

ДЕФОРМАЦИОННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ПЛОСКОНАПРЯЖЕННОГО КОРРОЗИОННО ПОВРЕЖДЕННОГО СОСТАВНОГО ЭЛЕМЕНТА В ЗОНЕ КОНТАКТА

В.И. Колчунов, М.С. Губанова

Юго-Западный государственный университет, г. Курск, РОССИЯ

Аннотация: На основе деформационных зависимостей железобетона при сложном напряженном состоянии предложена расчетная модель деформирования плосконапряженного коррозионно поврежденного составного элемента в зоне контакта. Физические уравнения записанные в виде соотношения между конечными приращениями напряжений и деформаций плосконапряженного коррозионно поврежденного железобетонного элемента с пересекающимися трещинами. Полученные коэффициенты матрицы податливости плосконапряженного элемента учитывают длительное деформирование, коррозионные повреждения и сосредоточенный сдвиг при образовании пересекающихся трещин в зоне контакта составного элемента. С использованием полученных деформационных зависимостей дан пример расчета железобетонной балки составного сечения и приведены результаты сопоставления расчета с данными экспериментальных исследований.

Ключевые слова: железобетон, плосконапряженный элемент, коррозия, контакт двух бетонов, схема пересекающихся трещин

RELATIONSHIPS BETWEEN DEFORMATIONS AND STRESSES AT CONTACT ZONE OF FLAT-STRESSED COMPOSITE ELEMENT, WHICH WAS SUBJECTED CORROSION DAMAGES

Vitaly I. Kolchunov, Maria S. Gubanova

Southwest State University, Kursk, RUSSIA

Abstract: A computational model of deformation of a flat-stressed reinforced-concrete composite element in the contact zone is proposed. Deformation equations takes the form of the relationships between the final increments of stresses and deformations for a corrosion-damaged reinforced concrete element with intersecting cracks. Coefficients of flexibility matrix of the element are obtained. These coefficients take into account the long-term deformation, corrosion damages and concentrated shear, when intersecting cracks appear in the contact zone of the composite element. The solution to reinforced-concrete beam of composite section is given. The computational results are compared with the experimental data for such structures.

Keywords: reinforced-concrete, flat-stressed element, corrosion, composite construction, intersecting cracks

Введение. Несмотря на достаточно широкое рассмотрение в строительстве составных в том числе железобетонных конструкций [1-4], далеко не все особенности их напряженно-деформированного состояния достаточно изучены. Отсутствуют деформационные зависимости для определения деформаций сдвига в характерном плосконапряженном железобетонном элементе, моделирующем

зону контакта двух брусьев коррозионно поврежденной составной конструкции. В работе построена расчетная модель длительного деформирования коррозионно поврежденного составного железобетонного элемента в зоне контакта двух брусьев составной конструкции, позволяющая определить деформированное состояние таких конструкций при плоском напряженном состоянии.

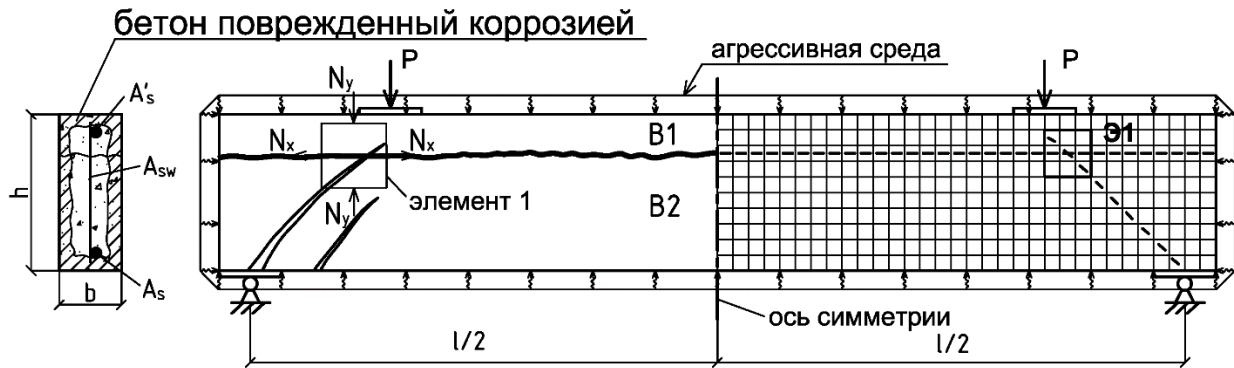


Рисунок 1. Заданная (а) и конечноэлементная расчетная (б) схема коррозионно повреждаемой железобетонной составной конструкции (балки-стенки).

ПОСТРОЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Рассмотрим составную конструкцию, состоящую из двух брусьев В1 и В2 сопряженных между собой швом их контакта, который пересекает поперечная арматура A_{sw} (рис. 1). Балка нагружена внешней нагрузкой в виде сосредоточенных сил P и воздействием агрессивной среды вызывающий ее коррозию.

Выделим в зоне контакта двух бетонов характерный элемент единичных размеров $\Delta 1$ напряженное состояние которого во времени определяется приложенными к нему нормальными N_x , N_y , и сдвигающими N_{xy} усилиями. Связь между нормальными и сдвигающими усилиями и деформациями характерного элемента следуя [5] записывается в виде:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

где ε_x , ε_y , γ_{xy} – относительные деформации, N_x , N_y , N_{xy} – нормальные и сдвигающие усилия в характерном плосконапряженном элементе единичных размеров, C_{ij} – коэффициенты матрицы податливости железобетона.

Зависимости деформационной модели [6] справедливы при всех значениях углов наклона трещины в характерном элементе кроме углов $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 90^\circ$ (рис. 2). Поскольку значения относительного сдвига арматуры γ_{sxy} и сдвигающих усилий N_{xy} в этих

случаях будут равны нулю. В связи с этим для построения деформационных зависимостей в рассматриваемом характерном элементе $\Delta 1$ пересекаемом горизонтальной трещиной вдоль шва контакта двух брусьев повернем координатные оси элемента x и y на угол $\theta = 45^\circ$ используя формулы преобразования относительных усилий и деформаций при повороте координатных осей (рис. 2):

$$\begin{aligned} N_{x'} &= N_x \cos^2 \theta + N_y \sin^2 \theta + 2N_{xy} \cos \beta \sin \theta; \\ N_{y'} &= N_x \sin^2 \theta + N_y \cos^2 \theta - 2N_{xy} \cos \beta \sin \theta; \\ N_{x'y'} &= -N_x \cos \theta \sin \theta + N_y \cos \theta \sin \theta + N_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{x'} &= \varepsilon_x \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \cos \theta \sin \theta; \\ \varepsilon_{y'} &= \varepsilon_x \sin^2 \theta + \varepsilon_y \cos^2 \theta - \gamma_{xy} \cos \theta \sin \theta; \\ \gamma_{x'y'} &= -2\varepsilon_x \cos \theta \sin \theta + 2\varepsilon_y \cos \theta \sin \theta + \gamma_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta). \end{aligned} \quad (3)$$

В рассматриваемом характерном элементе трещины разрывают бетон по двум направлениям шва контакта и по направлению главных растягивающих усилий в результате бетон теряет способность самостоятельно воспринимать усилия.

