \frac{x^x}{(1-x)^{1-x}} \right\}^{1/2};$$

$\rho$  – радиус описанного круга,

$$\bar{r} = A/\pi\dot{r}, \quad (5)$$

где  $A$  – площадь;

– для равнобедренных треугольников с  $\alpha = \beta$  выражения (4) и (5) примут вид

$$\dot{r} = 4\pi \cdot f^2(\alpha)f(\gamma) \cdot \rho; \quad (6)$$

$$\bar{r} = \frac{ctg\alpha \cdot h^2}{\pi\dot{r}}, \quad (7)$$

где  $\alpha$  – равный угол при основании;  $h$  – высота;

– для прямоугольных треугольников с  $\alpha = \pi/2$  выражение (5) примет вид

$$\bar{r} = \frac{\sin 2\alpha \cdot c^2}{4\pi\dot{r}}, \quad (8)$$

где  $\alpha$  – угол при гипотенузе;  $c$  – гипотенуза;

– для ромбов с углом  $\pi\alpha$

$$\dot{r} = \frac{\pi^{1/2}}{\tilde{A}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \tilde{A}\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} L, \quad (9)$$

$$\bar{r} = \frac{\pi^{1/2}}{8\tilde{A}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right) \tilde{A}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)} L; \quad (10)$$

– для эллипсов с полуосями  $a$  и  $b$  ( $a \geq b$ )

$$\dot{r} = \bar{r} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} q^{n(n+1)} \right\}^{-1} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q^{n^2} \right\}^{-1}, \quad (11)$$

где  $q = (a-b)^2 / (a+b)^2$ ,

$$\bar{r} = \frac{a+b}{2}; \quad (12)$$

– для прямоугольников со сторонами  $a$  и  $b$  ( $a \geq b$ )

$$\dot{r} = \frac{2}{\pi} b \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q^{n^2} \right)^{-2}, \quad (13)$$

где  $q = e^{-\pi a/b}$ ,

$$\begin{cases} \frac{a}{\bar{r}} = \pi \cos^2 \alpha \sum_{k=0}^{\infty} \frac{((2k-1)!)^2}{2^{2k} (k+1)! k!} \cos^{2k} \alpha; \\ \frac{b}{\bar{r}} = \pi \sin^2 \alpha \sum_{k=0}^{\infty} \frac{((2k-1)!)^2}{2^{2k} (k+1)! k!} \sin^{2k} \alpha, \end{cases} \quad (14)$$

где  $\alpha$  – аргумент комплексных чисел (точек окружности, образами которых при конформном отображении служат вершины прямоугольника);  $(-1)!! = 1$ .

По формулам (1)...(14) в работах [7, 8] были подсчитаны значения конформных радиусов и их отношения  $\dot{r}/\bar{r}$  и построены графики зависимости  $\dot{r}/\bar{r}$  от характерного для каждой фигуры геометрического параметра (рис. 1–7).

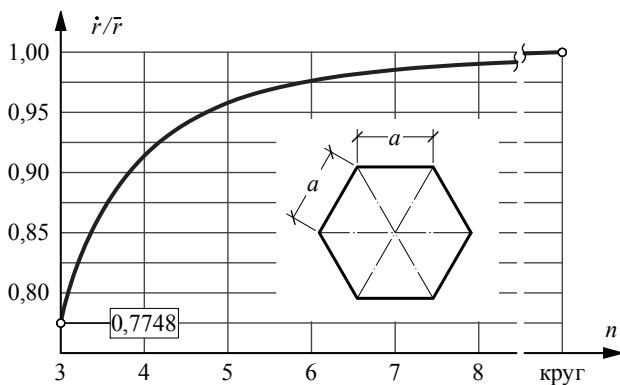


Рисунок 1. График  $\dot{r}/\bar{r} = f(n)$  для правильных многоугольников

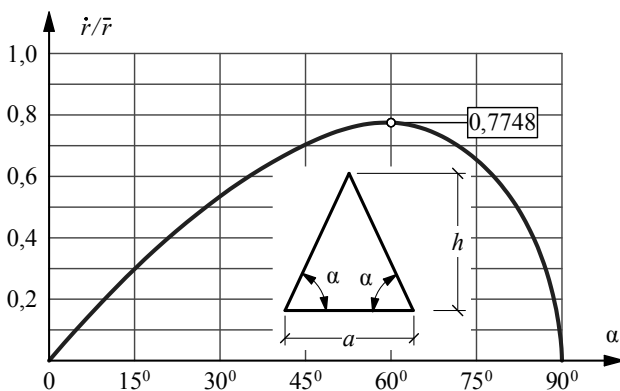


Рисунок 2. График  $\dot{r}/\bar{r} = f(\alpha)$  для равнобедренных треугольников

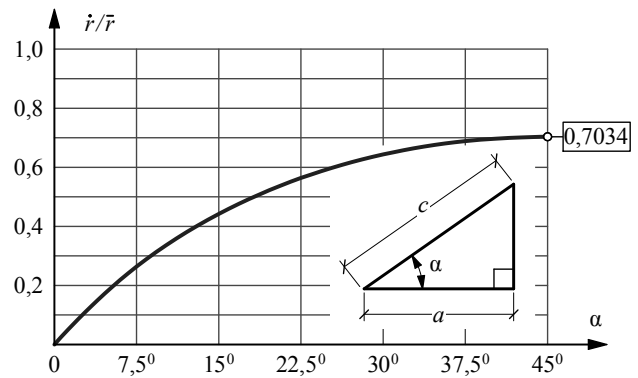


Рисунок 3. График  $\dot{r}/\bar{r} = f(\alpha)$  для прямоугольных треугольников

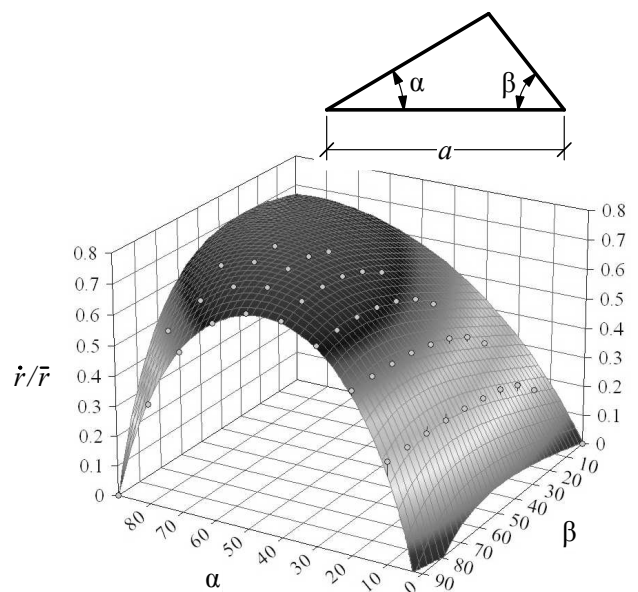


Рисунок 4. График  $\dot{r}/\bar{r} = f(\alpha; \beta)$  для произвольных треугольников

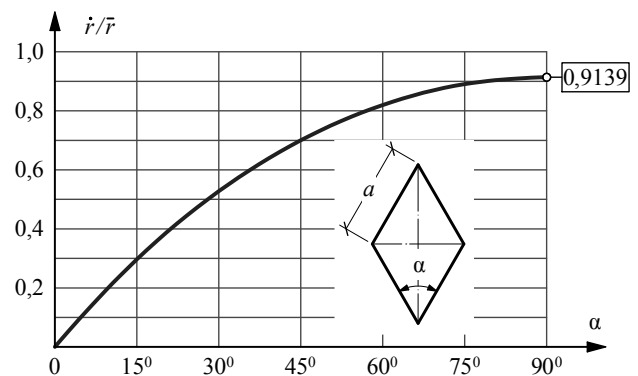


Рисунок 5. График  $\dot{r}/\bar{r} = f(\alpha)$  для ромбов

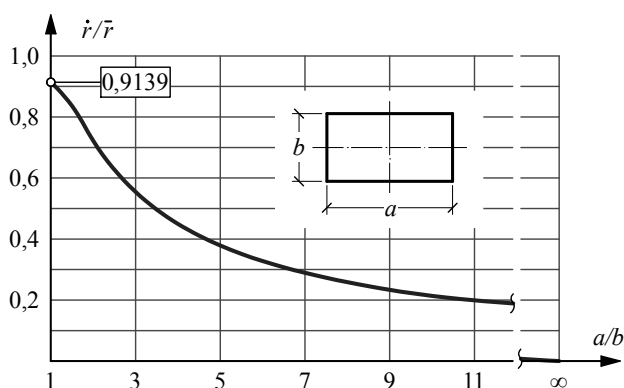


Рисунок 6. График  $\dot{r}/\bar{r} = f(a/b)$  для прямоугольников

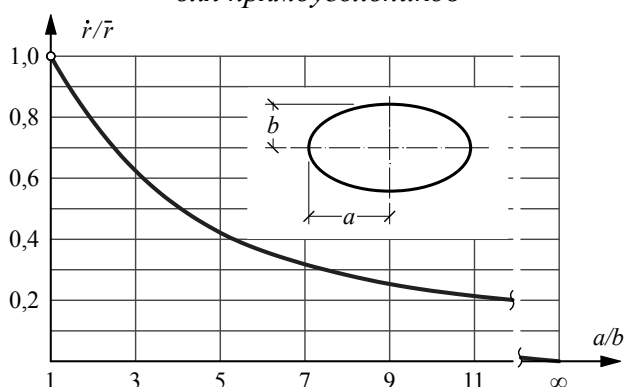


Рисунок 7. График  $\dot{r}/\bar{r} = f(a/b)$  для эллипсов

В работе [8] были построены аналогичные графические зависимости для параллелограммов и трапеций (рис. 8–10).

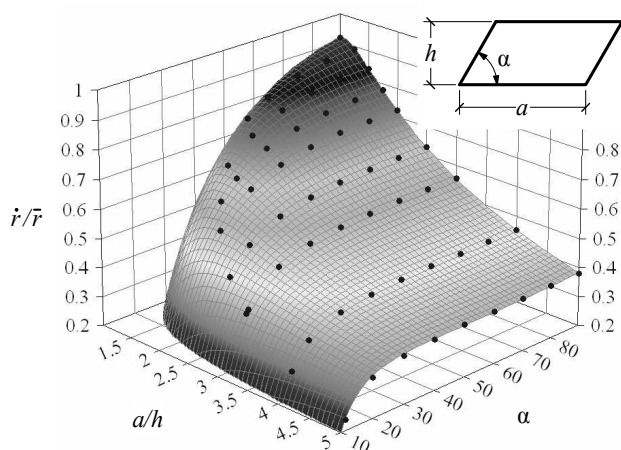


Рисунок 8. График  $\dot{r}/\bar{r} = f(a/h; \alpha)$  для параллелограммов

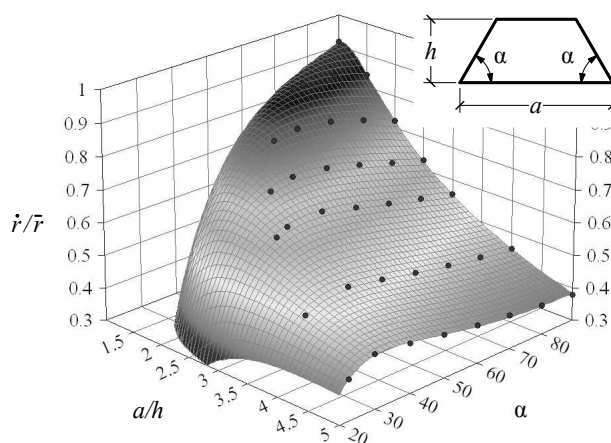


Рисунок 9. График  $\dot{r}/\bar{r} = f(a/h; \alpha)$  для равнобедренных трапеций

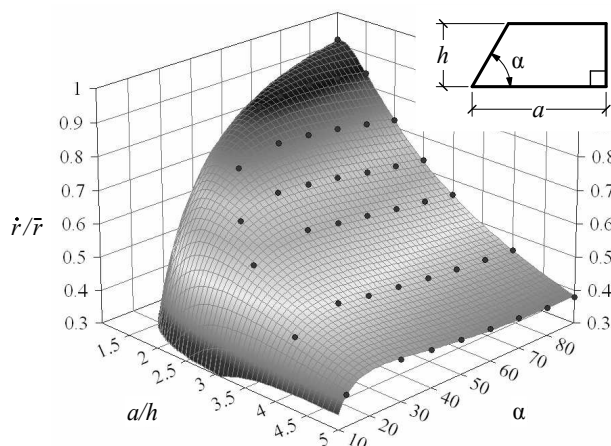


Рисунок 10. График  $\dot{r}/\bar{r} = f(a/h; \alpha)$  для прямоугольных трапеций

## 2. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ АНАЛОГИЯ МАКСИМАЛЬНОГО ПРОГИБА ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ ПЛАСТИНОК С ОТНОШЕНИЕМ КОНФОРМНЫХ РАДИУСОВ

В работе [7] была установлена физико-математическая аналогия максимального прогиба  $w_0$  при поперечном изгибе пластинок с отношением конформных радиусов  $\dot{r}/\bar{r}$ , основанная на вариационном представлении собственного значения дифференциального уравнения свободных колебаний пластинок,

конформном представлении внутренности ее области при отображении на единичный круг и математической аналогии задач свободных колебаний и поперечного изгиба пластинок:

$$w_0 \leq k \frac{\dot{r}}{\bar{r}} \cdot \frac{qA^2}{D}, \quad (15)$$

где  $k$  – числовая константа, зависящая от вида граничных условий и обращающая выражение (15) в равенство: для круглой пластинки в случае жесткого защемления ( $k = 1,583 \cdot 10^{-3}$ ) и для правильной  $n$ -угольной пластинки с  $n \rightarrow \infty$  в случае шарнирного опирания ( $k = 6,180 \cdot 10^{-3}$ );  $q$  – интенсивность равномерно распределенной по всей площади нагрузки;  $A$  – площадь пластинки;  $D$  – цилиндрическая жесткость.

Из выражения (15) следует, что при заданных параметрах  $q$ ,  $A$ ,  $D$  и граничных условиях пластинки отношение  $\dot{r}/\bar{r}$  выступает в качестве единственного аргумента, однозначно определяющего верхнюю оценку максимального прогиба пластинки. Другими словами, отношение конформных радиусов  $\dot{r}/\bar{r}$  является геометрическим аналогом максимального прогиба. Это означает, что, не решая известного дифференциального уравнения эллиптического типа четвертого порядка, описывающего задачу поперечного изгиба пластинок [11], а, рассматривая лишь геометрическую задачу, связанную с анализом изменения отношения  $\dot{r}/\bar{r}$  при изменении геометрических параметров и формы пластинок, можно оценивать качественную и количественную стороны изменения максимального прогиба.

Как показали исследования [7] неравенство (15) позволяет получать приемлемые оценки лишь для пластинок по форме близкой к правильной, поэтому оно было заменено следующим выражением

$$w_0 = k_w \cdot \frac{qA^2}{D}, \quad (16)$$

где  $k_w = f(\dot{r}/\bar{r})$  – функциональный коэффициент пропорциональности, зависящий кроме как от отношения  $\dot{r}/\bar{r}$ , определяющего «правильность» или «симметричность» пластинки [6], еще и от вида граничных условий; этот коэффициент представляет решение максимального прогиба в общем виде. В работе [7] были построены графические зависимости « $k_w - \dot{r}/\bar{r}$ » (рис. 11, 12).

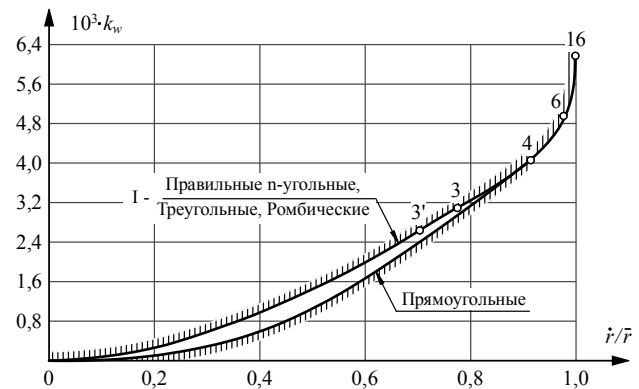


Рисунок 11. Кривые « $k_w - \dot{r}/\bar{r}$ » для шарнирно опертых пластинок

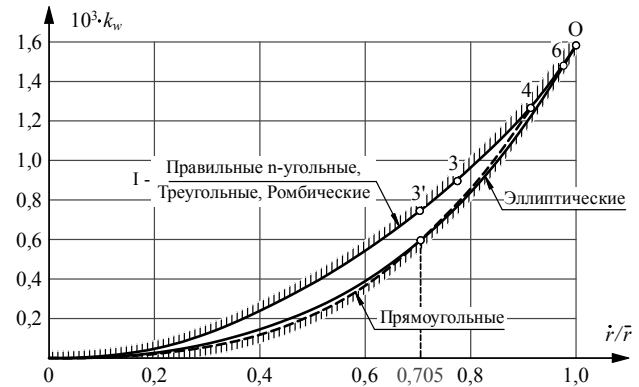


Рисунок 12. Кривые « $k_w - \dot{r}/\bar{r}$ » для жестко защемленных пластинок

На рис. 11, 12 точкам 3, 4, 6, 16 соответствуют правильные 3-х, 4-х, 6-ти, 16-ти-угольные пластинки, точке 3' – равнобедренная прямоугольная треугольная пластинка, точке О – круглая пластинка. Кривая I кроме указанных форм пластинок, объединяет решения для всех многоугольных пластинок, стороны которых касаются вписанной окружности.

Эта закономерность основана на возможности представления площади  $A$  областей указанных форм пластинок через внутренний  $\dot{r}$  и внешний  $\bar{r}$  конформный радиусы

$$A = \pi \dot{r} \bar{r} . \quad (17)$$

Для правильных  $n$ -угольных и ромбических областей равенство (17) следует из выражений для  $\dot{r}$  и  $\bar{r}$  как данных, которые выводятся из формулы Э.Б. Кристоффеля – Г.А. Шварца, для треугольных установлено Х.Р. Хиги [9].

### 3. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАСТИНЧАТЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ УСЛОВИЯ ЖЕСТКОСТИ

Рассмотрим применение приведенных графических зависимостей «  $k_w - \dot{r}/\bar{r}$  » (рис. 11, 12) в решении задачи вариантного проектирования пластинчатых конструкций [1] из условия жесткости [2] в следующей постановке. Задано ограничение на величину максимального прогиба, требуется подобрать варианты геометрических структур пластинчатой конструкции, имеющих одинаковый прогиб.

Решение будет осуществляться в следующей последовательности:

1 для заданного значения прогиба  $k_w$  и случая граничных условий определяется отношение конформных радиусов  $\dot{r}/\bar{r}$  для пластинок простых форм [6];

2 по полученным значениям отношения  $\dot{r}/\bar{r}$  определяются геометрические параметры, однозначно определяющие форму пластинок; на основании изопериметрических свойств максимального прогиба [8] из пластинок простых форм с использованием геометрических преобразований строятся пластинки сложных форм (в их числе рассмотрим параллелограммные и трапециевидные) [6];

3 полученные пластинки приводятся к равной (единичной) площади  $A$ .

При реализации 1-го пункта в числе пластинок простых форм будем рассматривать: равнобедренные и прямоугольные треугольные, ромбические, прямоугольные, равнобедренные и прямоугольные трапециевидные, стороны которых касаются вписанной окружности. Прогиб будем задавать в общем виде  $k_w$  из (16), при его значениях в различных интервалах будет получаться ограниченное количество форм пластинок (рис. 13).

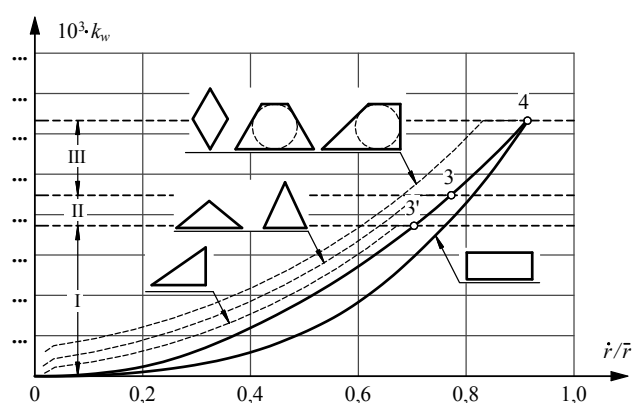


Рисунок 13. К определению интервалов  $k_w$

Укажем граничные значения интервалов I, II и III (рис. 13) [7]:

а) в случае шарнирного опирания

$$\begin{aligned} \text{I} & (0 < k_w < 2,647), \\ \text{II} & (2,647 < k_w < 3,101), \\ \text{III} & (3,101 < k_w < 4,082); \end{aligned} \quad (18)$$

б) в случае жесткого защемления

$$\begin{aligned} \text{I} & (0 < k_w < 0,743), \\ \text{II} & (0,743 < k_w < 0,900), \\ \text{III} & (0,900 < k_w < 1,267), \end{aligned} \quad (19)$$

получаемые при этом формы пластинок понятны из рис. 13.

Значение прогиба  $k_w$  удобно задавать принадлежащим некоторой конкретной пластинке, например прямоугольной. Тогда решаемая задача приобретает наглядный смысл, заключающийся в том, что для пластинки заданной

формы подбираются пластинки других форм имеющих тот же прогиб.

По данным работы [7] были получены следующие аналитические зависимости  $\dot{r}/\bar{r} = f(k_w)$ :

а) в случае шарнирного опирания  
– для всех многоугольных пластинок, стороны которых касаются вписанной окружности (кривая I на рис. 11)

$$\dot{r}/\bar{r} = \frac{a + c(k_w) + e(k_w)^2 + g(k_w)^3 + i(k_w)^4}{1 + b(k_w) + d(k_w)^2 + f(k_w)^3 + h(k_w)^4}, \quad (20)$$

где  $a = 1,7782 \cdot 10^{-7}$ ;  $b = 642,213$ ;  $c = 65,8841$ ;  $d = -35,1155$ ;  $e = 252,217$ ;  $f = -55,355$ ;  $g = -104,047$ ;  $h = 10,4976$ ;  $i = 13,2927$ ;

– для прямоугольных пластинок (рис. 11)

$$\dot{r}/\bar{r} = \frac{a + c(k_w) + e(k_w)^2 + g(k_w)^3 + i(k_w)^4}{1 + b(k_w) + d(k_w)^2 + f(k_w)^3 + h(k_w)^4}, \quad (21)$$

где  $a = -1,58894 \cdot 10^{-10}$ ;  $b = 14,3253$ ;  $c = 4,24001$ ;  $d = -2,58351$ ;  $e = 3,09933$ ;  $f = 12,4021$ ;  $g = 2,74603$ ;  $h = 0,764689$ ;  $i = 2,61861$ ;

б) в случае жесткого защемления  
– для всех многоугольных пластинок, стороны которых касаются вписанной окружности (кривая I на рис. 12)

$$\dot{r}/\bar{r} = \frac{a + c(k_w) + e(k_w)^2 + g(k_w)^3}{1 + b(k_w) + d(k_w)^2 + f(k_w)^3 + h(k_w)^4}, \quad (22)$$

где  $a = 2,17515 \cdot 10^{-7}$ ;  $b = 45,7395$ ;  $c = 10,5561$ ;  $d = 12,7187$ ;  $e = 47,5686$ ;  $f = -18,8131$ ;  $g = -23,2691$ ;  $h = 2,05783$ ;

– для прямоугольных пластинок (рис. 12)

$$\dot{r}/\bar{r} = \frac{a + c(k_w) + e(k_w)^2 + g(k_w)^3}{1 + b(k_w) + d(k_w)^2 + f(k_w)^3}, \quad (23)$$

где  $a = 2,495 \cdot 10^{-6}$ ;  $b = 325,305$ ;  $c = 47,6527$ ;  $d = 3028,26$ ;  $e = 1763,16$ ;  $f = 842,185$ ;  $g = 1723,39$ .