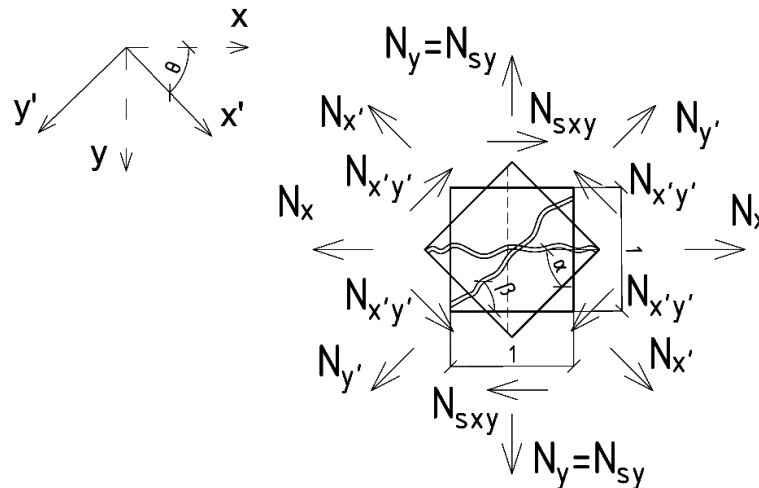


Рисунок 2. Схема характерного плосконапряженного железобетонного элемента с трещинами в зоне контакта.

В этом случае сохраняются лишь некоторые бетонные связи между краями трещин и остается способность бетона на участках между трещинами сопротивляться тангенциальным перемещениям арматурных стержней, пересекающих трещину.

При образовании продольной трещины в шве контакта двух бетонов и трещины от главных растягивающих усилий все действующие в характерном элементе усилия предаются на арматуру. В ней возникают нормальные и касательные усилия (рис. 2). Для определения этих напряжений спроецируем все силы, приложенные к граням элемента на оси x' и y' :

$$\begin{aligned}
 x': & \sigma_x h (\cos \alpha + \sin(\beta + \alpha)) + \tau_{x'y'} h (\cos(\beta + \alpha) + \sin \alpha) = \\
 = & \sigma_{sy} f_{sy} \cos \alpha - \tau_{sxy} f_{sy} \cos \alpha + N_{3x'y'} \sin \alpha + N_{3x'} \cos \alpha - \\
 - & N_{3y'x'} \cos(\beta + \alpha) + N_{3y'} \sin(\beta + \alpha); \\
 y': & \sigma_y h (\cos(\beta + \alpha) + \sin \alpha) + \tau_{x'y'} h (\cos \alpha + \sin(\beta + \alpha)) = \\
 = & \sigma_{sy} f_{sy} \sin \alpha + \tau_{sxy} f_{sy} \sin \alpha - N_{3x'y'} \cos \alpha + N_{3x'} \sin \alpha + \\
 + & N_{3y'x'} \sin(\beta + \alpha) + N_{3y'} \cos(\beta + \alpha).
 \end{aligned} \tag{4}$$

Обозначим α, β – углы наклона трещины вдоль шва контакта двух брусьев и трещины от главных растягивающих усилий, соответственно, к оси x , h – толщина характерного элемента, f_{sy}^* – площадь арматуры по направлению оси y , приходящейся на единицу длины характерного элемента с учетом повреждения ее коррозией, μ_{sy}^* – коэффициент армирования для арматуры направления y ($\mu_{sy}^* = f_{sy}^*/h$).

ЗАЦЕПЛЕНИЕ БЕРЕГОВ ТРЕЩИН ЧЕРЕЗ БЕТОННЫЕ СВЯЗИ

Согласно [6], представляя связи зацепления равномерно распределенными по длине участков трещин, можно определить погонные силы зацепления возникающие в трещинах по формулам:

$$\begin{aligned}
 N_{3x'y'} &= h E_{3x'y'} \Delta_{x'y'} / l_T, \\
 N_{3y'x'} &= h E_{3y'x'} \Delta_{y'x'} / l_T, \\
 N_{3x'} &= h E_{3x'} a_{x'} / l_T, \\
 N_{3y'} &= h E_{3y'} a_{y'} / l_T,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где ширина раскрытия трещины a и взаимный сдвиг Δ ее берегов для трещины в зоне контакта двух брусьев и трещины от главных растягивающих усилий, соответственно, принимаем равными:

$$\begin{aligned}
 a_{x'y'} &= 2(u_{y'1} \cos \alpha + u_{x'1} \sin \alpha), \\
 \Delta_{x'y'} &= 2(u_{y'1} \sin \alpha - u_{x'1} \cos \alpha), \\
 a_{y'x'} &= 2(u_{y'2} \cos(\beta + \alpha) + \\
 &\quad u_{x'2} \sin(\beta + \alpha)), \\
 \Delta_{y'x'} &= 2(u_{y'2} \sin(\beta + \alpha) - \\
 &\quad u_{x'2} \cos(\beta + \alpha)),
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 u_{y'1} &= \varepsilon_{sy'} 0,5l / \sin 2\alpha, \\
 u_{x'1} &= \varepsilon_{sx'} 0,5l / \sin 2\alpha, \\
 u_{y'2} &= \varepsilon_{sy'} 0,5l / \sin(\beta + \alpha) + \alpha, \\
 u_{x'2} &= \varepsilon_{sx'} 0,5l / \sin(\beta + \alpha) + \alpha.
 \end{aligned}$$

После подстановки выражений (6) в уравнения (5) получим:

где

$$\begin{aligned}
 N_{3x'y'} &= - (hE_{3x'y'} \varepsilon_{sx'} \cos \alpha - hE_{3x'y'} \varepsilon_{sy'} \sin \alpha) / \sin 2\alpha, \\
 N_{3y'x'} &= - (hE_{3y'x'} \varepsilon_{sx'} \cos \alpha(\beta + \alpha) - hE_{3y'x'} \varepsilon_{sy'} \sin(\beta + \alpha)) / \sin(\beta + 2\alpha), \\
 N_{3x'} &= (hE_{3x'} \varepsilon_{sy'} \cos \alpha + hE_{3x'} \varepsilon_{sx'} \sin \alpha) / \sin 2\alpha, \\
 N_{3y'} &= (hE_{3y'} \varepsilon_{sy'} \cos(\beta + \alpha) + hE_{3y'} \varepsilon_{sx'} \sin(\beta + \alpha)) / \sin(\beta + 2\alpha),
 \end{aligned} \tag{7}$$

где $E_{3x'y'}$, $E_{3y'x'}$, $E_{3x'}$, $E_{3y'}$ – секущие модули деформаций связей зацепления, определяемые согласно критерию прочности [6]. В первом приближении можно принять $E_{3x'y'} = E_{3x'}$, $E_{3y'x'} = E_{3y'}$.

Предложенное в [7] слагаемые для определения значения сдвигающей силы после образования трещин, учитывающем «нагельный» эффект в поперечной арматуре и возникающие по берегам шва сдвига силы зацепления в общем виде можно записать так:

$$T = Q_{s,tot} + Q_{3n}, \tag{8}$$

где $Q_{s,tot}$ – суммарная поперечная сила, представляющая собой «нагельный» эффект в арматуре равна:

$$Q_{s,tot} = Q_{s,\Delta} + Q_{s,Rbt} + Q_{s,\Delta v}, \tag{9}$$

$Q_{s,\Delta}$ – составляющие поперечной силы в арматурном стержне от перемещения Δ :

$$Q_{s,\Delta} = 12EI\Delta / (2\bar{t}_0 + t_0)^3, \tag{10}$$

\bar{t}_0 – расстояние до точки заделки арматурного стержня, t_0 – толщина шва сдвига.

Составляющая поперечной силы в арматурном стержне от усилий отрыва в бетоне равна:

$$Q_{s,Rbt} = 0,8R_{bt}b(l_1/2 - l). \tag{11}$$

Составляющая поперечной силы в арматурном стержне от поворота арматурного стержня в точках заделки стержня $Q_{s,\Delta v}$, в рассматриваемом конечном элементе не учитывается поскольку соблюдается условие $l_l > 10d$.

Используя выражение (8) и зависимости (9-11) несложно определить в относительных значениях (φ) долю усилий зацепления Q_{3n} по отношению к полному значению сдвигающей силы T :

$$\varphi = (T - Q_{s,tot})100/T. \tag{12}$$

Используя гипотезу об инвариантности функции повреждений, описывающей дефицит текущего значения исследуемого фактора неравновесного силового сопротивления бетона, по отношению ко всем физико-механическим характеристикам силового сопротивления бетона [8] по аналогии с формулой (8) можно записать выражение для значений модуля упругости:

$$E_b = E_{s,tot} + E_{3n}, \tag{13}$$

следовательно, значения модуля зацепления определим согласно формуле:

$$E_{zn} = E_b \varphi. \quad (14)$$

НАПРЯЖЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В АРМАТУРНОМ СТЕРЖНЕ

Полагая что в рассматриваемом элементе трещина в шве контакта двух брусьев имеет постоянный угол наклона трещины $\alpha=45^\circ$, приняв это условие и подставив в систему уравнений (4) выражение (7) выразим напряжения в арматуре τ_{sy} и σ_{sy} , получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{sy} &= A1\sigma_{x'} + A2\sigma_{y'} + A3\tau_{x'y'} \\ \tau_{sy} &= B1\sigma_{x'} + B2\sigma_{y'} + B3\tau_{x'y'} \end{aligned} \quad (15)$$

где коэффициенты уравнений определяются по формулам

$$\begin{aligned} A1 &= (-\sqrt{2}/4E'_{sy}\mu)E_{3x'} + (-\sqrt{2}/4E'_{sy}\mu)E_{3x'y'} + \\ &+ (\sqrt{2}(\sin 3\beta - 2 \sin(3\beta/2)^2 - 2 \sin(\beta/2)^2 + \sin \beta + 2)/4E'_{sy}\mu(2 \sin(\beta)^2 - \\ &- 2))E_{3y'} + (\sqrt{2}(\sin 3\beta - 2 \sin(3\beta/2)^2 - 2 \sin(\beta/2)^2 + \sin \beta + \\ &+ 2)/4E'_{sy}\mu(2 \sin(\beta)^2 - 2))E_{3y'x'} - (\sqrt{2}(\sin(\pi/4 + 3\beta) - 4 \sin(\beta)^2 - \\ &- 4 \sin(\beta/2)^2 + \sqrt{2}\sin(\pi/4 + \beta) + 6)/8\mu(\sin(\beta)^2 - 1), \\ A2 &= (-\sqrt{2}/4E'_{sy}\mu)N_{3x'} + (-\sqrt{2}/4E'_{sy}\mu)E_{3x'y'} + \\ &+ (-2\sqrt{2} \cos \beta^2 - 2\sqrt{2} \cos \beta \sin \beta /4E'_{sy}\mu \cos \beta)E_{3y'} + \\ &+ (2\sqrt{2} \cos \beta \sin \beta - 2\sqrt{2} \cos \beta^2 + 2\sqrt{2} /4E'_{sy}\mu \cos \beta)E_{3y'x'} + \\ &+ (\cos \beta - \sin \beta + 1)/2\mu, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} A3 &= (\cos \beta + 1)/\mu, \\ B1 &= (\sqrt{2}/4E'_{sy}\mu)N_{3x'} + (\sqrt{2}/4E'_{sy}\mu)E_{3x'y'} + \\ &+ (-\sqrt{2}(\cos 2\beta - \sin 2\beta) /4E'_{sy}\mu \cos \beta)E_{3y'} + \\ &+ (-\sqrt{2}(\cos 2\beta - \sin 2\beta) /4E'_{sy}\mu \cos \beta)E_{3y'x'} + \\ &- (\sqrt{2}(\sqrt{2}E'_{sy}/2 + E'_{sy} \sin(\frac{\pi}{4} + 2\beta) + \sqrt{2}E'_{sy} \cos \beta) /4E'_{sy}\mu \cos \beta) \\ B2 &= (-\sqrt{2}/4E'_{sy}\mu)E_{3x'} + (-\sqrt{2}/4E'_{sy}\mu)E_{3x'y'} + \\ &+ (2\sqrt{2}(\cos \beta^2 + 2\sqrt{2} \cos \beta \sin \beta - 2\sqrt{2}) /4E'_{sy}\mu \cos \beta)E_{3y'} + \\ &+ (2\sqrt{2}(\cos \beta^2 + 2\sqrt{2} \cos \beta \sin \beta) /4E'_{sy}\mu \cos \beta)E_{3y'x'} + \\ &+ (2E'_{sy} \cos \beta^2 + 2E'_{sy} \cos \beta - 2E'_{sy} \cos \beta \sin \beta) /4E'_{sy}\mu \cos \beta) \\ B3 &= \sin \beta / \mu, \end{aligned}$$