Для реализации 2-го пункта по данным работы [8] были получены следующие аналитические зависимости:

– для равнобедренных треугольных пластинок с  $\alpha < 60^\circ$  (рис. 2)

$$\alpha = \frac{a + c(\dot{r}/\bar{r}) + e(\dot{r}/\bar{r})^2 + g(\dot{r}/\bar{r})^3}{1 + b(\dot{r}/\bar{r}) + d(\dot{r}/\bar{r})^2 + f(\dot{r}/\bar{r})^3}, \quad (24)$$

где  $a = -0,00229219$ ;  $b = -2,74062$ ;  $c = 45,0052$ ;  $d = 2,22685$ ;  $e = -108,002$ ;  $f = -0,457652$ ;  $g = 64,49524$ ;

– для равнобедренных треугольных пластинок с  $\alpha > 60^\circ$  (рис. 2)

$$\alpha = \frac{a + c(\dot{r}/\bar{r}) + e(\dot{r}/\bar{r})^2}{1 + b(\dot{r}/\bar{r}) + d(\dot{r}/\bar{r})^2}, \quad (25)$$

где  $a = 89,337$ ;  $b = -2,1422$ ;  $c = -200,74$ ;  $d = 1,1054$ ;  $e = 110,65$ ;

– для прямоугольных треугольных пластинок (рис. 3)

$$\alpha = \frac{a + c(\dot{r}/\bar{r}) + e(\dot{r}/\bar{r})^2 + g(\dot{r}/\bar{r})^3}{1 + b(\dot{r}/\bar{r}) + d(\dot{r}/\bar{r})^2 + f(\dot{r}/\bar{r})^3}, \quad (26)$$

где  $a = -0,0510992$ ;  $b = -3,31244$ ;  $c = 23,5417$ ;  $d = 3,48106$ ;  $e = -61,7136$ ;  $f = -1,12653$ ;  $g = 40,3408$ ;

– для ромбических пластинок (рис. 5)

$$\alpha = \frac{a + c(\dot{r}/\bar{r}) + e(\dot{r}/\bar{r})^2 + g(\dot{r}/\bar{r})^3}{1 + b(\dot{r}/\bar{r}) + d(\dot{r}/\bar{r})^2 + f(\dot{r}/\bar{r})^3}, \quad (27)$$

где  $a = 0,12297$ ;  $b = -2,46238$ ;  $c = 43,437$ ;  $d = 1,87056$ ;  $e = -89,5233$ ;  $f = -0,408444$ ;  $g = 45,8106$ ;

– для прямоугольных пластинок (рис. 6)

$$\lambda = \frac{a + c(\dot{r}/\bar{r}) + e(\dot{r}/\bar{r})^2}{1 + b(\dot{r}/\bar{r}) + d(\dot{r}/\bar{r})^2 + f(\dot{r}/\bar{r})^3}, \quad (28)$$

где  $a = -47,047$ ;  $b = -25,966$ ;  $c = 84,59$ ;  $d = 37,929$ ;  $e = -36,516$ ;  $f = -12,037$ ;  $\lambda = a/b$ .

– для равнобедренных трапециевидных пластинок, стороны которых касаются вписанной окружности (рис. 14, а)

$$\alpha_1 = \frac{a + c(\dot{r}/\bar{r}) + e(\dot{r}/\bar{r})^2 + g(\dot{r}/\bar{r})^3}{1 + b(\dot{r}/\bar{r}) + d(\dot{r}/\bar{r})^2 + f(\dot{r}/\bar{r})^3}, \quad (29)$$

где  $a = -2,7016$ ;  $b = -1,8941$ ;  $c = 64,3350$ ;  $d = 0,7554$ ;  $e = -116,20$ ;  $f = 0,1337$ ;  $g = 53,897$ .

– для прямоугольных трапециевидных пластинок, стороны которых касаются вписанной окружности (рис. 14, б)

$$\alpha_1 = \frac{a + c(\dot{r}/\bar{r}) + e(\dot{r}/\bar{r})^2}{1 + b(\dot{r}/\bar{r}) + d(\dot{r}/\bar{r})^2 + f(\dot{r}/\bar{r})^3}, \quad (30)$$

где  $a = -9,5188$ ;  $b = 1,1283$ ;  $c = 82,060$ ;  $d = -4,8923$ ;  $e = -76,328$ ;  $f = 2,7174$ .

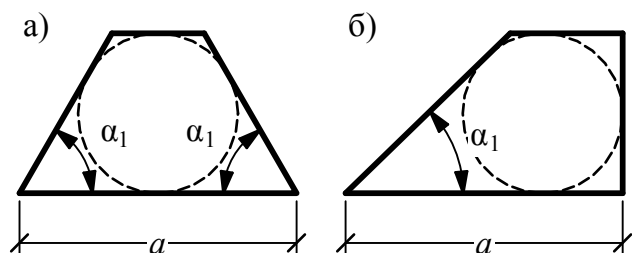


Рисунок 14. К определению угла  $\alpha_1$  для равнобедренных (а) и прямоугольных (б) трапециевидных пластинок, стороны которых касаются вписанной окружности

Для реализации 3-го пункта были получены следующие выражения:

– для равнобедренных треугольных пластинок (рис. 2)

$$a = \sqrt{\frac{A}{0,25 \cdot tg\alpha}}; \quad (31)$$

– для прямоугольных треугольных пластинок (рис. 3)

$$a = \sqrt{\frac{A}{0,5 \cdot tg\alpha}}; \quad (32)$$

– для ромбических пластинок (рис. 5)

$$a = \sqrt{\frac{A}{2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}}; \quad (33)$$

– для прямоугольных пластинок с  $\lambda = a/b$  (рис. 6)

$$a = \sqrt{A \cdot \lambda}; \quad (34)$$

– для равнобедренных трапециевидных пластинок, стороны которых касаются вписанной окружности (рис. 14, а)

$$a = \sqrt{\frac{A}{tg\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) \cdot \left(1 - tg\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) ctg\alpha_1\right)}}; \quad (35)$$

– для прямоугольных трапециевидных пластинок, стороны которых касаются вписанной окружности (рис. 14, б)

$$a = \sqrt{\frac{A \cdot \left(1/tg\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) + 1\right)}{2 \cdot \left(1 - \frac{ctg\alpha_1}{1/tg\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) + 1}\right)}}; \quad (36)$$

– для параллелограммных пластинок с  $\lambda = a/h$  (рис. 8)

$$a = \sqrt{A \cdot \lambda}; \quad (37)$$

– для равнобедренных трапециевидных пластинок (рис. 9)

$$a = \frac{A}{h} + \frac{h}{\operatorname{tg}\alpha}; \quad (38)$$

– для прямоугольных трапециевидных пластинок (рис. 10)

$$a = \frac{A}{h} + 0,5 \frac{h}{\operatorname{tg}\alpha}. \quad (39)$$

#### 4. ПРИМЕР РАСЧЕТА

Покажем реализацию предложенной методики на следующем примере. Закрепление пластинок в составе пластинчатой конструкции – шарнирное, ограничение максимального прогиба при равномерном поперечном нагружении по всей площади составляет  $k_w = 2,242$  из (16), что соответствует прямоугольной пластинке с отношением сторон  $\lambda = a/b = 2,2$  (рис. 15, а) [7]. Требуется подобрать варианты геометрических структур пластинчатой конструкции, имеющих такой же прогиб. Решение.

1 Значение  $k_w = 2,242$  принадлежит интервалу I (18), определяем отношение конформных радиусов  $\dot{r}/\bar{r}$  для пластинок соответствующих ему простых форм: для равнобедренных и прямоугольной треугольных, ромбической, равнобедренной и прямоугольной трапециевидных, стороны которых касаются вписанной окружности  $\dot{r}/\bar{r} = 0,6390$  по (20); для прямоугольной  $\dot{r}/\bar{r} = 0,6818$  по (21).

2 Определяем геометрические параметры, однозначно определяющие форму пластинок соответствующие полученным значениям  $\dot{r}/\bar{r}$ : для равнобедренных треугольных  $\alpha = 38,45^\circ$  по (24) (рис. 15, б) и  $\alpha = 75,70^\circ$  по (25) (рис. 15, в); для прямоугольной треугольной  $\alpha = 29,48^\circ$  по (26) (рис. 15, г); для ромбической  $\alpha = 39,13^\circ$  по (27) (рис. 15, д); для равнобедренной трапециевидной, стороны которой касаются вписанной окружности  $\alpha_1 = 37,77^\circ$  по (29) (рис. 15, е); для прямоугольной трапециевидной, стороны которой касаются

вписанной окружности  $\alpha_1 = 27,18^\circ$  по (30) (рис. 15, ж).

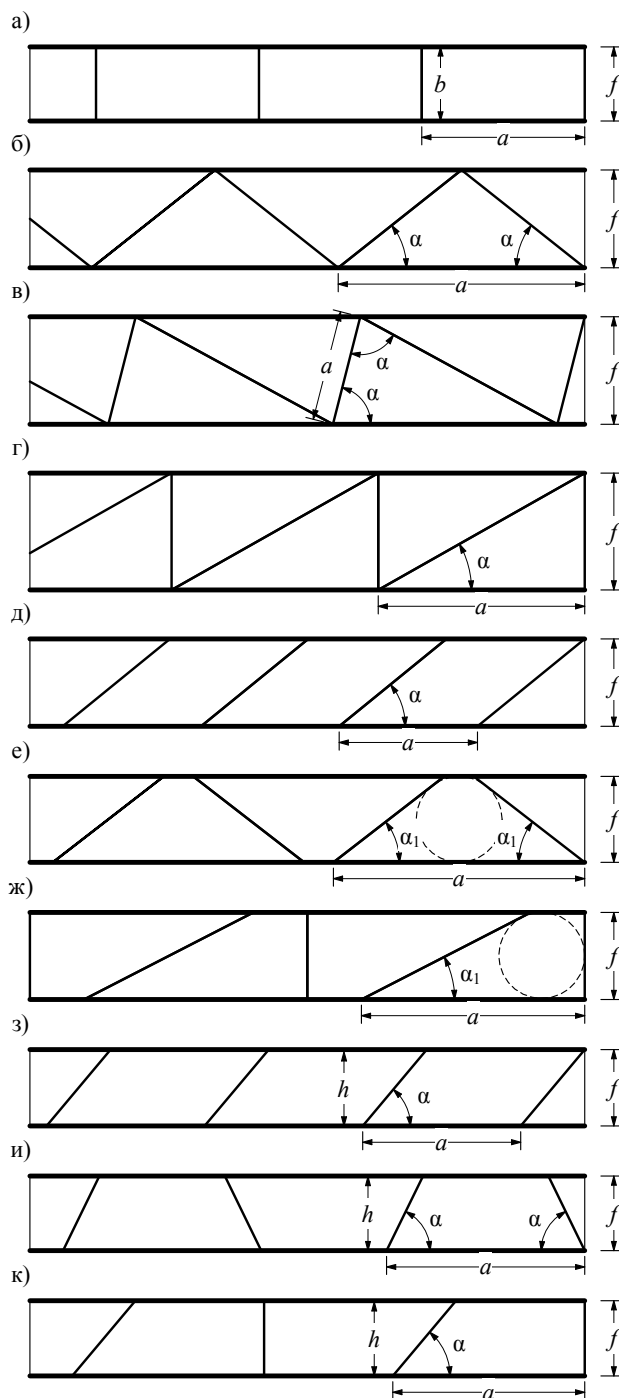


Рисунок 15. Пример подбора вариантов геометрических структур пластинчатой конструкции с шарнирным закреплением пластинок и прогибом  $k_w = 2,242$  из (16)

На основании изопериметрического свойства о двусторонней ограниченности значений максимального прогиба для параллелограммных пластинок значениями для ромбических и прямоугольных пластинок [8], в соответствии с [5] получим семейство параллелограммных пластинок из прямоугольной (рис. 15, а) и ромбической (рис. 15, д), имеющих заданный прогиб  $k_w$  (рис. 16).

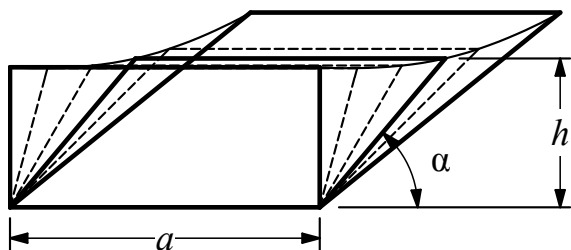


Рисунок 16. Получение семейства параллелограммных пластинок, имеющих заданный прогиб  $k_w$

Аналогично [5], получим семейство равнобедренных и прямоугольных трапециевидных пластинок, имеющих заданный прогиб  $k_w$  (рис. 17).

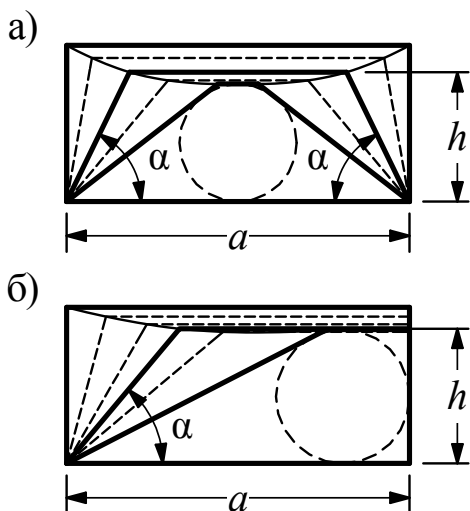


Рисунок 17. Получение семейства равнобедренных (а) и прямоугольных (б) трапециевидных пластинок, имеющих заданный прогиб  $k_w$

3 Определяем линейные геометрические параметры пластинок для приведения их к равной (единичной) площади: для равнобедренных треугольных  $a = 2,2445\sqrt{A}$  по (31) (рис. 15, б) и  $a = 1,0097\sqrt{A}$  по (31) (рис. 15, в); для прямоугольной треугольной  $a = 1,8809\sqrt{A}$  по (32) (рис. 15, г); для ромбической  $a = 1,2588\sqrt{A}$  по (33) (рис. 15, д); для равнобедренной трапециевидной, стороны которой касаются вписанной окружности  $a = 2,2878\sqrt{A}$  по (35) (рис. 15, е); для прямоугольной трапециевидной, стороны которой касаются вписанной окружности  $a = 2,0339\sqrt{A}$  по (36) (рис. 15, ж); для параллелограммной с  $\alpha = 50^\circ$  и  $a/h = 2,0704$  (рис. 16)  $a = 1,4389\sqrt{A}$  по (37) (рис. 15, з); для равнобедренной трапециевидной с  $\alpha = 65^\circ$ ,  $a = 1,2064$  и  $h = 0,4577$  (рис. 17, а)  $a = 0,21343 + A/0,4577$  по (38) (рис. 15, и); для прямоугольной трапециевидной с  $\alpha = 50^\circ$ ,  $a = 1,1779$  и  $h = 0,4618$  (рис. 17, б)  $a = 0,19375 + A/0,4618$  по (39) (рис. 15, к).

Здесь для примера выбраны всего по одной параллелограммной, равнобедренной и прямоугольной трапециевидным пластинкам (рис. 15, з–к) из семейств (рис. 16, 17).

Полученные варианты геометрических структур из пластинок равной (единичной) площади, показаны на рис. 15 соотнесенные в масштабе. Если задать линейные размеры  $a$  и  $b$  прямоугольной пластинке, значения нагрузки  $q$  и цилиндрической жесткости  $D$  из (16), то получим результаты в абсолютных значениях. Если по заданию ограничение максимального прогиба задано в абсолютном значении, то его следует привести к виду (16) и выполнять рассмотренную последовательность расчетов.

Приведенные в статье результаты справедливы для упругих изотропных жестких пластин средней толщины (пластинок) [11]:

$$D_{\min}/10 < t < D_{\min}/100, \quad (40)$$

где  $t$  – толщина пластинки,  $D_{\min}$  – минимальный габаритный размер в плане;  
 $w_0 \leq t/5$ , где  $w_0$  – максимальный прогиб.

## ВЫВОДЫ

1. Предложена методика выбора вариантов геометрических структур пластинчатой конструкции имеющих одинаковый (заданный) прогиб, основанная на использовании в качестве геометрического критерия сравнения «правильности» или «симметричности» [6] форм пластинок – отношение внутреннего к внешнему конформных радиусов, подсчитанных для областей ограниченных их контуром.
2. Методика была протестирована на многочисленных примерах расчета, отклонение прогибов пластинок в составе пластинчатой конструкции, полученных МКЭ от заданного по заданию значения не превышает  $\pm 3\%$ .
3. Предложенная методика будет реализована в разрабатываемом программном комплексе по геометрическому моделированию пластинчатых конструкций.
4. Приведенные результаты могут быть использованы в решении задач вариантного проектирования пластинчатых конструкций из условия жесткости.

## ЗАМЕЧАНИЕ

Работа выполнена в рамках Ведомственной программы Министерства образования и науки РФ «Разработка и развитие инженерных методов решения задач технической теории пластинок на основе принципов симметрии и геометрического моделирования их формы» (2012 – 2014 гг.), регистрационный номер 7.587.2011.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Лихтарников Я.М.** Вариантное проектирование и оптимизация стальных конструкций. – М.: Стройиздат, 1979. – 319 с.
2. **СНиП 2.01.07–85\***. Нагрузки и воздействия. – М.: изд-во стандартов, 1996. – 57 с.
3. **Абовский Н.П., Максимова О.М., Стерехова Б.А. и др.** Численное моделирование строительных конструкций и систем с использованием ЭВМ. – Красноярск: ИПК СФУ, 2008. – 36 с.
4. **Коробко В.И.** Изопериметрический метод в строительной механике. Теоретические основы изопериметрического метода. – М.: АСВ, 1997. – 396 с.
5. **Коробко А.В.** Геометрическое моделирование формы области в двумерных задачах теории упругости. – М.: АСВ, 1999. – 320 с.
6. **Коробко В.И., Коробко А.В.** Количественная оценка симметрии. – М.: АСВ, 2008. – 128 с.
7. **Коробко В.И., Черняев А.А.** Решение задач поперечного изгиба пластинок с использованием конформных радиусов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2011. – №6. – С. 16-22.
8. **Коробко В.И., Черняев А.А.** Отношение конформных радиусов – новый аргумент геометрических методов решения двумерных задач теории упругости // Вестник отделения строительных наук РААСН. – 2012. – Вып. 16. – Т. 1. – С. 149-161.
9. **Полиа Г., Сеге Г.** Изопериметрические неравенства в математической физике. – М.: КомКнига, 2006. – 336 с.
10. **Казанцев В.П., Золотов О.А., Долгополова М.В.** Электростатика на плоскости. Нормировка потенциала. Емкости уединенного проводника и линии относительно точки. Конформные радиусы // Вестник КрасГУ. Серия физ.-мат. науки. – 2005. – №1. – С. 32-38.

11. **Коробко В.И., Коробко А.В.** Строительная механика пластинок: Техническая теория. – М.: Спектр, 2010. – 410 с.
- 

Черняев Андрей Александрович, аспирант кафедры строительных конструкций и материалов архитектурно-строительного института ФГБОУ ВПО «Государственный университет – учебно-научно-производственный комплекс», 302006, Россия, г. Орел, ул. Московская, д. 77, тел./факс: 8(4862)73-43-95, e-mail: Chernyev87@yandex.ru.

Andrew A. Chernyev, Post-graduate student of Department Building designs and materials Architecturally-building institute State University – Educational-Science-Production Complex, 302006, Russia, Oryol, 77, Moscow St., Tel. (fax): 8(4862)73-43-95, e-mail: Chernyev87@yandex.ru.

## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЧАСОВОГО ПОТРЕБЛЕНИЯ ХОЛОДНОЙ И ГОРЯЧЕЙ ВОДЫ

*Е.Х. Кутайцева*

ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** В работе рассмотрены вопросы статистической обработки фактического часового потребления холодной и горячей воды в жилом здании г. Москвы.

**Ключевые слова:** водопотребление, жилое здание, статистика, критерии согласия, частотная характеристика, параметры распределения, параметрические критерии, непараметрические критерии

## NUMERICAL ANALYSIS OF COLD AND HOT WATER CONSUMPTION PER HOUR

*Elena Kh.Kitayzeva*

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** The paper addresses to the problem when normative and specified consumption of cold and hot water are overstated in respect to the actual consumption of the water. The overevaluation of cold water consumption at the design stage leads to increase of tube diameters (increase of capital costs) and during the operation period that can cause inefficient work of pump equipment. The overevaluation of hot water will result not only in increasing of piping diameter but also in increasing of heated area of heat exchanger, the maintenance costs will rise due to heat losses through thermal insulation of piping. The author presents the result of statical analysis of cold and hot water consumption per hour in apartment building in Moscow.

**Key words:** water consumption, residential building, statistics, frequency characteristics, distribution parameters, parametric criteria, non-parametric criteria

Одним из элементов интеллектуальных систем теплоснабжения по праву могут считаться счетчики горячей и холодной воды, количество установок которых постоянно растет. Экономическая выгода установки счетчика в квартирах жилых зданий стала настолько очевидна для населения, что необходимость в агитации практически пропала. Для удовлетворения потребностей населения достаточно считывать (автоматически или непосредственно) показания не чаще одного раза в месяц. Можно ли говорить об интеллектуальных системах, если “интеллект” этого элемента системы ограничивать выполнением только одной функции?  
В Москве существуют здания, все квартиры которых не только оборудованы водосчетчи-

ками холодной и горячей воды, но и информация о потреблении и работе системы автоматически передается в диспетчерский пункт, где обслуживающий персонал может просматривать текущие параметры. Программное обеспечение используется для сбора показаний счетчиков, отображения информации на графических планах объекта, построение графиков и таблиц, создание отчетов.  
Жильцов интересует собственное потребление, диспетчера – текущее состояние системы, а большой объем информации остается невостребованным, потому что разработчикам программного обеспечения задача не поставлена, так как ...см. начало абзаца.

Постараемся разобраться, что можно извлечь из почасового поквартирного учета потребления холодной и горячей воды:

Одновременность использования холодной и горячей воды разными квартирами одного здания;

Распределение потребления квартирами холодной (ХВ) и горячей воды (ГВ) в дневные и ночные часы будних и воскресных дней.

Распределение потребления зданием ХВ и ГВ в дневные и ночные часы будних и воскресных дней.

Казалось бы, зачем задавать эти вопросы, если ответы на них есть в нормативной и справочной литературе, но все знают, что нормативное потребление как холодной, так и горячей воды завышено, при этом вопрос, на сколько, остается открытым.

Завышение расчетных расходов ХВ на стадии проектирования приводит к увеличению диаметров трубопроводов (увеличение капитальных затрат), а в период эксплуатации может привести к неэффективной работе насосного оборудования. Для систем горячего водоснабжения завышение расчетных расходов приведет к завышению не только диаметров трубопроводов, но и к увеличению площадей нагрева теплообменников, эксплуатационные затраты возрастут за счет увеличения тепловых потерь через тепловую изоляцию трубопроводов.

Для решения поставленной задачи использовались данные коммерческого поквартирного учета жилого дома по адресу ул. Новоалексеевская, д.18, любезно предоставленные фирмой ZENNER.

В 12-этажном доме из 84 квартир в 2 квартирах не были установлены счетчики холодной и горячей воды, в 1 квартире не был установлен счетчик холодной воды, в 2 квартирах за весь период наблюдения отсутствовало потребление холодной и горячей воды. Эти 5 квартир не были включены в выборку. В [1] нормируется потребление холодной и горячей воды 1 жителем. Средняя заселенность квартиры по данным о количестве прописанных жителей рассматриваемого дома

составила 2 человека, изменяясь от 0 (8 квартир) до 7 человек (1 квартира). Поскольку количество реально проживающих людей определить не представлялось возможным, за единицу потребления была принята квартира. Период наблюдения составляет 41 день - с 1 января по 10 февраля 2006 г. Если для квартиры было зафиксировано нулевое суточное потребление, то из выборки удалялись все нулевые значения, соответствующие часам таких суток для данной квартиры. Минимальное количество квартир одновременно использовавших воду в течение 1 часа – равно 2 (или 3% от общего числа квартир), максимальное – 49 (или 64%).

Анализ данных позволил выделить ночные (минимальное количество квартир) и дневные часы, будние и воскресные дни. При дальнейшей обработке было принято, что ночные часы охватывают период с 2 до 6 часов для будних дней и с 3 до 8 часов для воскресных дней.

На рис. 1 и рис. 2 представлено частотное распределение одновременного использования соответственно ХВ и ГВ. Объем выборки составляет 164 и 820 соответственно для ночных и дневных часов. Характер распределения позволяет говорить о среднем количестве квартир, одновременно использующих воду в течение часа. Этот параметр составляет для потребления ХВ в ночные часы - 10 квартир (ГВ - 7 квартир), в дневные часы – 31 квартира (ГВ - 28 квартир).

Часовое потребление ХВ и ГВ квартирами представляет наибольший интерес, потому что этот отрезок времени чаще всего используется при расчетах. Нормативные показатели потребления ХВ и ГВ для зданий, к которым относится рассматриваемый объект, приведены в таблице 1. В связи с тем, что представленные фактические данные соответствуют потреблению ХВ и ГВ квартирами, количество жильцов в которых точно неизвестно, для возможности сопоставления фактического и реального потребления был проведен расчет в соответствии с [1]. Частично результаты расчета представлены в таблице 2.

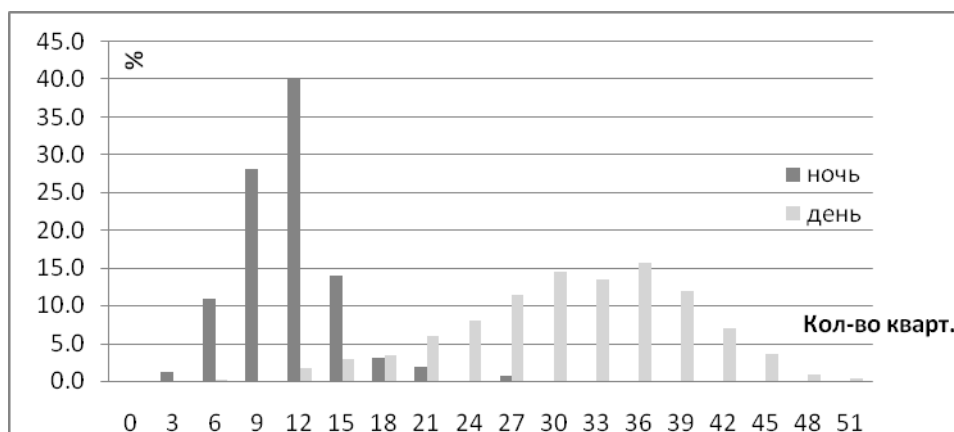


Рис. 1 Одновременность использования ХВ квартирами в дневные и ночные часы

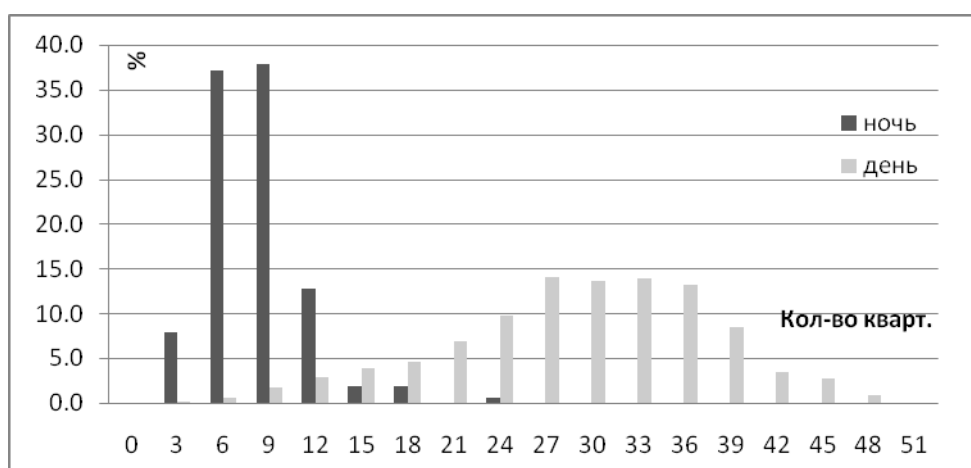


Рис. 2 Одновременность использования ГВ квартирами в дневные и ночные часы

Табл. 1. Нормативные показатели потребления холодной и горячей воды

Единица измерения	Норма расхода воды, л					
	в средние сутки		в сутки наибольшего водопотребления		в час наибольшего водопотребления	
	общий	горячей	общий	горячей	общий	горячей
1 житель	360	115	400	130	20	10,9

Табл. 2. Расчетное потребление холодной и горячей воды квартирами и зданием

Заселенность U	Кол-во квартир	Кол-во приборов N		В сутки наибольшего водопотребления	
		гор.	хол.	q, л/ч	
				гор.	хол.
1	23	3	4	280	265
2	27	3	4	349	331
7	1	3	4	595	542
163	84	252	336	3768	3338
140	70	210	280	3400	2989

В таблице 3 представлены основные параметры выборок (объем выборки, среднее арифметическое  $m$ , среднеквадратичное отклонение  $\sigma$ ) часового потребления ХВ и ГВ. Значения, указанные в верхних строках, соответствуют полной выборке для соответствующего периода, нижних – после исключения часов с зафиксированным нулевым

потреблением воды. Зафиксированный максимум потребления 570 л/ч холодной воды и 820 л/ч горячей воды квартирой превышает расчетное потребление (542 л/ч – ХВ и 595 л/ч – ГВ) квартирой, заселенностью 7 человек (см. табл. 2), но данные значения скорее можно отнести к аномальным.

Табл. 3. Основные параметры выборок часового потребления ХВ и ГВ квартирами.

Выборка	Параметр	ХВ	ГВ	Выборка	Параметр	ХВ	ГВ
день-будни	Объем выборки	45000	43500	день-воскр.	Объем выборки	16460	3184
	Min	0	0		Min	0	0
		10	10			10	10
	Max	570	760		Max	390	820
		570	760			390	820
	m	8,9	13,1		m	10,4	13,7
		22,6	37,7			24,3	37,9
	□	17,5	36.1		□	20,6	35,3
		22,4	53.2			26,4	50,4
ночь-будни	Объем выборки	9000	8700	ночь-воскр.	Объем выборки	3292	3184
	Min	0	0		Min	0	0
		10	10			10	10
	Max	230	590		Max	170	300
		230	590			170	300
	m	2,5	2,1		m	3,0	2,6
		19,6	38,9			19	33,4
	□	10,1	18.1		□	10,2	16,2
		23,2	67.9			20,1	48,4

Частотное распределение зафиксированного часового водоразбора ХВ и ГВ представлено на рис. 3 и рис. 4 (нулевые расходы удалены). Не смотря на внешнее сходство с экспоненциальным распределением, ни один из использованных критериев (Пирсона, Колмогорова-Смирнова и др.[2]) не подтвердил согласованности полученных результатов с экспоненциальным распределением с параметром  $\sigma = 1/m$ .

Как видно из данных, представленных на рис. 3 и 4, часовое потребление квартирами (независимо от их заселенности) как ХВ, так

и ГВ более 100 л/ч мало вероятно. В то же время расчетный расход для квартиры заселенностью 1 человек в сутки максимального водопотребления составляет соответственно 280 л/ч – горячей воды и 265 л/ч - холодной. Более 50% случаев составляет потребление квартирами 10 л/ч.

Использование непараметрического критерия рангов Манна-Уитни [3], подтвердило значимость различий в часовом потреблении в ночные и дневные часы, как для будних, так и воскресных дней.

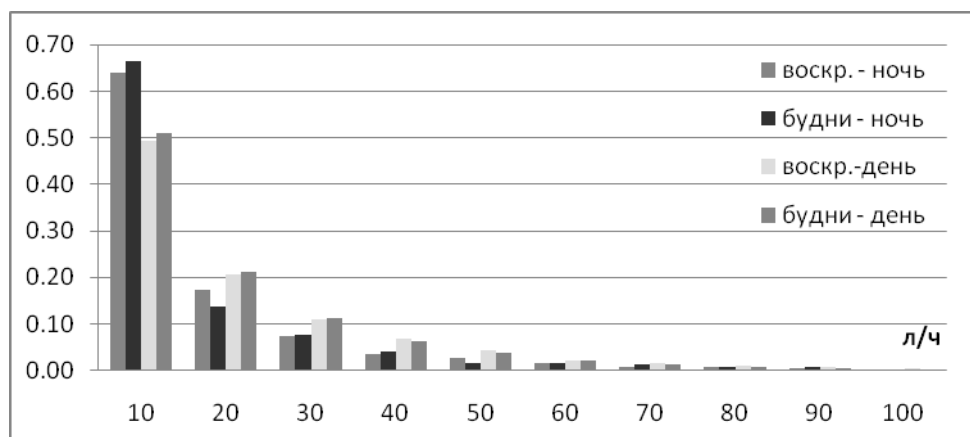


Рис. 3 Распределение часового потребления ХВ квартирами

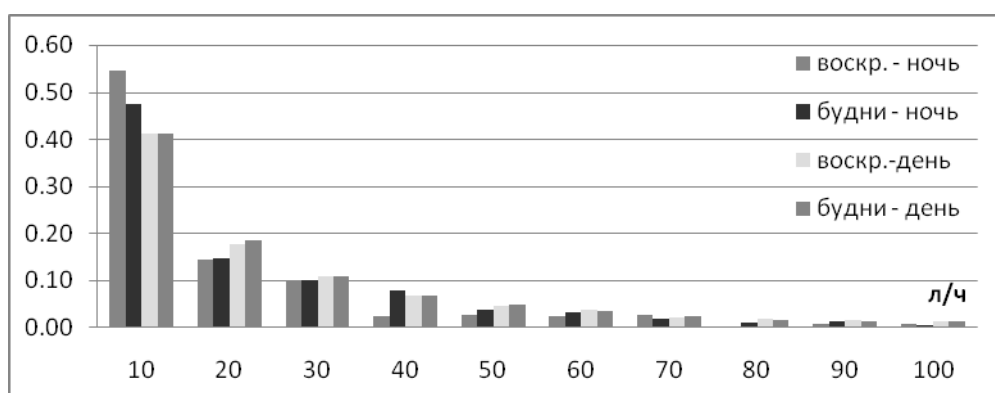


Рис. 4 Распределение часового потребления ГВ квартирами

Для наружных систем холодного водоснабжения (ХВС) и горячего водоснабжения (ГВС) представляет интерес часовое потребление воды зданием в целом.

В таблице 5 представлены основные параметры выборок (объем выборки, среднее арифметическое  $m$ , среднеквадратичное отклонение  $\sigma$ ) часового, равного сумме всех часовых расходов квартир, потребления ХВ и ГВ зданием. Значения, указанные в верхних строках, соответствуют полной выборке для соответствующего периода, в нижних – выборке после исключения часов с расходами, выходящими за диапазон  $m \pm 3\sigma$ .

Зафиксированные максимумы потребления зданием холодной воды - 1650 л/ч и горячей воды - 2940 л/ч составляют соответственно 51 и 80 % от расчетных расходов (см. табл. 2). данные значения скорее можно отнести к аномальным.

Частотное распределение зафиксированного дневного часового водоразбора ХВ и ГВ и отношения часового потребления ГВ к ХВ представлено на рис. 5- 7. Критерий Пирсона подтвердил согласованность полученных результатов нормальному распределению с параметрами  $m$  и  $s$ . Исключение составляет распределение потребления горячей воды в будние дни.

Использование параметрических критериев подтвердило превышение дневного потребления воды над ночным, превышение потребления в воскресные дни над потреблением в будни.

Здание потребляет больше горячей воды (в среднем на 40%) в дневные часы, чем холодной (рис. 7) и наоборот, в ночные часы больше потребляется холодной воды по сравнению с горячей.

Табл. 5. Основные параметры выборок часового потребления ХВ и ГВ зданием.

Выборка	Параметр	ХВ	ГВ	Выборка	Параметр	ХВ	ГВ
день-будни	Объем выборки	600	600	день-воскр.	Объем выборки	209	209
		596	596			208	208
	Min, л/ч	140	40		Min, л/ч	180	90
		140	40			180	90
	Max, л/ч	1410	2940		Max, л/ч	1650	2870
	1280	2170		1460	1960		
m, л/ч	667	946	m, л/ч	806	1036		
	663	936		802	1027		
σ, л/ч	222	435	σ, л/ч	273	430		
	215	418		267	411		
ночь-будни	Объем выборки	120	120	ночь-воскр.	Объем выборки	55	55
		120	111			55	55
	Min, л/ч	20	0		Min, л/ч	70	0
			0				
	Max, л/ч	440	1220		Max, л/ч	390	490
		350					
m, л/ч	184	153	m, л/ч	214	165		
		111					
σ, л/ч	90	187	σ, л/ч	81	124		
		82					

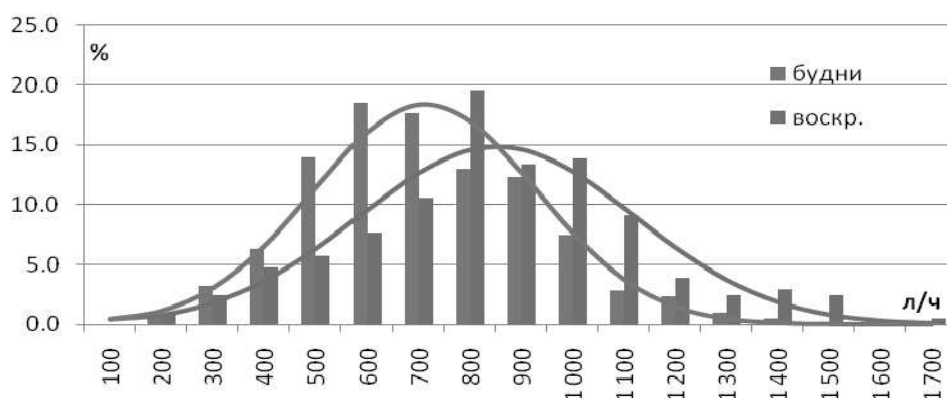


Рис. 5. Распределение часового потребления ХВ зданием в дневные часы

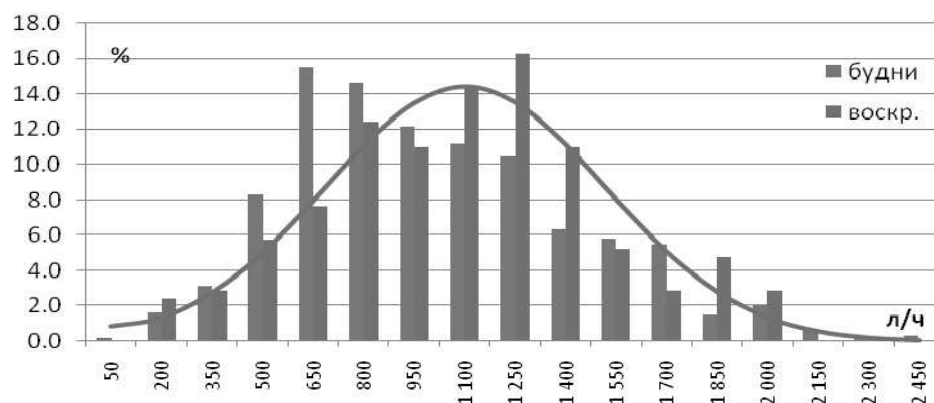


Рис. 6. Распределение часового потребления ГВ зданием в дневные часы

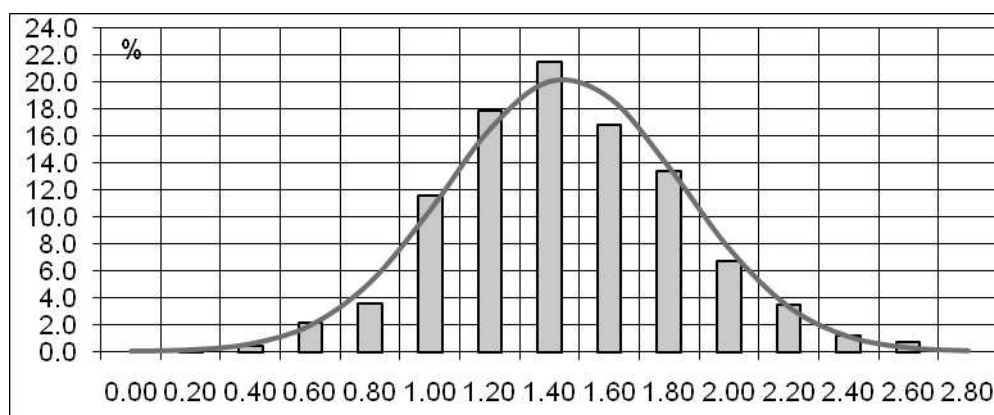


Рис. 7. Распределение отношения часового потребления горячей воды зданием к часовому потреблению холодной воды в дневные часы

Имеющиеся данные не позволили проанализировать сезонные различия в водопотреблении холодной и горячей воды.

В своем большинстве системы сбора информации сохраняют в архивах только суточное потребление воды, что делает невозможным провести анализ часового водопотребления другими зданиями.

Анализ фактического водопотребления и обобщение результатов этого анализа позволят реализовать принципы интеллектуальных систем водоснабжения [6,7].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СНиП 2.04.01-85 Внутренний водопровод и канализация зданий
2. Р 50.1.033-2001 Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Часть I. Критерии типа хи-квадрат
3. Р 50.1.037-2002 Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Часть II. Непараметрические критерии
4. **Закс Л.** Статистическое оценивание – М.: Статистика, 1976
5. **Холендер М., Вульф Д.** Непараметрические методы статистики – М.: Финансы и Статистика, 1983
6. **Волков А.А.** Интеллектуальные системы управления водопользованием // Вестник МГСУ. – 2011. – №1. – Т.1. – с. 287–293.
7. **Волков А.А.** Эффективное использование энергии в системах водопользования – интеллектуальное управление // Вестник МГСУ. – 2011. – №1. – Т.1. – с. 294–300.

---

Китайцева Елена Халиловна, к.т.н., доцент, профессор кафедры информационных систем, технологий и автоматизации в строительстве, ФГБОУ ВПО «Московский Государственный Строительный Университет» (ФГБОУ ВПО «МГСУ»), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д.26, it@mgsu.ru.

Elena Kh.Kitayzeva, Ph.D. in Engineering, Associate Professor, Professor of Department of Information Systems, Technology and Automation in Construction, Moscow State University of Civil Engineering (MSUCE), 26, Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, it@mgsu.ru.

## МЕТОДИКА КОЛИЧЕСТВЕННОГО АНАЛИЗА УРОВНЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО РИСКА ВОЗНИКНОВЕНИЯ АВАРИЙНЫХ СИТУАЦИЙ ПРИ СТРОИТЕЛЬСТВЕ В УСЛОВИЯХ ГОРОДСКОЙ ЗАСТРОЙКИ

*А.А. Волков, Е.А. Серова*

ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** В настоящей статье рассматриваются вопросы разработки метода количественного анализа уровня технологического риска. А так же, приводится перечень задач, выполняемых в рамках исследования данного вопроса.

**Ключевые слова:** Технологический риск, анализ риска, количественный анализ риска, составляющие технологического риска.

## METHODS OF QUANTITATIVE ANALYSIS OF THE TECHNOLOGICAL RISK CAUSING EMERGENCY SITUATIONS IN CONSTRUCTION UNDER URBAN CONDITIONS

*Andrey A. Volkov, Elena A. Serova*

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** Technology risk is the risk of harm to human health or property due to changes in the current environment (or parameter structures) that occurred due to the works on the construction, or the consequences of such works. The article covers issues of quantitative analysis the technology risk risk. The list also reveals the actions needed to take in order to perform this analysis. For the most effective analysis the level of technological risk developed a methods, in which the peer review is compiled with the theory of experimental design. Specified in this article a methods of quantitative analysis the level of technological risk to minimize the possibility of accidents and, therefore, increase the comprehensive building safety.

**Key words:** Technological risk, risk analysis, quantitative risk analysis, components the technological risk.

В теории анализа риска выделяют два подхода – качественный и количественный. Качественный анализ риска – является первоочередной задачей, его цель – определить виды рисков, рискообразующие факторы, а так же проранжировать выявленные риски. Количественный анализ предназначен для определения уровня суммарного риска [3,4,6,7].

В данном исследовании разработана методика оценки уровня технологического риска

возникновения аварийных ситуаций при строительстве в условиях городской застройки. Под технологическим риском следует понимать риск нанесения вреда здоровью человека или имуществу вследствие изменения сложившейся среды (или параметров сооружения), произошедших по причине проведения работ по возведению сооружений, или в результате последствий проведения таких работ.

В настоящее время риски принято оценивать с помощью различных методик, таких как метод Монте-Карло, анализ чувствительности, анализ сценариев, метод аналогий, метод построения «дерева решений», вероятностные методики, в основном базирующихся на статистических данных и экспертных оценках [3,4,6]. В данном случае при оценке уровня технологического риска применить вероятностные методики, основанные на статистических данных не представлялось возможным, ввиду отсутствия достаточного количества данных, необходимых для статистики. Применение же экспертных оценок являлось индивидуальным для каждого отдельного объекта.

Для наиболее эффективного анализа уровня технологического риска разработана методика, на основании которой экспертная оценка компилируется с теорией планирования эксперимента. Принцип планирования эксперимента состоит в анализе массива данных [2], полученных с помощью эксперимента или анализа экспертных мнений. Первой задачей планирования эксперимента являлось формирование массива данных

экспертного анализа так, чтобы рассмотренные экспертами комбинации рискообразующих факторов находились в определенной закономерности, назначенной из математических соображений теории планирования эксперимента. Далее было возможно построить функцию отклика, которая позволяет воспроизвести данные экспертного анализа (отклик) при произвольной (в рамках соответствующих областей применимости) комбинации исходных рискообразующих факторов.

В процессе качественного анализа технологического риска возникновения аварийных ситуаций были определены его составляющие (факторы) в том числе геологическая и гидрогеологическая, конструктивная, ситуационная, технологическая сложность, применение неэффективного технологического решения. Далее необходимо было определить и классифицировать суммарный технологический риск.

Для решения данной задачи был выбран план эксперимента Бокса-Бенкена [2], позволяющий определить функцию отклика в виде полинома второго порядка:

$$M(x_1, x_2 \dots x_k) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \dots + \beta_{k-l, k} x_{k-l} x_k + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \dots + \beta_{kk} x_k^2$$

где  $\beta$  - коэффициенты регрессии.

Согласно плану Бокса-Бенкена при пяти варьируемых факторах рассматривается 41 уникальная комбинация пяти факторов, причем каждый фактор варьируется на трех уровнях, т.е. принимает минимальное, среднее и максимальное значение.