где l_{crc} – размер зоны относительных взаимных смещений бетона и арматуры в зоне прилегающей к трещине [9];

$$E'_{sy} = E_s / \psi_{st}, \quad (17)$$

E_s – модуль упругости арматуры, ψ_{st} – коэффициент усреднения В. И. Мурашева [10].

МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА В ИНКРЕМЕНТАЛЬНОЙ ФОРМЕ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ, НЕОДНОРОДНОСТИ И АНИЗОТРОПИИ

Поскольку при пересекающихся трещинах бетон теряет способность характеризовать де-

Деформационные зависимости для плосконапряженного коррозионно поврежденного составного элемента в зоне контакта

формации элемента по какому-либо направлению, следовательно, средние деформации арматуры совпадают с общими деформациями элемента с трещинами, для рассматриваемого характерного элемента в осях x' и y' деформации составят:

$$\Delta \varepsilon_{x'} = \Delta \varepsilon_{sx'}; \quad \Delta \varepsilon_{y'} = \Delta \varepsilon_{sy'}; \quad \Delta \gamma_{x'y'} = \Delta \gamma_{sx'y'} \quad (18)$$

Учитывая связи осевых u_{sy} и тангенциальных перемещений v_{sy} арматурного стержня и перемещений в направлении осей x' и y' , следуя [6] можно записать:

$$\begin{aligned} u_{sx'} &= u_x \cos \alpha + u_y \sin \alpha, \\ u_{sy} &= u_y \cos \alpha - u_x \sin \alpha, \end{aligned} \quad (19)$$

где $u_{sx'}$, u_{sx} и u_{sy} можно определить в виде функции от средних деформаций арматуры ε_s и бетона ε_b на участках между трещинами (принимая $\varepsilon_b \approx 0$):

$$\begin{aligned} u_{sx'} &= \varepsilon_{sx'} 0,5 l_T / \sin 2\alpha, \\ u_{sy} &= \varepsilon_{sy} 0,5 l_T / \sin 2\alpha, \\ u_{sy} &= \varepsilon_{sy} 0,5 l_T / \sin 2\alpha, \end{aligned} \quad (20)$$

значения v_{sy} выразим в виде функции от τ_{sy} :

$$v_{sy} = \eta_{\tau y} 0,5 l_T \tau_{sy} / E'_{sy} \sin 2\alpha. \quad (21)$$

Подставив функции (20) и (21) в зависимости (19) и пользуясь соотношением $\varepsilon_{sy} = \sigma_{sy} / E_s^k$ выразим перемещения вдоль осей x' и y' . В итоге получим:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sx'} &= \sqrt{2}/2 (\sigma_{sy} / E_s^k + \eta_{\tau y} \tau_{sy} / E'_{sy}), \\ \varepsilon_{sy'} &= \sqrt{2}/2 \left(\frac{\sigma_{sy}}{E_s^k} - \eta_{\tau y} \tau_{sy} / E'_{sy} \right), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$E_s^k = E_s v_s^k / \psi_s^k, \quad (23)$$

v_s^k – коэффициент упругости, который характеризует отношение упругих деформаций арматуры к общим деформациям арматуры, $\eta_{\tau y}$ – коэффициент, учитывающий повышенную податливость арматурных стержней тангенциальным смещениям. В бетоне у границы трещины в первом приближении согласно [6] можно принять равным 16.

Подставляя в (22) значения напряжения в арматуре τ_{sy} и σ_{sy} вычисляем по формулам (15) получаем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sx'} &= (\sqrt{2}(E'_{sy} A1 - \eta_{\tau y} E_s^k B1) / 2E_s^k E'_{sy}) \sigma_{x'} + \\ &+ (\sqrt{2}(E'_{sy} A2 - \eta_{\tau y} E_s^k B2) / 2E_s^k E'_{sy}) \sigma_{y'} + \\ &+ (\sqrt{2}(E'_{sy} A3 - \eta_{\tau y} E_s^k B3) / 2E_s^k E'_{sy}) \tau_{x'y'}, \\ \varepsilon_{sy'} &= (\sqrt{2}(E'_{sy} A1 + \eta_{\tau y} E_s^k B1) / 2E_s^k E'_{sy}) \sigma_{x'} + \\ &+ (\sqrt{2}(E'_{sy} A2 + \eta_{\tau y} E_s^k B2) / 2E_s^k E'_{sy}) \sigma_{y'} + \\ &+ (\sqrt{2}(E'_{sy} A3 + \eta_{\tau y} E_s^k B3) / 2E_s^k E'_{sy}) \tau_{x'y'}. \end{aligned} \quad (24)$$

Зависимости (24) для двух последовательно расположенных ступеней нагрузки $i+1$ и i можно записать в приращениях напряжений и деформаций арматуры. В итоге получим:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{sx'} &= (\sqrt{2}(E'_{sy} A1 - \eta_{\tau y} E_s^k B1) / 2E_s^k E'_{sy}) \Delta \sigma_{x'} + \\ &+ (\sqrt{2}(E'_{sy} A2 - \eta_{\tau y} E_s^k B2) / 2E_s^k E'_{sy}) \Delta \sigma_{y'} + \\ &+ (\sqrt{2}(E'_{sy} A3 - \eta_{\tau y} E_s^k B3) / 2E_s^k E'_{sy}) \Delta \tau_{x'y'}, \\ \Delta \varepsilon_{sy'} &= (\sqrt{2}(E'_{sy} A1 + \eta_{\tau y} E_s^k B1) / 2E_s^k E'_{sy}) \Delta \sigma_{x'} + \\ &+ (\sqrt{2}(E'_{sy} A2 + \eta_{\tau y} E_s^k B2) / 2E_s^k E'_{sy}) \Delta \sigma_{y'} + \\ &+ (\sqrt{2}(E'_{sy} A3 + \eta_{\tau y} E_s^k B3) / 2E_s^k E'_{sy}) \Delta \tau_{x'y'}. \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
 &+(\sqrt{2}(E'_{sy}A2 + \eta_{\tau y}E_s^k B2)/2E_s^k E'_{sy})\Delta\sigma_y \\
 &+ \\
 &+(\sqrt{2}(E'_{sy}A3 + \eta_{\tau y}E_s^k B3) \\
 & \quad /2E_s^k E'_{sy})\Delta\tau_{x'y'}.
 \end{aligned}$$