Для определения уровня суммарного технологического риска возникновения аварийных ситуаций применен экспертный анализ уровней технологического риска исходя из заданных параметров сложившейся среды. В процессе анализа разработан опросный лист, в который включены рискообразующие факторы в комбинациях, назначенных согласно принятому плану эксперимента. Технологический риск оценивается по следующим параметрам:

- Очень высокий риск (5);
- Высокий риск (4);
- Средний риск (3);
- Низкий риск (2);
- Очень низкий риск (1).

В рамках настоящего исследования для примера был выбран нулевой цикл строительства сооружений, для которого была разработана подробная анкета экспертного опроса. Далее экспертами была заполнена таблица, в которой на основании заданных факторов и описанной ситуации строительства нужно было оценить общий технологический риск каждого конкретного случая (41 вариант по условиям планирования эксперимента). После получения экспертных данных проводились необходимые расчеты по оценке экспертных мнений, в результате чего бы-

ла окончательно сформирована таблица экспертных мнений.

Основной задачей оценки уровня технологического риска возникновения аварийных ситуаций стало применение теории планирования эксперимента для получения коэффициентов регрессии. В данном случае функцией отклика является непосредственно суммарный технологический риск, который подставляется в уравнение, после чего производится ряд расчетов (с помощью теории планирования эксперимента определялись коэффициенты регрессии и далее функция отклика в численной форме) для определения влияния каждой составляющей (фактора) на уровень суммарного риска.

$$M(x_1, x_2, \dots, x_5) = 5 + 0,75x_1 + 0,8125x_2 + 1,125x_3 + 1,5x_4 + 1,1875x_5 + \\ + 0,9583x_1^2 + 0,8750x_2^2 + 0,4583x_3^2 + 0,9583x_4^2 + 0,875x_5^2 - 0,5x_1x_3 - \\ - 0,5x_1x_4 - 0,25x_2x_3 - 0,5x_2x_5 + 0,25x_3x_5 - 0,5x_4x_5$$

Указанный в данной работе метод количественного анализа уровня технологического риска позволит минимизировать возможность возникновения аварийных ситуаций и, соответственно, повысить комплексную безопасность строительства в условиях сложившейся городской застройки.

В рамках развития направлением описанного исследования планируется разработка и автоматизация алгоритма выбора технологических решений с учетом уровня технологического риска.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гусаков А.А.** Системотехника строительства. – М.: Изд-во АСВ, 2004.
2. **Маркитантов И.Б.** Исследование организационно-технологических процессов на основе методов планирования эксперимента с использованием трехуровневых планов Бокса-Бенкена (на примере шоколадного производства). Методика. – СПб.: Санкт-Петербургский инж.-эконом. ун-т, 2003.

Далее была проведена обработка результатов эксперимента. Полученные результаты проанализированы на предмет их адекватности путем верификации аналитических данных и реальных ситуаций строительства сооружений в условиях сложившейся городской застройки. На основании исследования реальных строительных ситуаций проведена обработка результатов расчета и оптимизация технологического риска.

В результате выполненного анализа определена итоговая формульная зависимость суммарного технологического риска от его составляющих (факторов):

3. **Волков А.А.** Системный анализ информационного обеспечения процессов строительного проектирования и управления // Материалы междунар. науч.-практ. конференции “Информационные технологии в обследовании эксплуатируемых зданий и сооружений”. – Новочеркасск: УПЦ “Намбла” ЮРГТУ (НПИ), – 2001. – Ч. 2. – с. 31–34.
4. **Мельчаков А.П.** «Расчет и оценка риска аварии и безопасного ресурса строительных объектов» // Челябинск, Издательство ЮУрГУ, 2006 г.
5. Методические указания по проведению анализа риска опасных производственных объектов. РД 03-418-01 // Безопасность труда в промышленности. - 2001. - № 10.
6. Организационно-технологический регламент строительства (реконструкции) объектов в стесненных условиях существующей городской застройки. (предназначен для территории г.Москвы). // М., 2002.
7. Рискология (управление рисками): Учебное пособие. – 3-е изд., испр. и доп. /

В.П. Буянов, К.А. Кирсанов. – М.: Издательство «Экзамен», 2007.

8. **Серова Е.А., Чунюк Д.Ю.** «Качественный и количественный подходы при анализе геотехнического риска», Вестник МГСУ №2, 2010.

---

Волков Андрей Анатольевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных систем, технологий и автоматизации в строительстве, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26, email: [it@mgsu.ru](mailto:it@mgsu.ru);

Серова Елена Анатольевна, аспирантка кафедры информационных систем, технологий и автоматизации в строительстве, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Москва, 129337, Ярославское шоссе, д. 26, email: [serova2004@bk.ru](mailto:serova2004@bk.ru).

Andrey A. Volkov, Doctor of Engineering, Professor, Head of Department of Information Systems, Technologies and Automation in Construction, Moscow State University of Civil Engineering (MGSU), 129337, Moscow, Yaroslavskoe shosse, 26? Russian Federation, email: [it@mgsu.ru](mailto:it@mgsu.ru);

Elena A. Serova, postgraduate student, Department of Information Systems, Technologies and Automation in Construction, Moscow State University of Civil Engineering (MGSU), 129337, Moscow, 26 Yaroslavskoe shosse, Russian Federation, email: [serova2004@bk.ru](mailto:serova2004@bk.ru).

## ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММНЫХ КОМПЛЕКСОВ ДЛЯ УТОЧНЕННОГО РАСЧЕТА ПРОГИБОВ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

*Г.В. Мурашкин, В.Г. Мурашкин, Д.А. Панфилов*  
ФГБОУ ВПО «Самарский государственный архитектурно-строительный университет»,  
г. Самара, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** В настоящей статье рассматриваются вопросы применения программных комплексов для уточненного расчета прогибов железобетонных конструкций

**Ключевые слова:** программные комплексы, железобетонные конструкции, уточненные расчеты, метод конечных элементов

## APPLICATION OF SOFTWARE FOR ANVANCED ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS

*Gennady V. Murashkin, Vasily G. Murashkin, Denis A. Panfilov*

Samara State University of Architecture and Civil Engineering, Samara, RUSSIA

**АННОТАЦИЯ:** Application of software for advanced analysis of reinforced concrete elements is under consideration in the distinctive paper.

**Ключевые слова:** software, reinforced concrete structures, advanced analysis, finite element method

С применением все более высокопрочного бетона, геометрические размеры конструкций из железобетона становятся меньше. В результате прогиб конструкции становится фактором, определяющим геометрию и армирование сечения. В связи с этим появляется необходимость уточнения расчетов по деформациям или разработки нового подхода к данному вопросу в нормативных материалах, которые до недавнего времени рассматривали конструкции с прочностью бетона только до класса В60.

Эксперименты, проведенные на кафедре ЖБК в Самарском архитектурно-строительном университете (СГАСУ) с изгибаемыми железобетонными элементами из бетона класса до В90 и обработка экспериментальных данных, полученных учеными РФ и учёными других стран (США, Японии,

Украины) показали необходимость уточнения применяемых методик расчета прогибов. В таблице 1 показаны отклонения прогиба, рассчитанного по различным методикам, от его экспериментальных значений.

Из таблицы видно, что все методики, предлагаемые нормативными документами, недостаточно точно отражают экспериментальные данные. Наилучшая сходимость достигается по методике, предложенной в СГАСУ [9].

Суть методики заключается в следующем:

1. Распределение кривизны по длине балки принимается в виде синусоидальной функции.

Таблица 1

## Отклонения прогибов

Экспериментальные исследования авторов	Маркировка серии	Отклонение прогиба от экспериментального значения, %				
		Нормативный документ				Предложенная методика [9]
		СП 52-101-2003 [13]	СНиП 2.03.01-84 [12]	АСИ 435R-95 [14]	Eurocode 2 [15]	
ОНИЛ ЖБК СГАСУ [8], [10], [11] Самара	Об 1.1-1.3	40.84	25.08	-15.47	-6.9	-4.72
	Об 2.1-2.3	35.53	15.52	-19.52	-9.75	-5.47
	Об 3.1-3.3	30.81	18.86	-28.49	-14.29	-6.97
	Об 4.1-4.3	20.98	8.82	-19.46	-12.91	-5.62
	Об 5.1-5.3	23.91	17.46	-21.69	-8.52	-6.19
	Об 6.1-6.3	-0.81	-15.83	-33.40	1.32	-2.87
	ОБ 1.1, 1.2	44.42	8.58	-15.17	3.82	3.48
	ОБ 2.1, 2.2.	-1.41	-14.23	-36.90	-14.21	2.79
	Б1-Бп	-15.44	-24.92	-45.60	-34.66	5.31
	Б2-Бп	-4.0	-16.38	-44.71	-27.44	-2.85
Б3-Бп	-12.16	-16.24	-47.35	-36.86	-8.99	
Бондаренко В.М. и Бондаренко С.В. [1]	Б-1-1	41.53	9.05	-15.45	-10.67	9.7
Давыдова Н.Ф. и Донченко О.М. [7]	И-1-0	-18.97	-34.70	-48.11	-36.85	9.47
Валового А.И. и П.И. Герб [3,4,5], Украина	БК	31.91	18.73	-15.12	-4.54	7.38
Ванус Дахи Сулейман [6], МГСУ, Москва	Б-I-1	43.94	1.98	-	-1.33	-5.76
	Б-II-1	4.39	-12.10	-	-15.03	-3.38
Shuaib H. Ahmad и J. Batts [19], АСИ, США	LJ-6-16	37.01	-13.76	-13.05	-8.10	5.91
	LJ-7-31	32.85	-12.12	-15.99	-4.20	-10.19
	LJ-8-44	21.81	-12.28	-18.73	-2.53	-2.71
Shuaib H. Ahmad и R. Barker. [18], АСИ, США	LR5-19	28.58	-26.34	-22.24	-24.02	-4.56
	LR8-22	32.15	-22.27	-21.35	-19.41	-4.62
	LR11-24	34.87	-15.82	-19.06	-13.15	-1.69
Rashid M. A. and Mansur M. A. [16], АСИ, США	C211	3.94	-8.91	-31.58	-14.18	2.33
	C311	-11.71	-18.11	-38.68	-19.89	-8.83
	C411	-4.07	-9.48	-33.74	-12.54	-4.85
	C511	-13.53	-14.95	-38.55	-16.44	-5.12
	D211	11.64	-4.05	-28.18	-7.51	3.48
E211	12.26	-5.70	-29.34	-9.91	2.33	

Sato R., Maruyama I., Sogabe T., Sogo M. [17], JSCI, Япония	V-01-10WB	-	13.19	13.35	17.97	7.95
	V-01-10DB	-	-2.14	-1.80	2.68	-7.23
	V-01-13WB	-	6.55	-5.43	8.98	-4.34
	V-01-16WB	-	6.50	-10.51	7.90	-6.45
	V-01-16DB	-	1.87	-13.93	4.38	-5.24
Расхождение экспериментальных и теоретических исследований $\sum_{i=1}^m \frac{(\Delta i)^2}{m}$		6.74	2.93	8.41	3.09	0.41

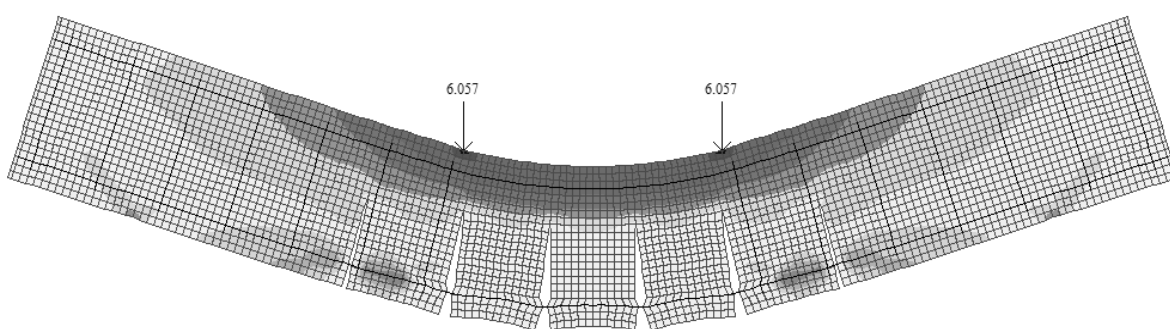


Рисунок 1. Эпюра распределения напряжений в бетоне.

2. Определение сжатой зоны бетона определяется исходя из равновесия внешних и внутренних усилий, с учетом нелинейных диаграмм деформирования бетона и арматуры.
3. Кривизна в сечении определяется в соответствии с положением нейтральной оси

В качестве оценки достоверности предложенной методики был проведен численный эксперимент в нелинейной постановке на конечно-элементных в программном комплексе «Лири 9.4».

Расчетная модель состоит из плоских четырехугольных конечных элементов, продольной верхней и нижней арматуры, а также поперечной арматуры в виде стержневых конечных элементов. Трещины моделировались расшивкой узлов.

В результате проведенных исследований, при помощи моделирования в ПК «Лири 9.4» в нелинейной постановке задачи, визуально подтверждается правильность использования

синусоидальной функции для распределения нейтральной оси и кривизны (рисунок 1).

А также на конечно-элементных моделях получены прогибы изгибаемых железобетонных элементов. Расхождение с экспериментальными данными составило от 4,3 до 22,5% в зависимости от процента армирования и класса бетона.

Для согласования расчетов прогибов с применением МКЭ на ПК необходимо внести возможность использования высокопрочных бетонов и диаграмм деформирования бетона с нисходящей ветвью. В этом случае удастся согласовать расчеты с предлагаемой методикой [9], которая с наибольшей приближением оценивает экспериментальные результаты.

Вместе с тем, сказанное выше касается только кратковременного нагружения. Ползучесть в бетоне вносит значительные изменения в деформации изгибаемых элементов с течением времени, поэтому её учет становится крайне важным.

В результате процесса ползучести напряжения в сжатой зоне падают, а так как внешний момент остается постоянным, то равнодействующая усилий в сжатой зоне бетона снижаться не должна. Следовательно, происходит процесс смещения нейтральной оси. Этот процесс известен давно и описан в монографии В.М. Бондаренко[2]. Необходимо заметить, что эксперименты показывают незначительные изменения напряжений в арматуре изгибаемых элементов со временем, что позволяет принять величину деформаций в арматуре  $\varepsilon_a$  постоянной (рисунок 2).

При изгибе напряжения в сжатой зоне бетона появляются выше нейтральной оси и увеличиваются по нелинейному закону к крайним сжатым волокнам. Исключение составляет случай, когда еще до крайних волокон деформации бетона  $\varepsilon_b$  превышают предел деформативности бетона при сжатии. Разный уровень величины напряжений в бетоне должен привести к тому, что деформации ползучести в крайних слоях будут значительно больше, чем деформации бетона вблизи нейтральной оси. При этом согласно гипотезе плоских сечений поворот сечения при изгибе происходит по линейному закону, назовем такие деформации в сечении фактическими  $\varepsilon_c$ .

При изгибе напряжения в сжатой зоне бетона появляются выше нейтральной оси и увеличиваются по нелинейному закону к крайним сжатым волокнам. Исключение составляет случай, когда еще до крайних волокон деформации бетона превышают предел деформативности бетона при сжатии. Разный уровень величины напряжений в бетоне должен привести к тому, что деформации ползучести в крайних слоях будут значительно больше, чем деформации бетона вблизи нейтральной оси. При этом согласно гипотезе плоских сечений поворот сечения при изгибе происходит по линейному закону, назовем такие деформации в сечении фактическими  $\varepsilon_c$ .

Проследить за процессом изменения деформации и напряжений можно условно разделив на элементарные слои сечение сжатой зоны по высоте. Применив пошаговый метод, становится видно, что если позволить свободно «ползти» бетону под действием напряжений от изгиба, действующих в этом слое – деформации  $\varepsilon_{bc}$  в крайних слоях будут больше фактических, а вблизи нейтральной оси свободные деформации ползучести будут ниже фактических.

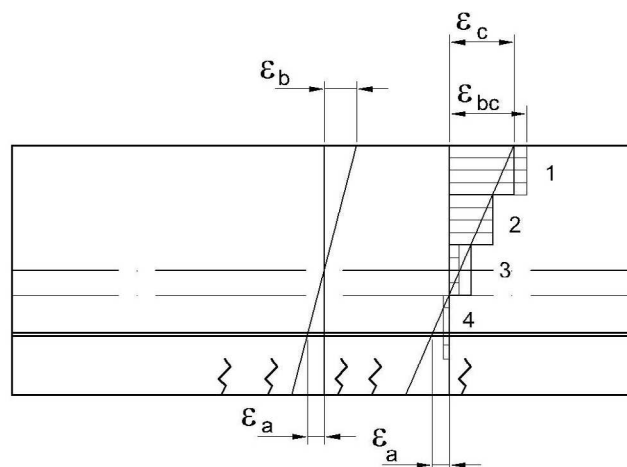


Рисунок 2. Схема изменения деформаций в изгибаемом элементе в процессе ползучести.

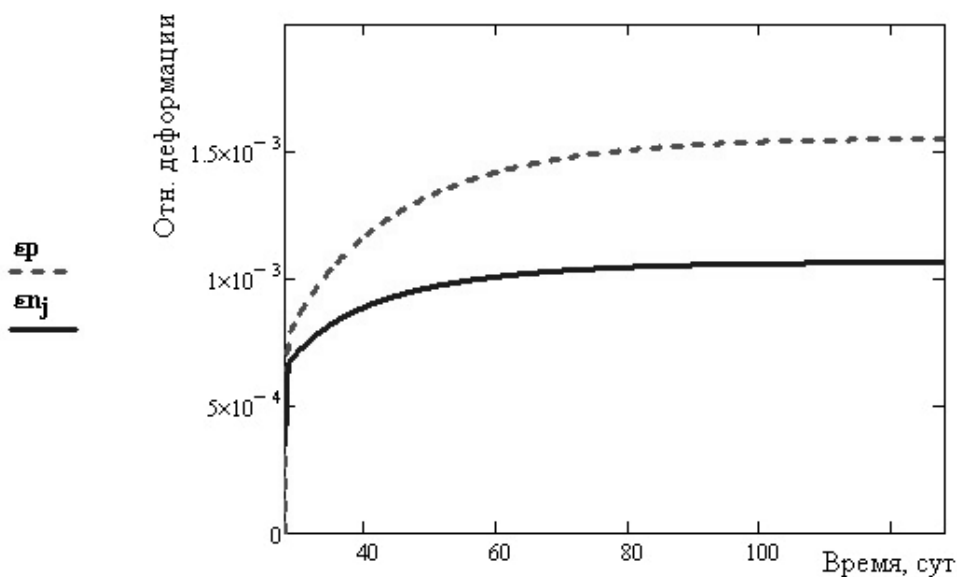


Рисунок 3. Деформации ползучести в сжатом железобетонном элементе.

Таким образом, слои вблизи нейтральной оси (зона 3, рисунок 2) сдерживают деформации слоев с максимальными напряжениями (зона 1, рисунок 2). Кроме того, сдерживают деформации слоев с максимальным напряжением и растянутый бетон от нейтральной оси до устья трещины (зона 4, рисунок 2). В зоне 2 условно можно принять, что фактические и свободные деформации ползучести равны. Точность решения зависит от принятого размера этой зоны. Подобный процесс сдерживания свободных деформаций ползучести происходит в железобетонном сжатом элементе. Процесс деформирования бетона вследствие ползучести сдерживает арматура. На рисунке 3 представлен график свободных деформаций ползучести  $\epsilon_p$  сжатого элемента и полученных пошаговым методом в ПК «Mathcad» с учетом сдерживания этих деформаций арматурой  $\epsilon_{пj}$ .

Для определения величины смещения нейтральной оси В.М. Бондаренко была составлена система уравнений [2], но так же замечено, что решение этой системы в замкнутом виде не возможно даже в линейной постановке.

Тем не менее, приняв условия, что работа усилий в зоне 1 (рисунок 2) равна сумме работ в зоне 3 и 4 (рисунок 2), а также неизменности напряжений в арматуре задачу можно решить приближенно пошаговым методом при действии в сечении постоянного момента. Общая площадь эпюры нормальных напряжений в бетоне сечения увеличивается пропорционально снижению плеча внутренней пары сил в результате смещения нейтральной оси.

Моделирование в ПК «Mathcad» указанного процесса в настоящее время является задачей, решаемой на кафедре ЖБК СГАСУ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бондаренко В.М.** Инженерные методы нелинейной теории железобетона [Текст] / В.М. Бондаренко, С.В. Бондаренко. – М., 1982. – 286 с.
2. **Бондаренко В.М.** Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона [Текст] / В.М. Бондаренко. - Харьков. - 1968. – 323 с.
3. **Валовой А.И.** Экспериментальные исследования железобетонных балок, уси-

- ленных наращиванием в растянутой зоне бетоном, из отходов обогащения железных руд [Текст] / А.И. Валовой, П.И. Герб // Вісник Криворізького технічного університету. - 2009.- № 23. -С. 214-218.
4. **Валовой А.И.** Экспериментальные исследования прочности и деформативности железобетонных балок, изготовленных и усиленных бетоном из отходов обогащения железных руд [Текст] / А.И. Валовой, П.И. Герб // Вестник національного університета «Львівська Політехніка». - 2010. - № 662.- С. 73-78.
  5. **Валовой О.І.** Експериментальне дослідження прогинів підсилених залізобетонних балок [Текст] / О.І. Валовой, П.І. Герб // Вісник Криворізького технічного університету. - 2010. - №26. - С. 87-90.
  6. **Ванус Д.С.** Применение косвенного сетчатого армирования изгибаемых элементов и его влияние на трещиностойкость и деформативность [Текст] / Д.С. Ванус // Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури. - 2009. - № 5(79). - С. 47-50.
  7. **Давыдов Н.Ф.** Экспериментально-теоретическое исследование сопротивления бетона при внецентренном и местном сжатии [Текст] / Н.Ф. Давыдов, О.М. Донченко // Сб. науч. тр.: Железобетонные конструкции, М., 1964. - Вып.1(30).
  8. **Мурашкин Г.В.** Экспериментальные исследования работы жестких вставок на действие поперечной силы в изгибаемых железобетонных элементах [Текст] / Г.В. Мурашкин, В.Б. Филатов, Ю.В. Жильцов // Традиция и инновации в строительстве и архитектуре: материалы 68-й Всероссийской научно-технической конференции по итогам НИР 2010г. Самарский гос. арх.-строит. ун-т – Самара, 2011
  9. **Панфилов Д.А., Мурашкин В.Г.** Усовершенствованная методика расчета общих прогибов изгибаемых железобетонных элементов с учетом дискретного трещинообразования, применительно к обычным и высокопрочным бетонам// Известия Орловского государственного технического университета. Серия Строительство. Транспорт.- Орел.2011. №6
  10. **Панфилов Д.А.** Экспериментальные исследования прогибов изгибаемых железобетонных элементов, изготовленных из обычных и высокопрочных бетонов // Бетон и железобетон. – Москва, 2011.№6 – стр. 8-12.
  11. **Пищулев А.А.** Изгибаемые железобетонные элементы с неоднородными прочностными характеристиками бетона сжатой зоны [Текст]/ А.А. Пищулев// Бетон и железобетон. - 2010. - №2. - С.
  12. СНиП 2.03.01-84\*. Бетонные и железобетонные конструкции [Текст]/Госстрой СССР.- М., 1984.- 79 с.
  13. СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры [Текст]/Госстрой России.-М.: ГУП НИИЖБ, ФГУП ЦПП, 2005. -54 с.
  14. ACI 435R-95. Control of Deflection in Concrete Structures. Reported by ACI Committee 435, 2000. -88p.
  15. Eurocode 2, prEN 1992-1 (Final draft). Design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings[Text]. Brussels, 2001. - 54p.
  16. **Rashid M.A.** Reinforced High-Strength Concrete Beams in Flexure [Text] / M. A. Rashid, M. A. Mansur //ACI Structural Journal, American Concrete Institute, - 2005. - Vol.102. - №3 - pp. 462-471
  17. **Sato R.** Flexural Behavior of Reinforced Concrete Beams [Text] / R. Sato, I. Maruyama, T. Sogabe, M. Sogo // Journal of Advanced Concrete Technology - Japan Concrete Institute, 2007, - Vol.5. - №1. - pp.43-61.
  18. **Shuaib H. Ahmad.** Flexural Behavior of Reinforced High-Strength Lightweight Concrete Beams [Text] / H. Ahmad Shuaib, R. Barker. // ACI Structural Journal, American

Concrete Institute, 1991. - Vol.88. - №1. - pp. 69-77.

19. **Shuaib H. Ahmad.** Flexural Behavior of Doubly Reinforced High-Strength Lightweight Concrete Beams with Web Reinforcement [Text] / H. Ahmad Shuaib, J. Batts // ACI Structural Journal, American Concrete Institute, 1991. - Vol.88. - №3. - pp. 351-358.
- 

Мурашкин Геннадий Васильевич, профессор, член-корреспондент РААСН, ФГБОУ ВПО «Самарский государственный архитектурно-строительный университет»; Россия, г. Самара, 443001, ул. Молодогвардейская, 194; тел.: (846) 242-17-84; факс: (846) 332-19-65; e-mail: rector@samgasu.ru

Мурашкин Василий Геннадьевич, ФГБОУ ВПО «Самарский государственный архитектурно-строительный университет»; Россия, г. Самара, 443001, ул. Молодогвардейская, 194; тел.: (846) 242-17-84; факс: (846) 332-19-65; e-mail: rector@samgasu.ru

Панфилов Денис Александрович, ФГБОУ ВПО «Самарский государственный архитектурно-строительный университет»; Россия, г. Самара, 443001, ул. Молодогвардейская, 194; тел.: (846) 242-17-84; факс: (846) 332-19-65; e-mail: rector@samgasu.ru

# ОПЕРАТОРНАЯ ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ СТАТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ ФИЗИКО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ ПО ОСНОВНОМУ НАПРАВЛЕНИЮ В РАМКАХ ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНОГО ПОДХОДА

*П.А. Акимов, М.Л. Мозгалева*

ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** Настоящая статья посвящена операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета цилиндрической оболочки с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению в рамках дискретно-континуального подхода.

**Ключевые слова:** операторная постановка, краевая задача, собственные значения, собственные функции, цилиндрическая оболочка, кусочно-постоянные параметры, дискретно-континуальный подход

## ABOUT OPERATIONAL FORMULATION OF EIGENVALUE PROBLEM FOR CYLINDRICAL SHELL WITH PIECEWISE-CONSTANT PHYSICAL AND GEOMETRICAL PARAMETERS IN BASIC DIMENSION WITHIN DISCRETE-CONTINUAL APPROACH

*Pavel A. Akimov, Marina L. Mozgaleva*

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** Operational formulation of eigenvalue problem for cylindrical shell with piecewise-constant physical and geometrical parameters in basic dimension within discrete-continual approach is under consideration in the distinctive paper.

**Key words:** operational formulation, boundary problem, eigenvalue problem, cylindrical shell, piecewise-constant parameters, discrete-continual approach

В настоящей статье в рамках дискретно-континуального подхода [5-7] рассматривается операторная постановка проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи расчета цилиндрической оболочки [1-4, 8-12] с кусоч-

но-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению.

Об операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета цилиндрической оболочки с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению в рамках дискретно-континуального подхода

## 1. НЕКОТОРЫЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Пусть  $\alpha_1, \alpha_2$  – коэффициенты квадратичной формы срединной поверхности оболочки;  $\partial_1 = \partial / \partial \alpha_1$ ;  $\partial_2 = \partial / \partial \alpha_2$ ;  $k_1, k_2$  – главные кривизны;  $a_1, a_2$  – коэффициенты первой квадратичной формы. Положим, что в частном случае цилиндрической оболочки имеем: координата  $\alpha_1 = x_1$  изменяется вдоль дуги,  $\alpha_2 = x_2$  – вдоль образующей, а  $z = x_3$  – в направлении внешней нормали к срединной поверхности оболочки. Тогда

$$a_1 = a_2 = 1; \quad k_1 = 1/R(x_1); \quad k_2 = 0; \\ \partial_1 = \partial / \partial x_1; \quad \partial_2 = \partial / \partial x_2. \quad (1.1)$$

Введем обозначения:  $\Omega$  – область, занимаемая оболочкой;  $x_2$  – переменная, соответствующая основному направлению, т.е. вдоль нее физико-геометрические параметры конструкции изменяются кусочно-постоянно (заметим, что вдоль переменной  $x_1$  эти параметры оболочки могут изменяться произвольным образом);  $l_2$  – длина конструкции по основному направлению ( $x_2 \in [0, l_2]$ );  $x_{2,k}^b, k = 1, \dots, n_k$  – координаты сечений, в которых задаются граничные условия (в частности, координаты сечений, где происходит «скачкообразное» (разрывы первого рода) изменение параметров конструкции);  $\Omega_k, k = 1, \dots, n_k - 1$  – соответствующие фрагменты, выделенные из области  $\Omega$  сечениями  $x_2 = x_{2,k}^b$  и  $x_2 = x_{2,k+1}^b$ ;  $h_k$  – толщина оболочки на участке  $\Omega_k$  ( $x_3 \in [0, h_k]$ );  $\Gamma_k, k = 1, \dots, n_k - 1$  – границы фрагментов  $\Omega_k, k = 1, \dots, n_k - 1$ ;  $\theta_k = \theta_k(x_1, x_2, x_3)$  – характеристическая функция области  $\Omega_k$ ;  $\delta_{\Gamma,k} = \delta_{\Gamma,k}(x_1, x_2, x_3)$  – дельта-функция границы  $\Gamma_k = \partial \Omega_k$  [5-7],

$$\theta_k(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} 1, & (x_1, x_2, x_3) \in \Omega_k \\ 0, & (x_1, x_2, x_3) \notin \Omega_k; \end{cases} \\ \delta_{\Gamma,k}(x_1, x_2, x_3) = \partial \theta_k / \partial \bar{n}_k; \quad (1.2)$$

$\bar{n}_k = [n_{k,1} \ n_{k,2} \ n_{k,3}]^T$  – вектор составляющих нормали к границе  $\Gamma_k$ ;  $\omega_k, k = 1, \dots, n_k - 1$  – расширенные области, окаймляющие соответствующие фрагменты  $\Omega_k, k = 1, \dots, n_k - 1$ ;

$\mathcal{L}_k$  – оператор задачи в расширенной области  $\omega_k$  относительно перемещений на интервале  $x_2 \in (x_{2,k}^b, x_{2,k+1}^b)$ ,

$$\mathcal{L}_k = \{\mathcal{L}_{k,i,j}\}_{i,j=1,\dots,5}; \quad (1.3)$$

$$\mathcal{L}_{k,1,5} = \mathcal{L}_{k,2,4} = \mathcal{L}_{k,2,5} = \mathcal{L}_{k,4,2} = \mathcal{L}_{k,5,1} = \mathcal{L}_{k,5,2} = 0; \quad (1.4)$$

$$\mathcal{L}_{k,1,1} = \partial_1^* \bar{c}_1^{(k)} \partial_1 + \partial_2^* \bar{c}_3^{(k)} \partial_2 + \bar{c}_3^{(k)} R^{-2}; \\ \mathcal{L}_{k,1,2} = \partial_1^* \bar{c}_2^{(k)} \partial_2 + \partial_2^* \bar{c}_3^{(k)} \partial_1; \\ \mathcal{L}_{k,1,3} = \partial_1^* \bar{c}_1^{(k)} R^{-1} - \bar{c}_3^{(k)} R^{-1} \partial_1; \\ \mathcal{L}_{k,1,4} = -\bar{c}_3^{(k)} R^{-1}; \quad (1.5)$$

$$\mathcal{L}_{k,2,1} = \partial_2^* \bar{c}_2^{(k)} \partial_1 + \partial_1^* \bar{c}_3^{(k)} \partial_2; \\ \mathcal{L}_{k,2,2} = \partial_2^* \bar{c}_1^{(k)} \partial_2 + \partial_1^* \bar{c}_3^{(k)} \partial_1; \\ \mathcal{L}_{k,2,3} = \partial_2^* \bar{c}_2^{(k)} R^{-1}; \quad (1.6)$$

$$\mathcal{L}_{k,3,1} = \bar{c}_1^{(k)} R^{-1} \partial_1 - \partial_1^* \bar{c}_3^{(k)} R^{-1}; \quad \mathcal{L}_{k,3,2} = \bar{c}_2^{(k)} R^{-1} \partial_2; \\ \mathcal{L}_{k,3,3} = \bar{c}_1^{(k)} R^{-2} + \partial_1^* \bar{c}_3^{(k)} \partial_1 + \partial_2^* \bar{c}_3^{(k)} \partial_2; \\ \mathcal{L}_{k,3,4} = \partial_1^* \bar{c}_3^{(k)}; \quad \mathcal{L}_{k,3,5} = \partial_2^* \bar{c}_3^{(k)}; \quad (1.7)$$

$$\mathcal{L}_{k,4,1} = -\bar{c}_3^{(k)} R^{-1}; \quad \mathcal{L}_{k,4,3} = \bar{c}_3^{(k)} \partial_1; \\ \mathcal{L}_{k,4,4} = \partial_1^* \bar{c}_4^{(k)} \partial_1 + \partial_2^* \bar{c}_6^{(k)} \partial_2 + \bar{c}_3^{(k)}; \\ \mathcal{L}_{k,4,5} = \partial_1^* \bar{c}_5^{(k)} \partial_2 + \partial_2^* \bar{c}_6^{(k)} \partial_1; \quad (1.8)$$

$$\mathcal{L}_{k,5,3} = \bar{c}_3^{(k)} \partial_2; \quad \mathcal{L}_{k,5,4} = \partial_2^* \bar{c}_5^{(k)} \partial_1 + \partial_1^* \bar{c}_6^{(k)} \partial_2; \\ \mathcal{L}_{k,5,5} = \partial_2^* \bar{c}_4^{(k)} \partial_2 + \partial_1^* \bar{c}_6^{(k)} \partial_1 + \bar{c}_3^{(k)}, \quad (1.9)$$

$$\text{где } \bar{c}_i^{(k)} = \theta_k c_i^{(k)}, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5; \quad (1.10)$$

$$c_1^{(k)} = K_k; \quad c_2^{(k)} = K_k \nu_k; \quad c_3^{(k)} = h_k G_k; \\ c_4^{(k)} = D_k; \quad c_5^{(k)} = D_k \nu_k; \quad c_6^{(k)} = D_k (1 - \nu_k); \quad (1.11)$$

$$K_k = \frac{E_k h_k}{1 - \nu_k^2}; \quad D_k = \frac{E_k h_k^3}{12(1 - \nu_k^2)}; \quad (1.12)$$

$h_k$  – толщина фрагмента  $\Omega_k$  оболочки;  $G_k$  – модуль сдвига фрагмента  $\Omega_k$  оболочки;  $E_k$  и  $\nu_k$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала фрагмента  $\Omega_k$  оболочки;  $s$  – искомое собственное значение;

$$\bar{u}_k = [u_1^{(k)} \quad u_2^{(k)} \quad u_3^{(k)} \quad \varphi_1^{(k)} \quad \varphi_2^{(k)}]^T, \quad k = 1, \dots, n_k - 1 \quad (1.13)$$

– искомый собственный вектор в области  $\Omega_k$ ;  $u_1^{(k)}, u_2^{(k)}, u_3^{(k)}$  – соответствующие компоненты перемещений срединной поверхности фрагмента  $\Omega_k$  оболочки;  $\varphi_1^{(k)}, \varphi_2^{(k)}$  – углы поворота нормали в направлениях  $x_1$  и  $x_2$ .

Приведем ниже сводку определяющих формул для основных статических и кинематических величин:

– внутренние усилия в области  $\Omega_k$

$$\begin{aligned} N_1^{(k)} &= K_k (\varepsilon_1^{(k)} + \nu_k \varepsilon_2^{(k)}); \\ N_2^{(k)} &= K_k (\nu_k \varepsilon_1^{(k)} + \varepsilon_2^{(k)}); \\ N_{12}^{(k)} &= h_k G_k \gamma_k \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} M_1^{(k)} &= D_k (\chi_1^{(k)} + \nu_k \chi_2^{(k)}); \\ M_2^{(k)} &= D_k (\nu_k \chi_1^{(k)} + \chi_2^{(k)}); \\ M_{12}^{(k)} &= D_k (1 - \nu_k) \chi_{12}^{(k)} \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$Q_1^{(k)} = h_k G_k \gamma_{13}^{(k)}; \quad Q_2^{(k)} = h_k G_k \gamma_{23}^{(k)}, \quad (1.16)$$

где  $N_1^{(k)}, N_2^{(k)}$  и  $N_{12}^{(k)} = N_{21}^{(k)}$  – нормальные и сдвигающие усилия в фрагменте  $\Omega_k$ ;  $M_1^{(k)}, M_2^{(k)}$  и  $M_{12}^{(k)} = M_{21}^{(k)}$  – изгибающие и крутящие моменты в фрагменте  $\Omega_k$ ;  $Q_1^{(k)}$  и  $Q_2^{(k)}$  – поперечные силы в фрагменте  $\Omega_k$ ;

– деформации в области  $\Omega_k$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^{(k)} &= \partial_1 u_1^{(k)} + R^{-1} u_3^{(k)}; \quad \varepsilon_2^{(k)} = \partial_2 u_2^{(k)}; \\ \gamma^{(k)} &= \partial_2 u_1^{(k)} + \partial_1 u_2^{(k)}; \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\begin{aligned} \chi_1^{(k)} &= \partial_1 \varphi_1^{(k)}; \quad \chi_2^{(k)} = \partial_2 \varphi_2^{(k)}; \\ \chi_{12}^{(k)} &= \partial_2 \varphi_1^{(k)} + \partial_1 \varphi_2^{(k)}; \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{13}^{(k)} &= -R^{-1} u_1^{(k)} + \partial_1 u_3^{(k)} + \varphi_1^{(k)}; \\ \gamma_{23}^{(k)} &= \partial_2 u_3^{(k)} + \varphi_2^{(k)}; \end{aligned} \quad (1.19)$$

$\varepsilon_1^{(k)}, \varepsilon_2^{(k)}, \gamma^{(k)}, \chi_1^{(k)}, \chi_2^{(k)}, \chi_{12}^{(k)}, \gamma_{13}^{(k)}, \gamma_{23}^{(k)}$  – компоненты деформаций срединной поверхности фрагмента  $\Omega_k$  оболочки.

## 2. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩЕГО ОПЕРАТОРА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ВЫДЕЛЕНИЕМ ОСНОВНОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Учитывая кусочно-постоянный характер изменения параметров конструкции по основному направлению (вдоль  $x_2$ ), можем записать:

$$\mathcal{L}_k = -\mathcal{L}_{k,vv} \partial_2^2 + \tilde{\mathcal{L}}_{k,uv} \partial_2 + \mathcal{L}_{k,uu}, \quad (2.1)$$

$$\text{где } \mathcal{L}_{k,vv} = - \begin{bmatrix} \bar{c}_3^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{c}_1^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{c}_3^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{c}_6^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_4^{(k)} \end{bmatrix}; \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{k,uv} &= \partial_1^* \begin{bmatrix} 0 & \bar{c}_2^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{c}_3^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_5^{(k)} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{c}_6^{(k)} & 0 \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{c}_2^{(k)} R^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{c}_3^{(k)} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (2.3)$$

Об операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета цилиндрической оболочки с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению в рамках дискретно-континуального подхода

$$\mathcal{L}_{k,vu} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{c}_3^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{c}_2^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_6^{(k)} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{c}_5^{(k)} & 0 \end{bmatrix} \partial_1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{c}_2^{(k)} R^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_3^{(k)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (2.4)$$

$$\mathcal{L}_{k,uu} = \partial_1^* \begin{bmatrix} \bar{c}_1^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{c}_3^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{c}_3^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{c}_4^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_6^{(k)} \end{bmatrix} \partial_1 + \partial_1^* \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{c}_1^{(k)} R^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{c}_3^{(k)} R^{-1} & 0 & 0 & \bar{c}_3^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\bar{c}_3^{(k)} R^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{c}_1^{(k)} R^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{c}_3^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \partial_1 + \begin{bmatrix} \bar{c}_3^{(k)} R^{-2} & 0 & 0 & -\bar{c}_3^{(k)} R^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{c}_1^{(k)} R^{-2} & 0 & 0 \\ -\bar{c}_3^{(k)} R^{-1} & 0 & 0 & \bar{c}_3^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_3^{(k)} \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

причем

$$\tilde{\mathcal{L}}_{k,uv} = \mathcal{L}_{k,uv} - \mathcal{L}_{k,vu}; \quad \mathcal{L}_{k,vu} = \mathcal{L}_{k,uv}^*; \quad \tilde{\mathcal{L}}_{k,uv}^* = -\tilde{\mathcal{L}}_{k,uv}. \quad (2.6)$$

### 3. ОПЕРАТОРНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ С ВЫДЕЛЕНИЕМ ОСНОВНОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Операторная постановка задачи имеет вид:

$$\mathcal{L}_k \bar{u}_k = s \bar{u}_k, \quad x_2 \in (x_{2,k}^b, x_{2,k+1}^b), \quad k = 1, \dots, n_k - 1. \quad (3.1)$$

Рассмотрим произвольное  $k$ -е уравнение системы (3.1). Учитывая (2.1), можем переписать его следующим образом:

$$-\mathcal{L}_{k,vv} \partial_2^2 \bar{u}_k + \tilde{\mathcal{L}}_{k,uv} \partial_2 \bar{u}_k + \mathcal{L}_{k,uu} \bar{u}_k = s \bar{u}_k. \quad (3.2)$$

Вводя обозначение

$$\begin{aligned} \bar{v}_k &= [v_1^{(k)} \quad v_2^{(k)} \quad v_3^{(k)} \quad \mathcal{G}_1^{(k)} \quad \mathcal{G}_2^{(k)}]^T = \\ &= [\partial_2 u_1^{(k)} \quad \partial_2 u_2^{(k)} \quad \partial_2 u_3^{(k)} \quad \partial_2 \varphi_1^{(k)} \quad \partial_2 \varphi_2^{(k)}]^T = \\ &= \partial_2 \bar{u}_k = \bar{u}'_k, \end{aligned} \quad (3.3)$$

переходим от (3.2) к уравнению

$$-\mathcal{L}_{k,vv} \bar{v}'_k + \tilde{\mathcal{L}}_{k,uv} \bar{v}_k + \mathcal{L}_{k,uu} \bar{u}_k = s \bar{u}_k, \quad (3.4)$$

$$\text{где} \quad \bar{v}'_k = \partial_2 \bar{v}_k. \quad (3.5)$$

Объединяя (3.3)-(3.5), получим следующую систему:

$$\begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & \mathcal{L}_{k,vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}'_k \\ \bar{v}'_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & E \\ \mathcal{L}_{k,uu} - sE & \tilde{\mathcal{L}}_{k,uv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_k \\ \bar{v}_k \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

или

$$\begin{bmatrix} \bar{u}'_k \\ \bar{v}'_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & E \\ \mathcal{L}_{k,vv}^{-1} (\mathcal{L}_{k,uu} - sE) & \mathcal{L}_{k,vv}^{-1} \tilde{\mathcal{L}}_{k,uv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_k \\ \bar{v}_k \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

где  $E$  – тождественный оператор. Окончательно имеем:

$$\bar{U}'_k = \tilde{\mathcal{L}}_{k,s} \bar{U}_k, \quad (3.8)$$



Об операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета цилиндрической оболочки с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению в рамках дискретно-континуального подхода

Для случая  $k=1$  имеем следующие граничные условия:

$$\bar{u}_1(x_1, x_{2,k}^b + 0, x_3) = 0, \quad (4.7)$$

или в поэлементном виде

$$\begin{aligned} u_i^{(1)}(x_1, x_{2,1}^b + 0, x_3) &= 0, \quad i = 1, 2, 3; \\ \varphi_i^{(1)}(x_1, x_{2,1}^b + 0, x_3) &= 0, \quad i = 1, 2, \end{aligned} \quad (4.8)$$

откуда

$$B_1^+ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

а первые пять компонент в векторах  $\bar{g}_1^+$  и  $\bar{g}_{n_k}^-$  нулевые.

Для случая  $k=n_k$  имеем следующие граничные условия:

$$\bar{u}_{n_k-1}(x_1, x_{2,n_k}^b - 0, x_3) = 0, \quad (4.10)$$

$$\text{т.е. } u_i^{(n_k-1)}(x_1, x_{2,n_k}^b - 0, x_3) = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (4.11)$$

$$\varphi_i^{(n_k-1)}(x_1, x_{2,n_k}^b - 0, x_3) = 0, \quad i = 1, 2, \quad (4.12)$$

откуда

$$B_{n_k}^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

а последние пять компонент в векторах  $\bar{g}_1^+$  и  $\bar{g}_{n_k}^-$  нулевые.

## ЗАМЕЧАНИЯ

Исследования проводились в рамках следующих работ:

1. Грант 2.3.8 Российской академии архитектуры и строительных наук «Разработка и исследование дискретно-континуальных методов для расчета строительных конструкций с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по одному из направлений» на 2011-2012 гг.
2. Грант 2.3.18 Российской академии архитектуры и строительных наук для молодых ученых специалистов «Разработка и верификация коррективных численных и численно-аналитических методов исследования локального напряженно-деформируемого состояния строительных конструкций на основе многоуровневого вейвлет-анализа» на 2012 г.
3. НИР «Разработка, исследование, программно-алгоритмическая реализация и верификация многоуровневых методов прогнозного математического моделирования состояния и техногенной безопасности ответственных объектов и комплексов мегаполиса», выполняемая в рамках государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации

Федерации на оказание услуг (выполнение работ) на 2012 год.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Власов В.З.** Избранные труды. В 3 томах. – М.: Издательство АН СССР, 1962-1964. – 528с. (1 том), 508 с. (2 том), 472 с. (3 том).
2. **Власов В.З., Леонтьев Н.Н.** Балки, плиты и оболочки на упругом основании. – М.: Физматгиз, 1960. – 491 с.
3. **Гольденвейзер А.Л.** Теория упругих тонких оболочек. – М.: Гостехиздат, 1953. – 544 с.
4. **Дарков А.В., Клейн Г.К., Кузнецов В.И., Лужин О.В., Рекач В.Г., Синельников В.В., Шпиро Г.С.** Строительная механика. – М.: Высшая школа, 1976. – 600 с.
5. **Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.** Дискретно-континуальные методы расчета сооружений. – М.: «Архитектура – С», 2010. – 336 с.
6. **Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.** Дискретно-континуальный метод конечных элементов. Приложения в строительстве. – М.: АСВ, 2010. – 336 с.
7. **Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.** Дискретные и дискретно-континуальные реализации метода граничных интегральных уравнений. – М.: ФГБОУ ВПО «МГСУ», 2011. – 368 с.
8. **Золотов А.Б., Ларионов А.В., Мозгалева М.Л., Мсхалая Ж.И.** Постановка и аппроксимация краевых задач методом расширенной области. М.: МИСИ, 1992. – 86 с.
9. **Колкунов Н.В.** Основы расчета упругих оболочек. – М.: Высшая школа, 1972. – 296 с.
10. **Новожилов В.В.** Теория тонких оболочек. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 431 с.
11. **Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.** Пластинки и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 636 с.
12. **Филин А.П.** Элементы теории оболочек. – М.: Стройиздат, 1975. – 256 с.