Для получения полной системы физических уравнений определим угол сдвига $\Delta\gamma_{x'y'}$ используя формулы преобразования относительных деформаций и напряжений при обратном повороте координатных осей:

$$\begin{aligned}
 \Delta\varepsilon_y &= \Delta\sigma_y/E_s^k \\
 &= \Delta\varepsilon_{sx'} \sin^2 \alpha
 \end{aligned} \tag{26}$$

$$+ \Delta\varepsilon_{sy'} \cos^2 \alpha + \Delta\gamma_{sx'y'} \cos \alpha \sin \alpha,$$

$$\begin{aligned}
 \Delta\sigma_y \\
 &= \Delta\sigma_{x'} \sin^2 \alpha
 \end{aligned} \tag{27}$$

$$+ \Delta\sigma_{y'} \cos^2 \alpha + 2\Delta\tau_{x'y'} \cos \alpha \sin \alpha.$$

Подставив в уравнение (26) значения $\Delta\varepsilon_{sx'}$ и $\Delta\varepsilon_{sy'}$ из уравнения (25) и $\Delta\sigma_y$ из уравнения (27) получим искомое значение угла сдвига в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \Delta\gamma_{sx'y'} &= -((\sqrt{2}A1 - 1)/E_s^k)\Delta\sigma_{x'} \\
 &\quad - ((\sqrt{2}A2 - 1) \\
 &\quad \quad /E_s^k)\Delta\sigma_{y'} - \\
 &\quad - ((\sqrt{2}A3 - 2)/E_s^k).
 \end{aligned} \tag{28}$$

Подставляя выражения (25), (28), в выражения для деформаций (18) приходим к следующей системе физических соотношений в приращениях:

$$\begin{cases}
 \Delta\varepsilon_{x'} = C_{11} \Delta\sigma_{x'} + C_{12}\Delta\sigma_{y'} + C_{13}\Delta\tau \\
 \Delta\varepsilon_{y'} = C_{21} \Delta\sigma_{x'} + C_{22}\Delta\sigma_{y'} + C_{23}\Delta\tau \\
 \Delta\gamma_{x'y'} = C_{13}\Delta\sigma_{x'} + C_{23}\Delta\sigma_{y'} + C_{33}\Delta\tau,
 \end{cases} \tag{29}$$

Здесь коэффициенты матрицы податливости $[C_{ij}]$ плоского элемента на приращениях напряжений и деформаций определяются из выражений:

$$\left\{ \begin{aligned}
 C_{11} &= \frac{\sqrt{2}(A1E'_{sy} - B1E_s^k \eta)}{2E_s^k E'_{sy}}; \\
 C_{12} &= \frac{\sqrt{2}(A2E'_{sy} - B2E_s^k \eta)}{2E_s^k E'_{sy}}; \\
 C_{13} &= \frac{\sqrt{2}(A3E'_{sy} - B3E_s^k \eta)}{2E_s^k E'_{sy}}; \\
 C_{21} &= \frac{\sqrt{2}(A1E'_{sy} + B1E_s^k \eta)}{2E_s^k E'_{sy}}; \\
 C_{22} &= \frac{\sqrt{2}(A2E'_{sy} + B2E_s^k \eta)}{2E_s^k E'_{sy}}; \\
 C_{23} &= \frac{\sqrt{2}(A3E'_{sy} + B3E_s^k \eta)}{2E_s^k E'_{sy}}; \\
 C_{31} &= -\frac{\sqrt{2}A1 - 1}{E_s^k}; \\
 C_{32} &= -\frac{\sqrt{2}A2 - 1}{E_s^k}; \\
 C_{33} &= -\frac{\sqrt{2}A3 - 2}{E_s^k}.
 \end{aligned} \right. \tag{30}$$

ФИЗИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ КОРРОЗИОННО ПОВРЕЖДЕННОГО ЭЛЕМЕНТА В ПРИРАЩЕНИЯХ

Представленные аналитические зависимости позволяют построить матрицу податливости $[\bar{C}_{ij}]$ коррозионно поврежденного длительно деформируемого железобетонного элемента. Изменение во времени деформативных свойств нейтрализованного агрессивной средой бетона при формировании матрицы $[\bar{C}_{ij}]$ можно учитывать изменением касательного модуля упругости во времени:

$$\begin{aligned}
 E_{zn}^*(t) &= E_b^*(t)\varphi, \\
 E_{znt}^*(t) &= E_b^*(t)\varphi,
 \end{aligned} \tag{31}$$

где $E_b^*(t)$ – зависимость изменения модуля деформаций бетона от времени вследствие воздействия агрессивной среды.

Для учета влияния агрессивной среды на арматурный стержень необходимо определить

за какой промежуток время агрессивная среда достигает арматурного стержня после начала контакта элемента с агрессивной средой. Обозначим τ – время нейтрализации защитного слоя бетона. Тогда коррозионные потери сечения арматурного стержня за время воздействия агрессивной среды при формировании матрицы податливости $[\bar{C}_{ij}]$ можно учесть снижением коэффициента армирования $\mu(t-\tau)$ вследствие уменьшения площади сечения рабочего стержня арматуры по формуле:

$$\mu_s(t-\tau) = f_s(t-\tau)/h, \quad (32)$$

где $f_s(t-\tau)$ – площадь арматуры у направления приходящаяся на единицу длины характерного элемента в зависимости от времени воздействия агрессивной среды

$$f_s(t-\tau) = 0,25\pi(d - 2\delta_k(t-\tau))^2, \quad (33)$$

d – диаметр неповрежденного арматурного стержня, $d-2\delta_k(t-\tau)$ – диаметр неповрежденного коррозией арматурного стержня во времени, δ_k – глубина нейтрализации арматурного стержня во времени, h – толщина характерного железобетонного элемента.