---

Акимов Павел Алексеевич, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94, E-mail: pavel.akimov2@gmail.com

Мозгалева Марина Леонидовна, доцент, кандидат технических наук, профессор кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94, E-mail: marina.mozgaleva@gmail.com

Pavel A. Akimov, Corresponding Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, PhD, Professor, Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavl'skoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94, E-mail: pavel.akimov2@gmail.com

Marina L. Mozgaleva, PhD, Professor, Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavl'skoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94, E-mail: marina.mozgaleva@gmail.com

# ОПЕРАТОРНАЯ ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ СТАТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ КОНСТРУКЦИИ С КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ ФИЗИКО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ ПО ОСНОВНОМУ НАПРАВЛЕНИЮ В РАМКАХ ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНОГО ПОДХОДА

*П.А. Акимов, М.Л. Мозгалева*

ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** Настоящая статья посвящена операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета осесимметричной конструкции с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению в рамках дискретно-континуального подхода.

**Ключевые слова:** операторная постановка, краевая задача, собственные значения, собственные функции, осесимметричная конструкция, кусочно-постоянные параметры, дискретно-континуальный подход

## ABOUT OPERATIONAL FORMULATION OF EIGENVALUE PROBLEM FOR AXISYMMETRIC STRUCTURE WITH PIECEWISE-CONSTANT PHYSICAL AND GEOMETRICAL PARAMETERS IN BASIC DIMENSION WITHIN DISCRETE-CONTINUAL APPROACH

*Pavel A. Akimov, Marina L. Mozgaleva*

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** Operational formulation of eigenvalue problem for axisymmetric structure with piecewise-constant physical and geometrical parameters in basic dimension within discrete-continual approach is under consideration in the distinctive paper.

**Key words:** operational formulation, boundary problem, eigenvalue problem, axisymmetric structure, piecewise-constant parameters, discrete-continual approach

В настоящей статье в рамках дискретно-континуального подхода [4-6] рассматриваются операторная постановка проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи расчета осесимметричной конструкции с кусочно-

постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению.

### 1. НЕКОТОРЫЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Будем рассматривать постановку задачи в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$  [1-3]. Пусть  $z$  – переменная, соответствующая основному направлению, т.е. вдоль нее физико-геометрические параметры конструкции изменяются кусочно-постоянно, при этом вдоль переменной  $r$  эти параметры могут изменяться произвольным образом, а вдоль переменной  $\varphi$  ( $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ) они постоянны по условию (осесимметричная задача). Введем следующие обозначения:  $\Omega$  – область, занимаемая конструкцией;  $z_k^b, k=1, \dots, n_k$  – координаты сечений, в которых задаются граничные условия (в частности, координаты сечений, где происходит «скачкообразное» (разрывы первого рода) изменение параметров рассматриваемой конструкции);  $\Omega_k, k=1, \dots, n_k-1$  – соответствующие фрагменты, выделенные из области  $\Omega$  сечениями  $z = z_k^b$  и  $z = z_{k+1}^b$ , причем  $0 < r < R_k$ ;  $\Gamma_k, k=1, \dots, n_k-1$  – соответствующие границы перечисленных фрагментов  $\Omega_k, k=1, \dots, n_k-1$ ;  $\theta_k = \theta_k(r, \varphi, z)$  – характеристическая функция области  $\Omega_k$ ;  $\delta_{\Gamma,k} = \delta_{\Gamma,k}(r, \varphi, z)$  – дельта-функция границы  $\Gamma_k = \partial\Omega_k$  [4-8],

$$\theta_k(r, \varphi, z) = \begin{cases} 1, & (r, \varphi, z) \in \Omega_k \\ 0, & (r, \varphi, z) \notin \Omega_k; \end{cases}$$

$$\delta_{\Gamma,k}(r, \varphi, z) = \partial\theta_k / \partial\bar{n}_k; \quad (1.1)$$

$\bar{n}_k = [n_{k,r} \ n_{k,\varphi} \ n_{k,z}]^T$  – вектор составляющих нормали к границе  $\Gamma_k$ ;  $\omega_k, k=1, \dots, n_k-1$  – расширенные области, окаймляющие соответствующие фрагменты  $\Omega_k, k=1, \dots, n_k-1$ ;  $\mathcal{L}_k$  – оператор задачи в расширенной области  $\omega_k$  относительно перемещений на интервале  $z \in (z_k^b, z_{k+1}^b)$ ,

$$\mathcal{L}_k = \{\mathcal{L}_{k,i,j}\}_{i,j=1,2}; \quad (1.2)$$

$$\mathcal{L}_{k,1,1} = r\partial_z \bar{\mu}_k \partial_z + \partial_r r(\bar{\lambda}_k + 2\bar{\mu}_k)\partial_r + \partial_r \bar{\lambda}_k - \bar{\lambda}_k \partial_r - (\bar{\lambda}_k + 2\bar{\mu}_k)r^{-1}; \quad (1.3)$$

$$\mathcal{L}_{k,1,2} = \partial_r r \bar{\lambda}_k \partial_z - \bar{\lambda}_k \partial_z + r\partial_z \bar{\mu}_k \partial_r; \quad (1.4)$$

$$\mathcal{L}_{k,2,1} = r\partial_z \bar{\lambda}_k \partial_r + \partial_z \bar{\lambda}_k + \partial_r r \bar{\mu}_k \partial_z; \quad (1.5)$$

$$\mathcal{L}_{k,2,2} = r\partial_z (\bar{\lambda}_k + 2\bar{\mu}_k)\partial_z + \partial_r r \bar{\mu}_k \partial_r; \quad (1.6)$$

$$\bar{\lambda}_k = \theta_k \lambda_k; \quad \bar{\mu}_k = \theta_k \mu_k; \quad (1.7)$$

$\lambda_k, \mu_k$  – параметры Ламе;

$$\partial_r = \partial / \partial r; \quad \partial_\varphi = \partial / \partial \varphi; \quad \partial_z = \partial / \partial z; \quad (1.8)$$

$s$  – искомое собственное значение;

$$\bar{u}_k = [u_r^{(k)} \ u_z^{(k)}]^T, \quad k=1, \dots, n_k-1 \quad (1.9)$$

– искомый собственный вектор в области  $\Omega_k$ ;  $u_r^{(k)}, u_z^{(k)}$  – соответствующие компоненты перемещений.

Приведем ниже сводку определяющих формул для основных статических и кинематических величин:

– деформации в области  $\Omega_k$

$$\varepsilon_r^{(k)} = \partial_r u_r^{(k)}; \quad \varepsilon_\varphi^{(k)} = u_r^{(k)} / r;$$

$$\varepsilon_z^{(k)} = \partial_z u_z^{(k)}; \quad \gamma_{rz}^{(k)} = \partial_z u_r^{(k)} + \partial_r u_z^{(k)}; \quad (1.10)$$

$$\gamma_{r\varphi}^{(k)} = \gamma_{z\varphi}^{(k)} = 0$$

– напряжения в области  $\Omega_k$

$$\sigma_r^{(k)} = \lambda_k \varepsilon_k + 2\mu_k \varepsilon_r^{(k)}; \quad \sigma_\varphi^{(k)} = \lambda_k \varepsilon_k + 2\mu_k \varepsilon_\varphi^{(k)};$$

$$\sigma_z^{(k)} = \lambda_k \varepsilon_k + 2\mu_k \varepsilon_z^{(k)}; \quad \tau_{rz}^{(k)} = \mu_k \gamma_{rz}^{(k)};$$

$$\tau_{r\varphi}^{(k)} = \tau_{z\varphi}^{(k)} = 0, \quad (1.11)$$

где 
$$\varepsilon_k = \varepsilon_r^{(k)} + \varepsilon_\varphi^{(k)} + \varepsilon_z^{(k)} \quad (1.12)$$

– объемная деформация в области  $\Omega_k$ .

Об операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета осесимметричной конструкции с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению в рамках дискретно-континуального подхода

## 2. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩЕГО ОПЕРАТОРА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ВЫДЕЛЕНИЕМ ОСНОВНОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Учитывая кусочно-постоянный характер изменения параметров конструкции по основному направлению (вдоль  $z$ ), можем записать:

$$\mathcal{L}_k = -\mathcal{L}_{k,2}\partial_z^2 + \mathcal{L}_{k,1}\partial_z + \mathcal{L}_{k,0}, \quad (2.1)$$

где  $\mathcal{L}_{k,2} = -r \begin{bmatrix} \bar{\mu}_k & 0 \\ 0 & \bar{\lambda}_k + 2\bar{\mu}_k \end{bmatrix};$

$$\mathcal{L}_{k,1} = \begin{bmatrix} 0 & \partial_r r \bar{\lambda}_k - \bar{\lambda}_k + r \bar{\mu}_k \partial_r \\ r \bar{\lambda}_k \partial_r + \bar{\lambda}_k + \partial_r r \bar{\mu}_k & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathcal{L}_{k,0} = \begin{bmatrix} \partial_r r (\bar{\lambda}_k + 2\bar{\mu}_k) \partial_r + \partial_r \bar{\lambda}_k - & 0 \\ -\bar{\lambda}_k \partial_r - (\bar{\lambda}_k + 2\bar{\mu}_k) r^{-1} & \\ 0 & \partial_r r \bar{\mu}_k \partial_r \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

## 3. ОПЕРАТОРНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ С ВЫДЕЛЕНИЕМ ОСНОВНОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Итак, операторная постановка задачи имеет вид:

$$\mathcal{L}_k \bar{u}_k = s \bar{u}_k, \quad z \in (z_k^b, z_{k+1}^b), \quad k = 1, \dots, n_k - 1. \quad (3.1)$$

Рассмотрим произвольное  $k$ -е уравнение системы (3.1). Учитывая (2.1), можем переписать его следующим образом:

$$-\mathcal{L}_{k,2}\partial_z^2 \bar{u}_k + \mathcal{L}_{k,1}\partial_z \bar{u}_k + \mathcal{L}_{k,0}\bar{u}_k = s \bar{u}_k. \quad (3.2)$$

Вводя обозначение

$$\bar{v}_k = [v_r^{(k)} \quad v_z^{(k)}]^T = [\partial_z u_r^{(k)} \quad \partial_2 u_z^{(k)}]^T = \partial_z \bar{u}_k = \bar{u}'_k, \quad (3.3)$$

переходим от (3.2) к уравнению

$$-\mathcal{L}_{k,2}\bar{v}'_k + \mathcal{L}_{k,1}\bar{v}_k + (\mathcal{L}_{k,0} - sE)\bar{u}_k = 0, \quad (3.4)$$

где  $\bar{v}'_k = \partial_z \bar{v}_k. \quad (3.5)$

Объединяя (3.3)-(3.4), получим следующую систему:

$$\begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & \mathcal{L}_{k,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}'_k \\ \bar{v}'_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & E \\ \mathcal{L}_{k,0} - sE & \mathcal{L}_{k,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_k \\ \bar{v}_k \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

или

$$\begin{bmatrix} \bar{u}'_k \\ \bar{v}'_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & E \\ \mathcal{L}_{k,2}^{-1}(\mathcal{L}_{k,0} - sE) & \mathcal{L}_{k,2}^{-1}\mathcal{L}_{k,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_k \\ \bar{v}_k \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

где  $E$  – тождественный оператор.

Окончательно имеем:

$$\bar{U}'_k = \tilde{\mathcal{L}}_{k,s} \bar{U}_k, \quad (3.8)$$

где  $\tilde{\mathcal{L}}_{k,s} = \begin{bmatrix} 0 & E \\ \mathcal{L}_{k,2}^{-1}(\mathcal{L}_{k,0} - sE) & \mathcal{L}_{k,2}^{-1}\mathcal{L}_{k,1} \end{bmatrix};$

$$\bar{U}_k = \begin{bmatrix} \bar{u}_k \\ \bar{v}_k \end{bmatrix}; \quad \bar{U}'_k = \partial_2 \bar{U}_k = \begin{bmatrix} \partial_2 \bar{u}_k \\ \partial_2 \bar{v}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{u}'_k \\ \bar{v}'_k \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Уравнения (3.8), разумеется, следует дополнить граничными условиями, задаваемыми в сечениях с координатами  $z_k^b, k = 1, \dots, n_k.$

Эти граничные условия представимы в виде

$$B_k^- \bar{U}_{k-1}(z_k^b - 0) + B_k^+ \bar{U}_k(z_k^b + 0) = \bar{g}_k^- + \bar{g}_k^+, \quad k = 2, \dots, n_k - 1; \quad (3.10)$$

$$B_1^+ \bar{U}_1(z_1^b + 0) + B_{n_k}^- \bar{U}_{n_k-1}(z_{n_k}^b - 0) = \bar{g}_1^+ + \bar{g}_{n_k}^-, \quad (3.11)$$

где  $B_k^-, B_k^+, k = 2, \dots, n_k - 1, B_1^+$  и  $B_{n_k}^-$  – матрицы коэффициентов граничных условий, 4-го порядка;  $\bar{g}_k^-, \bar{g}_k^+, k = 2, \dots, n_k - 1, \bar{g}_1^+$  и  $\bar{g}_{n_k}^-$  – векторы правых частей граничных условий, четырехмерные.

Объединяя (3.8), (3.10) и (3.11) получаем операторную постановку многоточечной краевой задачи с выделением основного направления:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{U}'_k = \tilde{\mathcal{L}}_{k,s} \bar{U}_k, \quad z \in (z_k^b, z_{k+1}^b), \\ \qquad \qquad \qquad k = 1, \dots, n_k - 1 \\ B_k^- \bar{U}_{k-1}(z_k^b - 0) + B_k^+ \bar{U}_k(z_k^b + 0) = \\ \qquad \qquad \qquad = \bar{g}_k^- + \bar{g}_k^+, \quad k = 2, \dots, n_k - 1 \\ B_1^+ \bar{U}_1(z_1^b + 0) + B_{n_k}^- \bar{U}_{n_k-1}(z_{n_k}^b - 0) = \\ \qquad \qquad \qquad = \bar{g}_1^+ + \bar{g}_{n_k}^- \end{array} \right. \quad (3.12)$$

#### 4. ЗАДАНИЕ НЕКОТОРЫХ ТИПОВЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Рассмотрим ниже задание некоторых стандартных типов граничных условий, поперечных по отношению к основному направлению в форме (3.10)-(3.11) в произвольной граничной точке с координатой  $z_k^b$ . Строго говоря, возможно три основных варианта граничной точки: 1)  $1 < k < n_k$  – промежуточная граничная точка; 2)  $k = 1$  – крайняя левая (первая) граничная точка; 3)  $k = n_k$  – крайняя правая (последняя) граничная точка. *Шарнирное закрепление.*

Для случая  $1 < k < n_k$  имеем следующие граничные условия:

$$\bar{u}_{k-1}(r, z_k^b - 0) = 0; \quad \bar{u}_k(r, z_k^b + 0) = 0, \quad (4.1)$$

т.е.  $u_r^{(k-1)}(r, z_k^b - 0) = 0; \quad u_z^{(k-1)}(r, z_k^b - 0) = 0;$

$$(4.2)$$

$$u_r^{(k)}(r, z_k^b + 0) = 0; \quad u_z^{(k)}(r, z_k^b + 0) = 0, \quad (4.3)$$

откуда

$$B_k^- = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B_k^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\bar{g}_k^- = \bar{g}_k^+ = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Для случая  $k = 1$  имеем следующие граничные условия:

$$\bar{u}_1(r, z_1^b + 0) = 0, \quad (4.5)$$

т.е.  $u_r^{(1)}(r, z_1^b + 0) = 0;$  (4.6)

$$u_z^{(1)}(r, z_1^b + 0) = 0, \quad (4.7)$$

откуда

$$B_1^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

а первые две компоненты в векторах  $\bar{g}_1^+$  и  $\bar{g}_{n_k}^-$  нулевые.

Для случая  $k = n_k$  имеем следующие граничные условия:

$$\bar{u}_{n_k-1}(r, z_{n_k}^b - 0) = 0, \quad (4.9)$$

т.е.  $u_1^{(n_k-1)}(r, z_{n_k}^b - 0) = 0;$  (4.10)

$$u_2^{(n_k-1)}(r, z_{n_k}^b - 0) = 0, \quad (4.11)$$

откуда

$$B_{n_k}^- = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.12)$$

а последние две компоненты в векторах  $\bar{g}_1^+$  и  $\bar{g}_{n_k}^-$  нулевые.

*Свободный край.*

Для случая  $k = 1$  имеем следующие граничные условия:

$$\tau_{rz}^{(1)}(r, z_1^b + 0) = 0; \quad \sigma_z^{(1)}(r, z_1^b + 0) = 0. \quad (4.13)$$

Учитывая формулы (1.10)-(1.12) и (3.3), можем записать:

Об операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета осесимметричной конструкции с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению в рамках дискретно-континуального подхода

$$\begin{aligned}\tau_{rz}^{(1)} &= \mu_k \gamma_{rz}^{(k)} = \mu_1 (\partial_z u_r^{(1)} + \partial_r u_z^{(1)}) = \\ &= \mu_1 (v_r^{(1)} + \partial_r u_z^{(1)}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_r^{(1)} &= \lambda_1 \varepsilon_1 + 2\mu_1 \varepsilon_r^{(1)} = \\ &= \lambda_1 (\varepsilon_r^{(1)} + \varepsilon_\varphi^{(1)} + \varepsilon_z^{(1)}) + 2\mu_1 \varepsilon_r^{(1)} = \\ &= \lambda_1 (\partial_r u_r^{(1)} + u_r^{(1)} / r + \partial_z u_z^{(1)}) + \\ &+ 2\mu_1 \partial_r u_r^{(1)} = (\lambda_1 + 2\mu_1) \partial_r u_r^{(1)} + \\ &+ \lambda_1 u_r^{(1)} / r + \lambda_1 v_z^{(1)}, \end{aligned}$$

т.е.  $\tau_{rz}^{(1)} = \mu_1 (v_r^{(1)} + \partial_r u_z^{(1)}); \quad (4.14)$

$\sigma_r^{(1)} = (\lambda_1 + 2\mu_1) \partial_r u_r^{(1)} + \lambda_1 u_r^{(1)} / r + \lambda_1 v_z^{(1)}. \quad (4.15)$

Следовательно, вместо (4.13) получаем

$$\mu_1 (v_r^{(1)}(r, z_1^b + 0) + [\partial_r u_z^{(1)}](r, z_1^b + 0)) = 0; \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} &(\lambda_1 + 2\mu_1) [\partial_r u_r^{(1)}](r, z_1^b + 0) + \\ &+ \lambda_1 r^{-1} u_r^{(1)}(r, z_1^b + 0) + \lambda_1 v_z^{(1)}(r, z_1^b + 0) = 0, \end{aligned} \quad (4.17)$$

т.е.

$$B_1^+ = \begin{bmatrix} 0 & \mu_1 \partial_r & \mu_1 & 0 \\ (\lambda_1 + 2\mu_1) \partial_r + \lambda_1 r^{-1} & 0 & 0 & \lambda_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

а первые две компоненты в векторах  $\bar{g}_1^+$  и  $\bar{g}_{n_k}^-$  нулевые.

Следует отметить, что после соответствующей аппроксимации в рамках дискретно-континуального метода конечных элементов матрица (4.18) становится числовой.

Для случая  $k = n_k$  аналогично имеем:

$$\tau_{rz}^{(n_k-1)}(r, z_{n_k}^b - 0) = 0; \quad \sigma_z^{(n_k-1)}(r, z_{n_k}^b - 0) = 0 \quad (4.19)$$

или

$$\begin{aligned} &\mu_{n_k-1} (v_r^{(n_k-1)}(r, z_{n_k}^b - 0) + \\ &+ [\partial_r u_z^{(n_k-1)}](r, z_{n_k}^b - 0)) = 0; \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} &(\lambda_{n_k-1} + 2\mu_{n_k-1}) [\partial_r u_r^{(n_k-1)}](r, z_{n_k}^b - 0) + \\ &+ \lambda_{n_k-1} r^{-1} u_r^{(n_k-1)}(r, z_{n_k}^b - 0) + \\ &+ \lambda_{n_k-1} v_z^{(n_k-1)}(r, z_{n_k}^b - 0) = 0, \end{aligned} \quad (4.21)$$

т.е.

$$B_1^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{n_k-1} \partial_r & \mu_{n_k-1} & 0 \\ (\lambda_{n_k-1} + 2\mu_{n_k-1}) \partial_r + \\ + \lambda_{n_k-1} r^{-1} & 0 & 0 & \lambda_{n_k-1} \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

а последние две компоненты в векторах  $\bar{g}_1^+$  и  $\bar{g}_{n_k}^-$  нулевые.

После соответствующей аппроксимации в рамках дискретно-континуального метода конечных элементов матрица (4.22) становится числовой.

*Идеальный контакт.*

Прежде всего, поясним, что условия идеального контакта, как правило, задаются в поперечных по отношению к основному направлению сечениях, где происходят скачкообразные изменения физико-геометрических параметров конструкции.

Для случая  $1 < k < n_k$  имеем следующие граничные условия:

$$\bar{u}_{k-1}(r, z_k^b - 0) = \bar{u}_k(r, z_k^b + 0); \quad (4.23)$$

$$\tau_{rz}^{(k-1)}(r, z_k^b - 0) = \tau_{rz}^{(k)}(r, z_k^b + 0);$$

$$\sigma_z^{(k-1)}(r, z_k^b - 0) = \sigma_r^{(k)}(r, z_k^b + 0). \quad (4.24)$$

После преобразований, аналогичных представленным выше, вместо (4.23)-(4.24) можем записать:

$$u_r^{(k)}(r, z_k^b + 0) - u_r^{(k-1)}(r, z_k^b - 0) = 0; \quad (4.25)$$

$$u_z^{(k)}(r, z_k^b + 0) - u_z^{(k-1)}(r, z_k^b - 0) = 0; \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} &\mu_{k-1} (v_r^{(k-1)}(r, z_k^b - 0) + [\partial_r u_z^{(k-1)}](r, z_k^b - 0)) = \\ &= \mu_k (v_r^{(k)}(r, z_k^b + 0) + [\partial_r u_z^{(k)}](r, z_k^b + 0)); \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned}
 & (\lambda_{k-1} + 2\mu_{k-1})[\partial_r u_r^{(k-1)}](r, z_k^b - 0) + \\
 & + \lambda_{k-1} r^{-1} u_r^{(k-1)}(r, z_k^b - 0) + \lambda_{k-1} v_z^{(k-1)}(r, z_k^b - 0) = \\
 & = (\lambda_k + 2\mu_k)[\partial_r u_r^{(k)}](r, z_k^b + 0) + \\
 & + \lambda_k r^{-1} u_r^{(k)}(r, z_k^b + 0) + \lambda_k v_z^{(k)}(r, z_k^b + 0),
 \end{aligned}
 \tag{4.28}$$

откуда

$$B_k^- = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{k-1} \partial_r & \mu_{k-1} & 0 \\ (\lambda_{k-1} + 2\mu_{k-1}) \partial_r + \\ + \lambda_{k-1} r^{-1} & 0 & 0 & \lambda_{k-1} \end{bmatrix};
 \tag{4.29}$$

$$B_k^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_k \partial_r & \mu_k & 0 \\ (\lambda_k + 2\mu_k) \partial_r + \\ + \lambda_k r^{-1} & 0 & 0 & \lambda_k \end{bmatrix};
 \tag{4.30}$$

$$\bar{g}_k^- = \bar{g}_k^+ = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T.
 \tag{4.31}$$

После соответствующей аппроксимации в рамках дискретно-континуального метода конечных элементов матрицы (4.29) и (4.30) становятся числовыми.