Нарушение сцепления корродирующей арматуры с бетоном между трещинами за счет появления продуктов коррозии стали характеризуется изменением коэффициента сцепления ψ_s^k . Изменение во времени касательного коэффициента сцепления арматуры с бетоном $\psi_s^k(t-\tau)$, как некоторого аналога коэффициента ψ_s В.И. Мурашева, определяется в виде функций от средних деформаций арматуры на участках между трещинами. В первом приближении можно принять, что в результате воздействия агрессивной среды при увеличении глубины коррозии арматуры $\delta_k(t-\tau)$ значения коэффициента сцепления $\psi_s^k(t-\tau)$ снижаются пропорционально значениям глубины коррозии арматуры.

Тогда касательный модуль деформации арматуры и средний модуль деформаций арматуры в коррозионно поврежденном элементе

с трещинами можно соответственно определить по формулам:

$$E_s^k(t-\tau) = E_s \cdot \nu_s^k / \psi_s^k(t-\tau), \quad (34)$$

$$E'_{sy}(t-\tau) = E_s / \psi_s(t-\tau), \quad (35)$$

где E_s – модуль упругости неповрежденной коррозией арматуры, ν_s^k – коэффициент упругости, характеризует отношение упругих деформаций арматуры к общим деформациям арматуры.

Используя зависимости (31) – (35) коэффициенты матрицы податливости для коррозионно поврежденного железобетона с трещинами на приращениях напряжений и деформаций записываются в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \bar{C}_{11}^k(t) &= \frac{\sqrt{2}(A1E'_{sy}(t-\tau) - B1E_s^k(t-\tau)\eta)}{2E_s^k(t-\tau)E'_{sy}(t-\tau)}; \\ \bar{C}_{12}^k(t) &= \frac{\sqrt{2}(A2E'_{sy}(t-\tau) - B2E_s^k(t-\tau)\eta)}{2E_s^k(t-\tau)E'_{sy}(t-\tau)}; \\ \bar{C}_{13}^k(t) &= \frac{\sqrt{2}(A3E'_{sy}(t-\tau) - B3E_s^k(t-\tau)\eta)}{2E_s^k(t-\tau)E'_{sy}(t-\tau)}; \\ \bar{C}_{21}^k(t) &= \frac{\sqrt{2}(A1E'_{sy}(t-\tau) + B1E_s^k(t-\tau)\eta)}{2E_s^k(t-\tau)E'_{sy}(t-\tau)}; \\ \bar{C}_{22}^k(t) &= \frac{\sqrt{2}(A2E'_{sy}(t-\tau) + B2E_s^k(t-\tau)\eta)}{2E_s^k(t-\tau)E'_{sy}(t-\tau)}; \\ \bar{C}_{23}^k(t) &= \frac{\sqrt{2}(A3E'_{sy}(t-\tau) + B3E_s^k(t-\tau)\eta)}{2E_s^k(t-\tau)E'_{sy}(t-\tau)}; \\ \bar{C}_{13}^k(t) &= -\frac{\sqrt{2}A1 - 1}{E_s^k(t-\tau)}; \\ \bar{C}_{13}^k(t) &= -\frac{\sqrt{2}A2 - 1}{E_s^k(t-\tau)}; \\ \bar{C}_{33}^k(t) &= -\frac{\sqrt{2}A3 - 2}{E_s^k(t-\tau)}. \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

ПРИМЕР РАСЧЕТА

С использованием построенных зависимостей выполнен расчет железобетонной балки

составного сечения нагруженной двумя симметрично расположенными в приопорных зонах сосредоточенными силами (см. рис. 1). Пролет балки $l=1,5\text{м}$, сечение балки $250\times 100\text{мм}$, сечение верхнего бруса $50\times 100\text{мм}$, нижнего – $200\times 100\text{мм}$. Армирование составной балки принято плоским каркасом с шагом поперечной арматуры 100мм в приопорной зоне 20мм . Диаметр поперечной арматуры 6мм класса А300. Продольная арматура в нижней зоне сечения балки принята диаметром 6мм класса А400. Верхний брус балки выполнен из бетона В30, нижний из бетона В20.

Для расчетного анализа был принят характерный элемент Э1 расположенный на границе контакта двух бетонов в зоне пересечения наклонной трещиной. Прочностные и дефор-

мативные характеристики бетона для характерного элемента Э1 и размеры этого элемента в зоне контакта назначены в соответствии с рекомендациями [11].

Результаты расчета представлены в виде критерия прочности коррозионно поврежденного характерного элемента Э1 в форме соотношений [13] (рис. 3), позволяющего определить усилие образования продольной трещины в зоне контакта двух бетонов, а так относительные деформации сдвига характерного элемента Э1 в зависимости от нагрузки (рис. 4). Здесь же приведены значения нагрузок образования трещины вдоль шва контакта $\bar{P}_{crс}^*$ и трещины по направлению главных растягивающих усилий для поврежденного коррозией конструкцией балки ($\bar{P}_{crс}^*$).

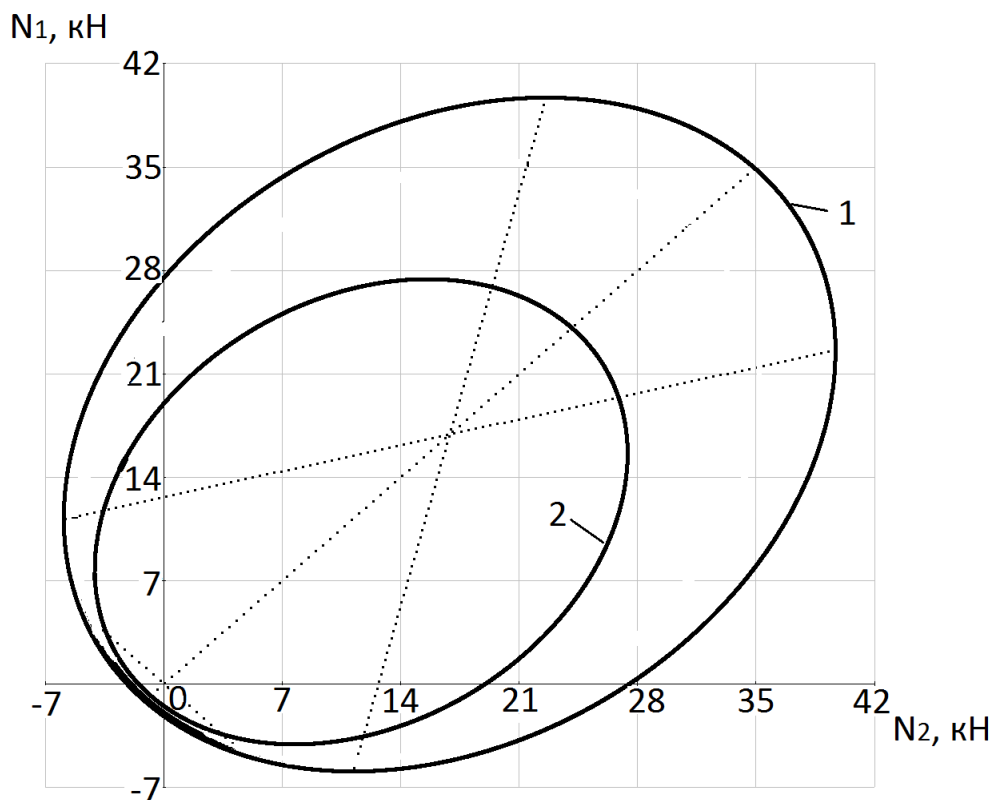


Рисунок 3. Критерий трещиностойкости характерного плосконапряженного элемента в зоне контакта: 1 – для нового бетона ($t=0$); 2 – для бетона, находящегося под воздействием агрессивной среды ($t=900$).

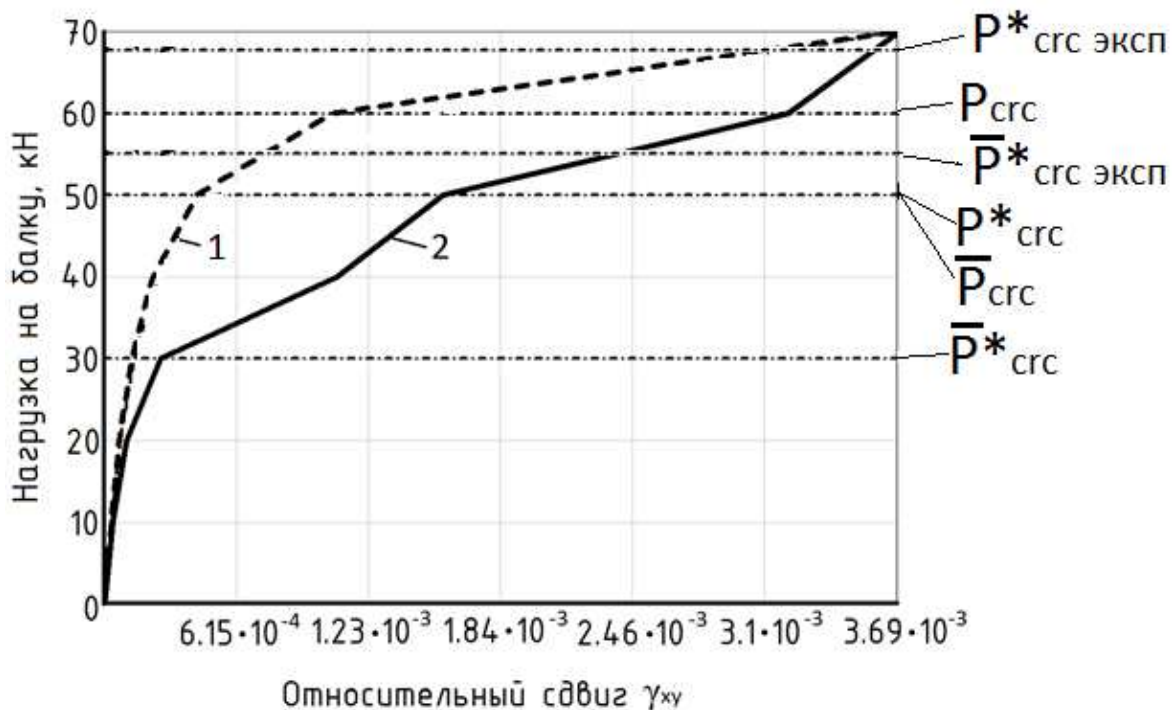


Рисунок 4. График изменения относительного сдвига от нагрузки: 1 – для нового бетона ($t=0$); 2 – для бетона, находящегося под воздействием агрессивной среды ($t=900$).

ВЫВОДЫ

Построенная расчетная модель длительного деформирования плосконапряженного коррозионно повреждаемого железобетонного элемента в зоне контакта двух бетонов позволяет определить напряженно-деформированной состояние составной железобетонной плосконапряженной конструкции, работающей с трещинами в зоне контакта двух брусьев при длительном деформировании с учетом коррозии бетона и арматуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Баширов Х.З., Колчунов В.И., Федоров В.С., Яковенко И.А.** Железобетонные составные конструкции зданий и сооружений – М.: АСВ, 2017. – 248 с.
2. **Федоров В.С., Баширов Х.З., Колчунов В.И.** Элементы теории расчета железобетонных составных конструкций.

- // Academia. Архитектура и строительство, 2014, №2, с. 116-118.
3. **Колчунов В.И.** Жесткость железобетонных составных конструкций при наличии различных трещин // Строительство и реконструкция, 2015, №5(61), с. 17-24.
 4. **Колчунов В. И., Губанова М.С., Карпенко Д.В.** Расчетная модель длительного деформирования плосконапряженного коррозионно поврежденного железобетонного элемента в зоне контакта двух бетонов. // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, 2017, №1, с.49-57.
 5. **Карпенко Н.И., Карпенко С.Н., Петров А.Н., Палювина С.Н.** Модель деформирования железобетона в приращенных и расчет балок-стенок и изгибаемых плит с трещинами. – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2013. – 156 с.
 6. **Карпенко Н.И.** Теория деформирования железобетона с трещинами. – М.: Стройиздат, 1976. – 205 с.