## ЗАМЕЧАНИЯ

Исследования проводились в рамках следующих работ:

1. Грант 2.3.8 Российской академии архитектуры и строительных наук «Разработка и исследование дискретно-континуальных методов для расчета строительных конструкций с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по одному из направлений» на 2011-2012 гг.
2. Грант 2.3.18 Российской академии архитектуры и строительных наук для молодых ученых специалистов «Разработка и верификация коррективных численных и численно-аналитических методов исследования локального напряженно-

деформируемого состояния строительных конструкций на основе многоуровневого вейвлет-анализа» на 2012 г.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Андреев В.И.** Некоторые задачи и методы механики неоднородных тел. – М.: АСВ, 2002. – 288 с.
2. **Варданян Г.С., Андреев В.И., Атаров Н.М., Горшков А.А.** Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности. – М.: АСВ, 1995. – 572 с.
3. **Золотов А.Б.** Постановка и алгоритмы численного решения краевых задач строительной механики методом стандартной области. Дис. на соиск. уч. степ. д-ра техн. наук: 05.23.17. – МИСИ им. В.В. Куйбышева. М.: 1989. – 284 с.
4. **Золотов А.Б., Акимов П.А.** Некоторые аналитико-численные методы решения краевых задач строительной механики: Монография – М.: АСВ, 2004. – 200 с.
5. **Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.** Дискретно-континуальный метод конечных элементов. Приложения в строительстве. – М.: АСВ, 2010. – 336 с.
6. **Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.** Дискретные и дискретно-континуальные реализации метода граничных интегральных уравнений. – М.: ФГБОУ ВПО «МГСУ», 2011. – 368 с.
7. **Золотов А.Б., Ларионов А.В., Мозгалева М.Л., Мсхалая Ж.И.** Постановка и аппроксимация краевых задач методом расширенной области. М.: МИСИ им. В.В. Куйбышева, 1992. – 86 с.
8. **Шилов Г.Е.** Математический анализ. Второй специальный курс. – М.: Наука, 1965. – 327 с.

---

Акимов Павел Алексеевич, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВПО

Об операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета осесимметричной конструкции с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению в рамках дискретно-континуального подхода

«Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94,  
E-mail: pavel.akimov2@gmail.com

Мозгалева Марина Леонидовна, доцент, кандидат технических наук, профессор кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94,  
E-mail: marina.mozgaleva@gmail.com

Pavel A. Akimov, Corresponding Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, PhD, Professor, Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94,  
E-mail: pavel.akimov2@gmail.com

Marina L. Mozgaleva, PhD, Professor, Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94,  
E-mail: marina.mozgaleva@gmail.com

# ОПЕРАТОРНАЯ ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ СТАТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ С КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ ФИЗИКО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ ПО ОСНОВНОМУ НАПРАВЛЕНИЮ С УЧЕТОМ СДВИГА В РАМКАХ ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНОГО ПОДХОДА

*П.А. Акимов, М.Л. Мозгалева, В.Н. Сидоров*

ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** Настоящая статья посвящена операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета изотропной пластины с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению с учетом сдвига в рамках дискретно-континуального подхода.

**Ключевые слова:** операторная постановка, краевая задача, собственные значения, собственные функции, изотропная пластина, кусочно-постоянные параметры, учет сдвига дискретно-континуальный подход

## ABOUT OPERATIONAL FORMULATION OF EIGENVALUE PROBLEM FOR ISOTROPIC PLATE WITH PIECEWISE-CONSTANT PHYSICAL AND GEOMETRICAL PARAMETERS IN BASIC DIMENSION WITH ALLOWANCE FOR SHEAR WITHIN DISCRETE-CONTINUAL APPROACH

*Pavel A. Akimov, Marina L. Mozgaleva, Vladimir N. Sidorov*

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** Operational formulation of eigenvalue problem for isotropic plate with piecewise-constant physical and geometrical parameters in basic dimension with allowance for shear within discrete-continual approach is under consideration in the distinctive paper.

**Key words:** operational formulation, boundary problem, eigenvalue problem, isotropic plate, allowance for shear, piecewise-constant parameters, discrete-continual approach

В настоящей статье в рамках дискретно-континуального подхода [3-6] рассматриваются операторная постановка проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи расчета пластины с учетом влияния деформации попе-

речного сдвига на изгиб при условии кусочного постоянства физико-геометрических параметров конструкции по основному направлению [1, 2, 8-10, 12].

Об операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета изотропной пластины с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению с учетом сдвига в рамках дискретно-континуального подхода

## 1. НЕКОТОРЫЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ.

Пусть  $\Omega$  – область, занимаемая конструкцией. Без ограничения общности будем рассматривать пластину с размерами в плане  $l_1$  ( $x_1 \in [0, l_1]$ ) и  $l_2$  ( $x_2 \in [0, l_2]$ ).

Положим, что  $x_2$  – переменная, соответствующая основному направлению, т.е. вдоль нее физико-геометрические параметры конструкции изменяются кусочно-постоянно. Заметим, что вдоль переменной  $x_1$  эти параметры пластины могут изменяться произвольным образом.

Введем обозначения:  $x_{2,k}^b$ ,  $k=1, \dots, n_k$  – координаты сечений, в которых задаются граничные условия (в частности, координаты сечений, где происходит «скачкообразное» (разрывы первого рода) изменение параметров пластины);  $\Omega_k$ ,  $k=1, \dots, n_k-1$  – соответствующие фрагменты, выделенные из области  $\Omega$  сечениями  $x_2 = x_{2,k}^b$  и  $x_2 = x_{2,k+1}^b$ ;  $h_k$  – толщина пластины на участке  $\Omega_k$  ( $x_3 \in [0, h_k]$ );  $\Gamma_k$ ,  $k=1, \dots, n_k-1$  – границы указанных фрагментов  $\Omega_k$ ,  $k=1, \dots, n_k-1$ ;  $\theta_k = \theta_k(x_1, x_2)$  – характеристическая функция области  $\Omega_k$ ;  $\delta_{\Gamma,k} = \delta_{\Gamma,k}(x_1, x_2)$  – дельта-функция границы  $\Gamma_k = \partial\Omega_k$  [3-7, 11],

$$\theta_k(x_1, x_2) = \begin{cases} 1, & (x_1, x_2) \in \Omega_k \\ 0, & (x_1, x_2) \notin \Omega_k; \end{cases}$$

$$\delta_{\Gamma,k}(x_1, x_2) = \partial\theta_k / \partial\bar{n}_k; \quad (1.1)$$

$\bar{n}_k = [n_{k,1} \ n_{k,2}]^T$  – вектор составляющих нормали к границе  $\Gamma_k$ ;  $\omega_k$ ,  $k=1, \dots, n_k-1$  – расширенные области, окаймляющие соответствующие фрагменты, в частности, например, можно выбрать

$$\omega_k = \{(x_1, x_2) : -\infty < x_1 < +\infty, x_{2,k}^b < x_2 < x_{2,k+1}^b\}, \quad (1.2)$$

$\mathcal{L}_k$  – оператор задачи в расширенной области  $\omega_k$  относительно перемещений на интервале  $x_2 \in (x_{2,k}^b, x_{2,k+1}^b)$ ,

$$\mathcal{L}_k = \begin{bmatrix} \partial_1^* \bar{a}_{k,1} \partial_1 + \partial_2^* \bar{a}_{k,3} \partial_2 + \bar{a}_{k,4} \\ \partial_1^* \bar{a}_{k,3} \partial_1 + \partial_2^* \bar{a}_{k,1} \partial_2 + \bar{a}_{k,4} \\ \partial_1^* \bar{a}_{k,4} \partial_1 + \partial_2^* \bar{a}_{k,4} \partial_2 + \bar{a}_{k,5} \end{bmatrix}; \quad (1.3)$$

$$\bar{a}_{k,i} = \theta_k a_{k,i}, \quad i=1, 2, \dots, 5; \quad (1.4)$$

$$a_{k,1} = D_k; \quad a_{k,2} = D_k \nu_k; \\ a_{k,3} = 0.5 \cdot (a_{k,1} - a_{k,2}) = 0.5 \cdot D_k (1 - \nu_k); \\ a_{k,4} = G_k h_k k_k; \quad a_{k,5} = c_k; \quad (1.5)$$

$$D_k = E_k h_k^3 / [12(1 - \nu_k^2)]; \quad (1.6)$$

$D_k$  – цилиндрическая жесткость в области  $\Omega_k$ ;  $E_k$ ,  $\nu_k$ ,  $G_k$  и  $c_k$  – соответственно модуль упругости, коэффициент Пуассона, модуль сдвига и жесткость основания в области  $\Omega_k$ ;

$$\partial_k = \partial / \partial x_k, \quad k=1, 2; \quad \partial_k^* = -\partial / \partial x_k, \quad k=1, 2; \quad (1.7)$$

$S$  – искомое собственное значение;

$$\bar{u}_k = [u_1^{(k)} \ u_2^{(k)} \ u_3^{(k)}]^T = [\varphi_1^{(k)} \ \varphi_2^{(k)} \ w_k]^T, \quad k=1, \dots, n_k-1 \quad (1.8)$$

– искомый собственный вектор в области  $\Omega_k$ ;  $w_k$ ,  $\varphi_1^{(k)}$  и  $\varphi_2^{(k)}$  – прогиб плиты и углы поворота нормали к срединной поверхности в области  $\Omega_k$ .

Приведем ниже сводку определяющих формул для основных статических и кинематических величин:

– деформации в области  $\Omega_k$

$$\chi_1^{(k)} = \partial_1 \varphi_1^{(k)}; \quad \chi_2^{(k)} = \partial_2 \varphi_2^{(k)};$$

$$\chi_{12}^{(k)} = \chi_{21}^{(k)} = \partial_2 \varphi_1^{(k)} + \partial_1 \varphi_2^{(k)}; \quad (1.9)$$

$$\gamma_1^{(k)} = \partial_1 w_k + \varphi_1^{(k)}; \quad \gamma_2^{(k)} = \partial_2 w_k + \varphi_2^{(k)}; \quad (1.10)$$

– изгибающие и крутящий моменты в области  $\Omega_k$

$$M_1^{(k)} = D_k (\chi_1^{(k)} + \nu_k \chi_2^{(k)});$$

$$M_2^{(k)} = D_k (\nu_k \chi_1^{(k)} + \chi_2^{(k)});$$

$$M_{12}^{(k)} = M_{21}^{(k)} = 0.5 \cdot D_k (1 - \nu_k) \chi_{12}^{(k)}; \quad (1.11)$$

– сдвиговые усилия в области  $\Omega_k$

$$S_1^{(k)} = G_k h_k k_k \gamma_1^{(k)}; \quad S_2^{(k)} = G_k h_k k_k \gamma_2^{(k)}, \quad (1.12)$$

где  $k_k$  – коэффициент неоднородности сдвига в области  $\Omega_k$ .

## 2. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩЕГО ОПЕРАТОРА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ВЫДЕЛЕНИЕМ ОСНОВНОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Учитывая кусочно-постоянный характер изменения параметров конструкции по основному направлению (вдоль  $x_2$ ), можем записать:

$$\mathcal{L}_k = -\mathcal{L}_{k,2} \partial_2^2 + \mathcal{L}_{k,1} \partial_2 + \mathcal{L}_{k,0}, \quad (2.1)$$

где  $\mathcal{L}_{k,2} = - \begin{bmatrix} \bar{a}_{k,3} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{a}_{k,1} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{a}_{k,4} \end{bmatrix};$

$$\mathcal{L}_{k,1} = \begin{bmatrix} 0 & \partial_1^* \bar{a}_{k,2} - \bar{a}_{k,3} \partial_1 & 0 \\ \partial_1^* \bar{a}_{k,3} - \bar{a}_{k,2} \partial_1 & 0 & \bar{a}_{k,4} \\ 0 & -\bar{a}_{k,4} & 0 \end{bmatrix}; \quad (2.2)$$

$$\mathcal{L}_{k,0} = \begin{bmatrix} \partial_1^* \bar{a}_{k,1} \partial_1 + \bar{a}_{k,4} & 0 & \bar{a}_{k,4} \partial_1 \\ 0 & \partial_1^* \bar{a}_{k,3} \partial_1 + \bar{a}_{k,4} & 0 \\ \partial_1^* \bar{a}_{k,4} & 0 & \partial_1^* \bar{a}_{k,4} \partial_1 + \bar{a}_{k,5} \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

## 3. ОПЕРАТОРНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ С ВЫДЕЛЕНИЕМ ОСНОВНОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Операторная постановка задачи имеет вид:

$$\mathcal{L}_k \bar{u}_k = s \bar{u}_k, \quad x_2 \in (x_{2,k}^b, x_{2,k+1}^b), \quad (3.1)$$

$$k = 1, \dots, n_k - 1.$$

Рассмотрим произвольное  $k$ -е уравнение системы (3.1). Учитывая (2.1), можем переписать его следующим образом:

$$-\mathcal{L}_{k,2} \partial_2^2 \bar{u}_k + \mathcal{L}_{k,1} \partial_2 \bar{u}_k + \mathcal{L}_{k,0} \bar{u}_k = s \bar{u}_k. \quad (3.2)$$

Вводя обозначения

$$\bar{v}_k = [v_1^{(k)} \quad v_2^{(k)} \quad v_3^{(k)}]^T =$$

$$= [\partial_2 u_1^{(k)} \quad \partial_2 u_2^{(k)} \quad \partial_2 u_3^{(k)}]^T = \partial_2 \bar{u}_k = \bar{u}_k', \quad (3.3)$$

переходим от (3.2) к уравнению

$$-\mathcal{L}_{k,2} \bar{v}_k' + \mathcal{L}_{k,1} \bar{v}_k + \mathcal{L}_{k,0} \bar{u}_k = s \bar{u}_k, \quad (3.4)$$

где  $\bar{v}_k' = \partial_2 \bar{v}_k. \quad (3.5)$

Объединяя (3.3)-(3.4), получим следующую систему:

$$\begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & \mathcal{L}_{k,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_k' \\ \bar{v}_k' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & E \\ \mathcal{L}_{k,0} - sE & \mathcal{L}_{k,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_k \\ \bar{v}_k \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

или



с направлением опертого края, равны нулю, т.е. можем переписать (4.6) в виде:

$$v_2^{(k-1)}(x_1, x_{2,k}^b - 0) = 0; \quad v_2^{(k)}(x_1, x_{2,k}^b + 0) = 0. \quad (4.7)$$

Таким образом, имеем (см. формулы (4.4), (4.5) и (4.7)):

$$B_k^- = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B_k^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \bar{g}_k^- = \bar{g}_k^+ = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Для случая  $k=1$  имеем следующие граничные условия:

$$u_1^{(1)}(x_1, x_{2,1}^b + 0) = 0; \quad (4.9)$$

$$u_3^{(1)}(x_1, x_{2,1}^b + 0) = 0; \quad (4.10)$$

$$v_2^{(1)}(x_1, x_{2,1}^b + 0) = 0, \quad (4.11)$$

откуда

$$B_1^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.12)$$

а первые три компоненты в векторах  $\bar{g}_1^+$  и  $\bar{g}_{n_k}^-$  нулевые.

Для случая  $k=n_k$  имеем следующие граничные условия:

$$u_1^{(n_k-1)}(x_1, x_{2,n_k}^b - 0) = 0; \quad (4.13)$$

$$u_3^{(n_k-1)}(x_1, x_{2,n_k}^b - 0) = 0; \quad (4.14)$$

$$v_2^{(n_k-1)}(x_1, x_{2,n_k}^b - 0) = 0, \quad (4.15)$$

откуда

$$B_{n_k}^- = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

а последние три компоненты в векторах  $\bar{g}_1^+$  и  $\bar{g}_{n_k}^-$  нулевые.

*Жесткая заделка.*

На защемленных краях пластины должны быть равны нулю прогиб и углы поворота нормали к срединной поверхности, т.е. для случая  $k=1$  имеем следующие граничные условия:

$$u_1^{(1)}(x_1, x_{2,1}^b + 0) = 0; \quad (4.17)$$

$$u_2^{(1)}(x_1, x_{2,1}^b + 0) = 0; \quad (4.18)$$

$$u_3^{(1)}(x_1, x_{2,1}^b + 0) = 0, \quad (4.19)$$

откуда

$$B_1^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.20)$$

а первые три компоненты в векторах  $\bar{g}_1^+$  и  $\bar{g}_{n_k}^-$  нулевые.

Для случая  $k=n_k$  имеем следующие граничные условия:

$$u_1^{(n_k-1)}(x_1, x_{2,n_k}^b - 0) = 0; \quad (4.21)$$

$$u_2^{(n_k-1)}(x_1, x_{2,n_k}^b - 0) = 0, \quad (4.22)$$

$$u_3^{(n_k-1)}(x_1, x_{2,n_k}^b - 0) = 0, \quad (4.23)$$

Об операторной постановке проблемы определения собственных значений и собственных функций краевой задачи статического расчета изотропной пластины с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по основному направлению с учетом сдвига в рамках дискретно-континуального подхода

откуда

$$B_1^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.24)$$

а последние три компоненты в векторах  $\bar{g}_1^+$  и  $\bar{g}_{n_k}^-$  нулевые.

## ЗАМЕЧАНИЯ

Исследования проводились в рамках следующих работ:

1. Грант 2.3.8 Российской академии архитектуры и строительных наук «Разработка и исследование дискретно-континуальных методов для расчета строительных конструкций с кусочно-постоянными физико-геометрическими параметрами по одному из направлений» на 2011-2012 гг.
2. Грант 2.3.18 Российской академии архитектуры и строительных наук для молодых ученых специалистов «Разработка и верификация коррективных численных и численно-аналитических методов исследования локального напряженно-деформируемого состояния строительных конструкций на основе многоуровневого вейвлет-анализа» на 2012 г.
3. НИР «Разработка, исследование, программно-алгоритмическая реализация и верификация многоуровневых методов прогнозного математического моделирования состояния и техногенной безопасности ответственных объектов и комплексов мегаполиса», выполняемая в рамках государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации на оказание услуг (выполнение работ) на 2012 год.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Варданян Г.С., Андреев В.И., Атаров Н.М., Горшков А.А.** Соппротивление материалов с основами теории упругости и пластичности. – М.: Издательство АСВ, 1995. – 572 с.
2. **Доннелл Л.Г.** Балки, пластины и оболочки. – М.: Наука, 1982. – 568 с.
3. **Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.** Дискретно-континуальные методы расчета сооружений. – М.: «Архитектура – С», 2010. – 336 с.
4. **Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.** Дискретно-континуальный метод конечных элементов. Приложения в строительстве: Монография – М.: АСВ, 2010. – 336 с.
5. **Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.** Дискретные и дискретно-континуальные реализации метода граничных интегральных уравнений. – М.: ФГБОУ ВПО «МГСУ», 2011. – 368 с.
6. **Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.** Численные и аналитические методы расчета строительных конструкций. – М.: АСВ, 2009. – 336 с.
7. **Золотов А.Б., Ларионов А.В., Мозгалева М.Л., Мсхалая Ж.И.** Постановка и аппроксимация краевых задач методом расширенной области. М.: МИСИ, 1992. – 86 с.
8. **Сливкер В.И.** Строительная механика. Вариационные основы. – М.: АСВ, 2005. – 736 с.
9. **Сухотерин М.В.** Математическое моделирование упругих плоских элементов судовых и гидротехнических конструкций. Автореферат дис. ... доктора технических наук: 05.13.18, Санкт-Петербург, С.-Петербург. гос. ун-т вод. коммуникаций, 2010. – 46 с.
10. **Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.** Пластинки и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 636 с.

11. **Шилов Г.Е.** Математический анализ. Второй специальный курс. – М.: Наука, 1965. – 327 с.
12. **Reissner E.** The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates. // J. Appl-Mech., 1945, 12, p. A69-A77.

---

Акимов Павел Алексеевич, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94, E-mail: pavel.akimov2@gmail.com

Мозгалева Марина Леонидовна, доцент, кандидат технических наук, профессор кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94, E-mail: marina.mozgaleva@gmail.com

Сидоров Владимир Николаевич, советник РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94, E-mail: sidorov.vladimir@gmail.com

Pavel A. Akimov, Corresponding Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, PhD, Professor, Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94, E-mail: pavel.akimov2@gmail.com

Marina L. Mozgaleva, PhD, Professor, Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94, E-mail: marina.mozgaleva@gmail.com

Vladimir N. Sidorov, Advisor of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, PhD, Professor, Head of Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94,

## ТЕХНОЛОГИЯ ЦЕНТРАЛИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ КОМПЛЕКСА ЗДАНИЙ И ИНЖЕНЕРНОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ

*А.А. Волков, Р.Н. Ярулин, С.В. Юдин, М.И. Разин, О.Б. Гусева,  
С.Р. Муминова*

ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** Выделены основные технические и технологические требования, обеспечивающие возможность создания современной интерактивной автоматизированной системы, в частности автоматизированной системы проектирования и технологической подготовки производства ремонтных работ зданий и инженерной инфраструктуры. Рассматриваются современные технологии удовлетворяющие данным требованиям.

**Ключевые слова:** САПР, облачные вычисления, служба коммутации, веб-сервис, СУБД, файловое хранилище

## TECHNOLOGY CENTRALIZING PROCESS BETWEEN THE COMPLEX OF BUILDINGS AND ENGINEERING INFRASTRUCTURE

*Andrey A. Volkov, Rustam N. Yarulin, Sergey V. Udin, Michail I. Razin,  
Olga B. Guseva, Svetlana R. Muminova*

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** The article describes the main characteristics of cloud computing: scalability, elasticity, multitenantness, payment for the use, self-service. Cloud consists of service of commutation, web-service, database management system, database, file storage, application administrator, the user application. To use the system from the user needs access to the Internet on the computer of any power. This significantly reduces the cost of using the system in the organization, and with the advent of the information technology market of tablet PCs, the solution can be the most portable.

**Key words:** CAD, cloud computing, service switching, web service, database, file storage.

В статье «Автоматизация синтеза ремонтных работ зданий и инженерной инфраструктуры» был рассмотрен алгоритм принятия решений в случае возникновения аварийной ситуации на конструктивных элементах здания, алгоритм синтеза планов ремонтных работ (аварийных и плановых), заключающийся в перераспределении аварийных ремонтных работ по планам ремонтных работ. Данные алгоритмы созданы в рамках модели САПР производства ремонтных работ зданий и инженерной инфраструктуры, реализующая методику проведения ремонтных работ, с

учетом внеплановых мероприятий и помогающая эксперту в принятии оперативных решений, направленных на экономию материальных, временных и человеческих ресурсов (САПР ПРР). Реализация представленных алгоритмов в рамках целого комплекса зданий и сооружений требуют больших технологических ресурсов и предполагают использование современных технологий [1].

Выделены основные требования к системе, обеспечивающие возможность создания автоматизированной системы проектирования

и технологической подготовки производства ремонтных работ зданий и инженерной инфраструктуры:

1. Доступ к системе должен обеспечиваться по средствам широкополосного канала интернет, с соответствующими ограничениями по безопасности.
2. Система должна иметь возможность обрабатывать большие объемы структурированных и хранение не структурированных данных. При этом доступ извне, непосредственно к хранилищу данных должен быть физически закрыт, а обеспечивать возможность работы с данными должна система.
3. Система должна предоставлять набор сервисов, взаимодействующих параллельно с комплексом зданий и инженерной инфраструктуры. Набор сервисов должен соответствовать специфике каждого из участников. По мере создания набора специфических сервисов вид возможных участников должен будет расширяться.
4. Система должна предоставлять возможность доступа к своим сервисам при помощи общедоступных интерфейсов определенных на языке XML. Взаимодействие должно осуществляться согласно описанным форматам по средствам сообщений основанных на XML, и передаваемых с помощью интернет протоколов.
5. Система должна предоставлять возможность использовать свои сервисы по средствам общедоступного пользовательского интерфейса, который в свою очередь, в полной мере должен обеспечивать возможность решения задач, описанных в методике.

Перечисленные ограничения позволяют определить спектр технологий, которые способны решить поставленные задачи. Облачные вычисления могут стать технологической платформой, обеспечивающей возможность создания автоматизированной системы проектирования и технологической подготовки производства ремонтных работ зда-

ний и инженерной инфраструктуры. Облачные технологии- это инновационная технология, которая предоставляет динамично масштабируемые вычислительные ресурсы и приложения через Интернет в качестве сервиса под управлением поставщика услуг. Рассмотрим основные характеристики облачных вычислений:

- масштабируемость, масштабируемое приложение позволяет выдерживать большую нагрузку, за счет увеличения количества одновременно запущенных экземпляров. Как правило, для одновременного запуска множества экземпляров используется типовое оборудование, что снижает общую стоимость владения и упрощает сопровождение инфраструктуры;
- эластичность, эластичность позволяет быстро нарастить мощность инфраструктуры, без необходимости проведения начальных инвестиций в оборудование и программное обеспечение. Эластичность связана с масштабируемостью приложений, так как решает задачу моментального изменения количества вычислительных ресурсов, выделяемых для работы информационной системы;
- мультитенантность, один из способов снижения расходов за счет максимального использования общих ресурсов для обслуживания различных групп пользователей, разных организаций, разных категорий потребителей и т.п.;
- оплата за использование, приобретая только необходимый объем ресурсов, можно оптимизировать расходы, связанные с работой информационных систем организации;
- самообслуживание, традиционно, развертывание информационной системы предваряется определением спецификации оборудования, его закупкой и настройкой. В зависимости от того, кем будет производиться процесс разработки приложения он может потребовать выделения аппаратных ресурсов и установку программного обеспечения. Все это мо-

жет занять длительное время. Самообслуживание позволит потребителям запросить и получить ресурсы за считанные минуты.[2-3]

Как можно заметить, основное достоинство данной системы – снижение затрат на инфраструктуру. Все вычисления обрабатываются внутри «облака» - пользователю приходит лишь результат (рис.1)

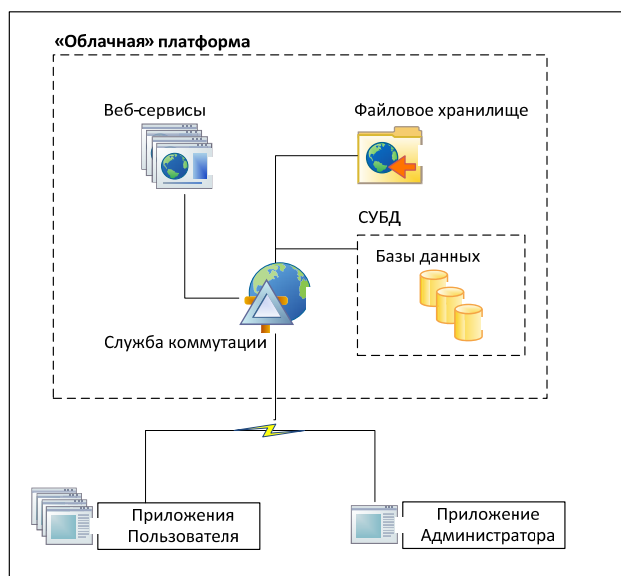


Рис.1. Предполагаемая архитектура решения САИР ПРР.

Внутри «облака» находятся модули, несущие в себе коммутативную, вычислительную функцию, а так же функцию хранения и обработки данных:

1. Служба коммутации - служба для обмена данными между приложениями(службами, базами данных). Необходимо для построения безопасных и надёжных транзакционных связей между элементами системы. В качестве технологической платформы для подобной службы идеально подходит технология WindowsCommunicationFoundation(WCF). WCF это интерфейс программирования приложений от Microsoft для независимого создания легко модифицируемых, защищенных приложений. Он полностью реализует концепцию сервис-ориентированности и имеет расширен-

ную функциональность: независимая модификация, асинхронный однонаправленный обмен сообщениями, платформенная консолидация, безопасность, надежность, поддержка транзакций, сетевое взаимодействие, производительность, расширяемость и возможности конфигурирования. Независимая модификация различных составных частей распределенного приложения достигается в WCF за счет строгого соблюдения требований спецификаций и позволяет разрабатывать WCF сервисы в соответствии с ожиданиям пользователей сервисов. Асинхронный однонаправленный обмен сообщениями позволяет обеспечить надежность и эффективно использовать в приложениях всю мощь процессора и возможности расширения функциональности. Платформенная консолидация позволяет заключать в себе возможности многих предыдущих технологий и объединяет их в общую программную модель. Технология WCF поддерживает различные модели безопасности позволяет легко использовать в приложениях широко распространенные меры безопасности. Так же WCF содержит механизмы, обеспечивающие различные виды гарантий(надежности) осуществляемые без модификации приложения или же с несущественными изменениями в нем и предоставляет средства для осуществления транзакций между множеством приложений. С точки зрения сетевого взаимодействия WCF является единой технологией обладающей возможностями для обеспечения взаимодействия, которые ранее содержались в нескольких других технологиях(REST-архитектуры, форматы сообщений POX и др.) В отличие от других технологий WCF могут предоставлять возможности для организации взаимодействия с различной степенью производительности. За счет расширяемой архитектуры можно заметно увеличить функционал платформы. И наконец, одной из основных воз-

возможностей WCF является ее обширная поддержка конфигурирования посредством конфигурационных файлов на базе языка разметки XML.[4]

2. Сервис(служба логики, веб-сервис)-служба идентифицируемая веб-адресом, программная система со стандартизованными протоколами взаимодействия. Берет на себя роль логических и математических расчетов системы. Является единицей модульности.Веб-службы могут взаимодействовать друг с другом и со сторонними приложениями посредством сообщений, основанных на определённых протоколах(SOAP,XML-RPCит.д.).
3. Система управления базами данных (СУБД)- совокупность программных и лингвистических средств общего или специального назначения, обеспечивающих управление созданием и использованием баз данных.
4. База данных - совокупность данных, хранящихся в соответствии со схемой данных.
5. Файловое хранилище - обеспечивает хранение структурированных и неструктурированных данных(файлы конфигурационных настроек, изображения и пр.)
6. Приложение администратора – пользовательское приложение, выполняющее ряд административных функций: создание, настройка и управление решениями системы, распределение прав доступа к решениям системы, журнализация работы системы.
7. Приложение пользователя - осуществляет работу с входными, выходными данными, проводить ввод или коррекцию входной информации для расчетов.

Следует отметить, что для использования данной системы со стороны пользователя необходим лишь доступ к сети Интернет на компьютере любой мощности, что существенно снижает затраты на использование системы в организациях, а с появлением на рынке информационных технологий планшетных компьютеров, решение может стать наиболее портативным.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Волков А.А., Ярулин Р.Н.** Автоматизация проектирования производства ремонтных работ зданий и инженерной инфраструктуры // Вестник МГСУ, 2012. №9, С. 234-240.
2. **Ярулин Р.Н.** Применение облачных технологий при автоматизации документирования учета и контроля отходов строительства // Интеграция, партнерство и инновации в строительной науке и образовании: сборник трудов: в 2 т. / Московский государственный строительный университет (НИУ). 2011. Т. 1. С. 758-760.
3. **Риз Д.** Облачные вычисления (CloudApplicationArchitectures) // БХВ-Петербург. 2011. – 98с.
4. **Смит Дж.** Основы Windows Communication Foundation. // Издательство «Русская Редакция». 2008. – 384 с.

---

Волков Андрей Анатольевич, Московский государственный строительный университет, кафедра информационных систем, технологий и автоматизации в строительстве, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, e-mail: volkov@mgsu.ru.

Ярулин Рустам Назипович, Московский государственный строительный университет, кафедра информационных систем, технологий и автоматизации в строительстве, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, e-mail: rn.yarulin@gmail.com

Юдин Сергей Витальевич, Московский государственный строительный университет, кафедра информационных систем, технологий и автоматизации в строительстве, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, e-mail: it@mgsu.ru.

Разин Михаил Игоревич, Московский государственный строительный университет, кафедра информационных систем, технологий и автоматизации в строительстве, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, e-mail: it@mgsu.ru.

Гусева Ольга Борисовна, Московский государственный строительный университет, кафедра строительства тепловых и атомных электростанций, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, e-mail: it@mgsu.ru.

Мунинова Светлана Рашидовна, Московский государственный строительный университет, НОЦ Информационных систем и интеллектуальной автоматизации в строительстве, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, e-mail: muminova@mgsu.ru.

Andrey A. Volkov, Department of Information systems, technologies and automation in construction, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, e-mail: volkov@mgsu.ru

Rustam N. Yarulin, Department of Information systems, technologies and automation in construction, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, e-mail: rn.yarulin@gmail.com

Sergey V. Udin, Department of Information systems, technologies and automation in construction, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, e-mail: it@mgsu.ru.

Michail I. Razin, Department of Information systems, technologies and automation in construction, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, e-mail: it@mgsu.ru.

Olga B. Guseva, Department of Construction of thermal and nuclear power stations, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA

Svetlana R. Muminova, Scientific and Educational center "Information systems and Intelligent automatics in construction", Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, e-mail: muminova@mgsu.ru.

## МОДЕЛЬ ИНТЕРОПЕРАБЕЛЬНОСТИ КОРПОРАТИВНОГО ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОСТРАНСТВА СТРОИТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ

*А.А. Волков, Д.В. Аникин, Е.Н. Куликова*

ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет», г. Москва, РОССИЯ

**АННОТАЦИЯ:** В статье обозначена проблема выбора программного обеспечения для организаций, связанных со строительством, о необходимости подбора функционального программного обеспечения, о необходимости регулярной его смене, о необходимости интероперабельности всех программных продуктов компании для эффективного управления компанией.

**Ключевые слова:** интероперабельность

## INTEROPERABILITY MODEL FOR CORPORATE INFORMATION SPACE IN CONSTRUCTION COMPANIES

*Andrey A. Volkov, Dmitry V. Anikin, Ekaterina N. Kulikova*

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

**ABSTRACT:** The article indicated the problem of choice of software for organizations associated with the construction, the need for selection of functional software, the need to regularly change, the need for interoperability of software products for the effective management of the company. Interoperability of software (software functionality) - the ability of software to perform a set of functions defined in the description of his appearance and satisfy specified or implied needs of users. If you want to create a single software product for the convenience of the effective management of a construction company, you should think about the convenience of work and the possibilities for the spectrum width. Thus, for some construction companies may need one list of features of the program in a particular industry, but for other companies - the other list. As a result, if you try to please everyone, then, or the program will not extensive and agile, with the presence of a huge list of non-functional use, or make a decision module. The latter does not get rid of excess functional and will not allow to change the logic of the program. Therefore need a solution that will joint he Software from all areas of life of a construction company. This solution is the use of cloud technologies. And to choose the right software author proposes a model of interoperability.

**Key words:** CAD, cloud computing, service switching, web service, database, file storage.

В наше быстроразвивающееся время организациям, в том числе и строительным, придется придерживаться определенных правил получения, обработки и хранения информации. Иначе даже самая мощная организация, связанная со строительством, перестанет существовать. В архитектуре появляется много программного обеспечения, которое позволяет в более сжатые сроки проводить проектирование объектов строительства, рассчитывать их нагрузку, составлять смету.

Для самих строительных организаций становятся необходимы программы, которые учитывают большое разнообразие строительных материалов, обладающих большим перечнем характеристик. Эти характеристики всегда держать в голове не имеется возможным, при условии, что на строительном рынке появляется огромное количество альтернатив данного материала с измененными параметрами, тем более эти особенности материала

будут подходить больше для конкретного случая.

Ведение корреспонденции с организациями поставщиками или организациями заказчиками тоже важно для ведения успешного бизнеса в строительстве. Большое количество контрагентов приводит к наличию огромного объема документооборота, а это тоже приводит к использованию специального программного обеспечения. Программы, которые позволяют оптимально распределять людские, машинные и сырьевые ресурсы на строительных объектах компании, так же необходимы для успешной организации работы. Бухгалтерское и управленческое программное обеспечение не является исключением для работы любой организации, в том числе и связанной со строительством.

Надо помнить, что этих программных продуктов разного класса, разной направленности, удобства работы и стоимости очень много на рынке, но для руководства организации для эффективного управления необходимо видеть состояние дел во всех сферах в одном месте для анализа и принятия эффективного решения.

Все вышеперечисленное можно пожелать реализовать в одном программном обеспечении, но данная задача сразу обречена на провал. Причин этому очень много. Вот некоторые из них: для каждого направления деятельности следует учесть развитие и изменение в данном направлении. Для бухгалтерского программного обеспечения надо делать изменения и обновления, соответствующие законодательству, которое меняется непрерывно в Российской Федерации. Новые строительные средства, появляющиеся на рынке, также требуют регулярного обновления соответствующего программного обеспечения. Совершенствуются программы контроля ресурсов, программы архитектурной направленности, документооборота. Данный перечень можно продолжать еще долго. Это все приведет к невозможности регулярного обновления общего приложения, которое не позволит работать с ним на

момент обновления, а данный процесс может занять довольно продолжительное время. Следует учесть, что в любом программном продукте существует появление ошибок, которые тоже не позволят оперативно проводить работу теперь уже во всех направлениях организации.

Если пойти по пути создания единого программного продукта для удобства эффективного управления строительной организации, то следует вспомнить об удобствах работы и ширине спектра возможностей обеспечения. Так, для одних строительных организаций может оказаться необходимым один перечень возможностей программы в определенной отрасли, а для других компаний – другой перечень. В результате, если стараться угодить всем, то, либо программа будет объемная и не поворотливая, с наличием огромного перечня не используемого функционала, или делать решение модульным. Последнее не избавит от избыточности функционала и не позволит сменить логику программы.

Еще одна проблема в достижении поставленной цели состоит в том, что присутствует текучка кадров, и новых специалистов следует готовить уже в режиме работы. Среднее время подготовки работника в определенной отрасли составляет от трех месяцев до года. Данная статистика не официальна, но это мнение большинства работодателей и психологов. Существует много исследований в данном направлении в психологии, педагогике, которые дают рекомендации в освоении нового программного обеспечения, адаптации в новом коллективе, сокращению сроков вливания в работу.

Анализируя вышеизложенное, можно сделать еще один вывод: необходимо решение, которое позволит стыковать программные обеспечения из всех направлений жизнедеятельности строительной организации. Это решение возможно реализовать при наличии одного важного критерия: все приложения, которые могут использоваться в строительной организации имеют возможность выгружать данные в определенных форматах и

загружать данные для работы с ними и составления отчетов так же вполне определенных форматах. Каковы эти форматы, как каковы критерии их использования – вот важная задача.

Каковы способы обмена данными между разными программами, а значит их интероперабельности? Их, как известно, существует очень много. Вот некоторые из них: текстовые файлы для обмена в формате DOS, Windows, с учетом каретки перевода строки, с использованием, точки с запятой, запятой, табуляции в виде разделителя табличных данных, без учета этих особенностей в хранении данных. dbf файлы для передачи табличных данных. Excel или XML файлы для передачи табличных и не табличных данных. Если мы имеем базы данных, то передача данных возможна с использованием таблиц и запросов СУБД. Существует великое множество других способов и особенностей обмена данных и их также следует учесть.

Последнее время большое внимание уделяется облачным технологиям в организации работы различных организаций, в том числе и компаний, связанных со строительством. Выбранный способ работы различных приложений, позволяет использовать облачные технологии. Это позволят подобрать высококвалифицированных специалистов не только из региона, где расположена организация, но и среди специалистов других регионов, в том числе и зарубежных, при этом не придется решать дополнительные проблемы с переездом профессионала в регион организации или регион проведение стройки. Данное положение позволяет избавиться от необходимости вливания в коллектив, освоения нового программного обеспечения, так как удаленный работник может на высоком уровне знать и использовать узкоспециализированную программу с широкими возможностями.

Облачные технологии позволят создать виртуальный офис, где программное обеспечение находится не на одном сервере, а на нескольких арендованных серверах. Значит, не

придется решать вопросы о выделении помещения под данные нужды, решать проблемы с закупку серверного оборудования. Не требуется проводить подготовку, поиск специалистов данного направления и выделять не малые средства на их обеспечение. Не придется решать проблемы отказа собственного серверного оборудования. Есть возможность выбора устойчиво работающих удаленных серверов.

Еще надо учесть ряд аспектов в работе с интеграцией программ. Одина из данных особенностей – это создание достоверного отчета для передачи в другое приложение, то есть правильное понимание поставленной задачи. Вторая – определение проблемных ситуаций, режимов для интеграции, ведь одни и те же данные могут передаваться и приниматься, а это приводит к определенным сложностям. Третья – с течением времени от одних приложений приходится отказываться, а другие осваивать, а это значит решать проблемы приема и передачи данных.

Для выбора или смены того или иного программного обеспечения требуется определить причины и критерии, а так же принципы его интеграции. Смену программного обеспечения, так же как и обновление следует планировать и включать в смету затрат на приобретение и освоение новых приложений. Следует учесть возможное время на освоение нового ПО (программного обеспечения).

Что же нужно для определения необходимости и возможности выбора того или иного программного продукта в организации? Вот предполагаемый перечень того, что следует учесть:

1. Следует определить уровень потребности и заинтересованности в i-м программном продукте и внести понятие «коэффициент внутренней удовлетворенности» конкретным программным продуктом, который будет вычисляться исходя из следующих потребностей:

- а. Удовлетворенность программой для решения i-ой узкой задачи компании, с уче-

том ширины спектра возможностей то есть связанная с логичностью, простотой в эксплуатации, минимизации ошибок.

в. Удовлетворенность программой с учетом, уровня владения программой.

с. Удовлетворенность программой с учетом, наличия сопроводительной документации программы.

д. Удовлетворенность программой с учетом, компетентности сотрудников подрядчика.

е. Удовлетворенность программой с учетом ценовой категории самой программы и стоимостью ее дальнейшего обслуживания.

2. Требуется определение уровня интероперабельности выбранной i-ой системой. Введем еще одно понятие «коэффициент внешней удовлетворенности», который будет вычисляться из следующих потребностей:

а. Требуется определить возможности интегрируемости программы на передачу и прием данных.

б. Требуется определение достоверности сбора, приема, передачи данных.

Иначе говоря, можно составить стандартную экономическую задачу, в которой необходимо максимизировать прибыль организации, минимизировав себестоимость продукта, в стоимость которого входят затраты на покупку необходимого программного обеспечения, реализация его интероперабельности и его дальнейшее сопровождение. В виде формул это будет выглядеть следующим образом:

$$\max_{n, m} \left( \sum_{k=1}^m S_k - \sum_{i=1}^n Z_i \right) \rightarrow \infty$$

где m – количество продуктов, выпускаемых компанией, n – количество затраты компании,  $S_k$ -сумма прибыли от продажи k-ого продукта,  $Z_i$  – сумма i-ой затраты.

Согласно формулы одна из сумм затрат, потраченная на создание корпоративного ин-

формационного пространства будет найдется по формуле:

$$Z_0 = \sum_{j=1}^p \frac{X_j * Y_j}{H_j} D_j$$

где  $Z_0$  – затраты на приобретение корпоративных программных продуктов, p– количество программных продуктов компании,  $D_j$ – затраты на покупку и сопровождение j–го программного обеспечения,  $X_j$ - коэффициент эффективности эксплуатации j–го программного обеспечения,  $Y_j$ - коэффициент уровня потребности j–го программного обеспечения,  $H_j$ - коэффициент уровня потребности j–го программного обеспечения,

$$0 \leq X_j, Y_j, H_j \leq 1$$

Каковы плюсы подбора узкоспециализированных корпоративных продуктов и реализация их интероперабельности:

1. Подбор программного обеспечения с высокотехнологичной и узкоспециализированной продукции с широкими возможностями.

2. Подбор высокопрофессионального и узкоспециализированного персонала.

3. Удобство в проведении регулярных обновлений программного обеспечения.

4. Возможно использование высокопрофессиональных специалистов среди Freelancer.

5. Возможность использования облачных технологий в создании виртуального офиса.

6. Высвобождение средств от закупки серверного оборудования и содержания соответствующего персонала.

7. Возможность постоянного выбора более совершенного программного обеспечения.

Сложности, которые следует учесть при выборе данного пути решения задачи интероперабельности корпоративного информационного пространства строительных организаций:

1. Проблемы в подборе высокопрофессионального персонала для интеграции ПО.
2. Выбор способа интеграции программных продуктов для работы всей организации и получения отчетных форм для управления работой компании.
3. Необходимость регулярной настройки обмена данными между разными программами организации.
4. Следует планировать регулярную смену программного обеспечения.
5. Следует планировать время на обучение персонала выбранным программным продуктам.
6. Постоянный контроль достоверности собранной и передаваемой информации.
7. Не возможно остановиться на определенном наборе ПО для строительных организаций по причине разнообразия поставленных задач, финансовых возможностей и прочих причин.
8. Требуется четко понимать и представлять принципы подбора программных продуктов и их принципы интеграции, а также четко представлять этапы интеграции и цели ее проведения.
9. Требуется четкое понимание необходимости регулярной смены программных продуктов, что требует разработки определенных алгоритмов прогнозирования.
10. Требуется постоянный мониторинг проблемных ситуаций, умение их классифицировать и прогнозировать и, следовательно, стараться минимизировать расхождения между прогнозом и фактом.
11. Требуется механизм принятия решения к смене программного обеспечения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бугорский В.Н., Соколов Р.В.** Сетевая экономика и проектирование информационных систем // 2007. 320 с.
2. **Тупикин В.Ф.** Управление в наукоемких отраслях. // ИнВестРегион. 2006. №4. С.20-22.

3. **Лосев К.Ю., Лосев Ю.Г., Волков А.А.** Развитие моделей предметной области строительной системы в процессе разработки информационной поддержки проектирования // Вестник МГСУ. – 2011. – №1. – Т.1. – с. 352–357.

---

Волков Андрей Анатольевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных систем, технологий и автоматизации в строительстве, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет» (ФГБОУ ВПО «МГСУ»), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, e-mail: it@mgsu.ru;

Аникин Дмитрий Васильевич, аспирант кафедры информационных систем, технологий и автоматизации в строительстве, ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет» (ФГБОУ ВПО «МГСУ»), г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, e-mail: it@mgsu.ru.

Куликова Екатерина Николаевна, к.т.н., доцент кафедры информационных систем, технологий и автоматизации в строительстве, ФГБОУ ВПО «Московский Государственный Строительный Университет», 129337, г.Москва, Ярославское шоссе, д.26, e-mail: it@mgsu.ru.

Andrey A. Volkov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Information Systems, Technology and Automation in Civil Engineering, Moscow State University of Civil Engineering (MGSU), 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; e-mail: it@mgsu.ru;

Dmitry V. Anikin, postgraduate student, Department of Information Systems, Technologies and Automation in Construction, Moscow State University of Civil Engineering (MGSU), 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; e-mail: it@mgsu.ru;

Kulikova Ekaterina Nikolaevna, Ph.D. in Engineering, Assistant Professor of Department of Information Systems, Technologies and Automation in Construction, Moscow State University of Civil Engineering (MSUCE), 26, Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, e-mail: it@mgsu.ru.