7. **Колчунов В.И., Панченко Л.А.** Расчет составных тонкостенных конструкций. – М.: АСВ, 1999. – 281с.
8. **Бондаренко, В.М.** Силовое деформирование, коррозионные повреждения и энергосопrotivление железобетона. – Курск: Юго-Зап. гос. ун-т, 2016. – 67с.
9. **Бондаренко В.М., Колчунов Вл.И.** Расчетные модели сопротивления железобетона. – М.: АСВ, 2004. – 471 с.
10. **Мурашев В.И.** Трещиностойчивость, жесткость и прочность железобетона. – М.: АСВ, 1950. – 472 с.
11. **Горностаев И.С., Ключева Н.В., Колчунов В.И., Яковенко И.А.** Деформативность железобетонных составных конструкций с наклонными трещинами. // Строительная механика и расчет сооружений, 2014, №5(256), с. 60-66.
12. **Ключева Н.В., Карпенко Д.В., Кащавцев А.А.** Методика экспериментальных исследований прочности и трещиностойкости по наклонным сечениям нагруженных и коррозионно поврежденных железобетонных составных конструкций. // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, 2015, №5, с.77-80.
13. **Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А.** Теория пластичности бетона и железобетона. – М.: Стройиздат. 1974. – 316 с.
- Arhitektura i stroitelstvo, 2014, No. 2, pp. 116-118.
3. **Kolchunov VI.I.** Zhestkost' Zhelezobetonnih Sostavnyh Konstruktij pri Nalichii Razlichnyh Treshhin [Rigidity of Reinforced Concrete Composite Structures in the Presence of Various Cracks]. // Stroitel'stvo i rekonstrukcija, 2015, No. 5(61), pp. 17-24.
4. **Kolchunov V.I., Gubanova M.S., Karpenko D.V.** Raschetnaja Model' Dlitel'nogo Deformirovanija Ploskonaprjazhennogo Korrozionno Povrezhdennogo Zhelezobetonogo Jelementa v Zone Kontakta Dvuh Betonov [Computational Model of Long-Term Deformation of a Flattened Corrosion-Damaged Reinforced Concrete Element in the Contact Zone of Two Concrete]. // Stroitel'naja mehanika inzhenernyh konstruktij i sooruzhenij, 2017, No. 1, pp. 49-57.
5. **Karpenko N.I., Karpenko S.N., Petrov A.N., Paljuvina S.N.** Model' de-formirovanija zhelezobetona v prirashhenijah i raschet balok-stenok i izgibaemyh plit s treshhinami [Model of Deformation of Reinforced Concrete in Increments and Analysis of Deep Beams and Bending Slabs with Cracks]. Petrozavodsk, PetrGU, 2013, 156 pages.
6. **Karpenko N.I.** Teorija deformirovanija zhelezobetona s treshhinami [Theory of Deformation of Reinforced Concrete with Cracks]. Moscow, Strojizdat, 1976, 205 pages.
7. **Kolchunov V.I., Panchenko L.A.** Raschet Sostavnyh Tonkostennyh Konstruktij [Analysis of Composite Thin-Wall Structures]. Moscow, ASV Publishing House, 1999, 281 pages.
8. **Bondarenko V.M.** Silovoe Deformirovanie, Korrozionnye Povrezhdenija i Jenergoprotivlenie Zhelezobetona [Power Deformation, Corrosion Damage and Energy Resistance of Reinforced Concrete]. Kursk, South-West State University, 2016, 67 pages.

REFERENCES

1. **Bashirov H.Z., Kolchunov VI.I., Fedorov V.S., Yakovenko I.A.** Zhelezobetonnye Sostavnye Konstrukcii Zdanij i Sooruzhenij [Reinforced Concrete Composite Structures of Buildings]. Moscow, ASV Publishing House, 2017, 248 pages.
2. **Fedorov V.S., Bashirov H.Z., Kolchunov VI.I.** Jelementy Teorii Rascheta Zhelezobetonnih Sostavnyh Konstruktij [Elements of Theory of Analysis of Reinforced Concrete Composite Structures]. // Academia.

9. **Bondarenko V.M., Kolchunov V.I.** Raschetnye modeli soprotivlenija zhelezobetona [Computational Models of Resistance of Reinforced Concrete]. Moscow, ASV Publishing House, 2004, 471 pages. тел. +7(4712) 22-24-61; факс +7(4712) 50-48-00; e-mail: yz_swsu@mail.ru.
10. **Murashev V.I.** Treshhinoustojchivost', zhestkost' i prochnost' zhelezobetona [Fracture Resistance, Stiffness and Strength of Reinforced Concrete]. Moscow, ASV Publishing House, 1950, 472 pages. Vitaly I. Kolchunov, Full Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (RAACS), Professor, Dr.Sc., Head of Department of Unique Buildings and Structures; Southwest State University; office 705, 94, 50 let Oktyabrya, Kursk, Russia; tel. +7(4712) 22-24-61; fax: +7(4712) 50-48-00; e-mail: yz_swsu@mail.ru.
11. **Gornostaev I.S., Klueva N.V., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A.** Deformativnost' Zhelezobetonnyh Sostavnyh Konstrukcij s Naklonnymi Treshhinami [Deformability of Reinforced Concrete Composite Structures with Inclined Cracks]. // Stroitel'naja mehanika i raschet sooruzhenij, 2014, No. 5(256), pp. 60-66. Maria S. Gubanova, Southwest State University; office 705, 94, 50 let Oktyabrya, Kursk, Russia; tel. +7(4712) 22-24-61; fax: +7(4712) 50-48-00; e-mail: yz_swsu@mail.ru.
12. **Klueva N.V., Karpenko D.V., Kashhavcev A.A.** Metodika Jeksperimental'nyh Issledovanij Prochnosti i Treshhinostojkosti po Naklonnym Sechenijam Nagruzhennyh i Korrozionno Povrezhdennyh Zhelezobetonnyh Sostavnyh Konstrukcij [Method of Experimental Studies of Durability and Crack-Resistance on Sloping Sections of Loaded and Corrosion-Damaged Reinforced Concrete Constructions]. // Stroitel'naja mehanika inzhenernyh konstrukcij i sooruzhenij, 2015, No. 5, pp. 77-80.
13. **Geniev G.A., Kissuk V.N., Tupin G.A.** Teorija plastichnosti betona i zhelezobetona [Theory of Plasticity of Concrete and Reinforced Concrete]. Moscow, Strojizdat. 1974, 316 pages.

Колчунов Виталий Иванович, академик Российской академии архитектуры и строительных наук (РААСН), профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой уникальных зданий и сооружений, Юго-Западный государственный университет; Россия, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94, ауд. 705; тел. +7(4712) 22-24-61; факс +7(4712) 50-48-00 e-mail: yz_swsu@mail.ru.

Губанова Мария Сергеевна, Юго-Западный государственный университет; Россия, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94, ауд. 705;