DOI:10.22337/2587-9618-2018-14-2-30-47

# О МЕТОДАХ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И НА УСТОЙЧИВОСТЬ К ПРОГРЕССИРУЮЩЕМУ ОБРУШЕНИЮ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПЛИТНО-ОБОЛОЧЕЧНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ, ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ И ПРИОБРЕТАЕМОЙ АНИЗОТРОПИИ

А.М. Белостоцкий <sup>1, 2, 3, 4, 5</sup>, Н.И. Карпенко <sup>6, 7</sup>, П.А. Акимов <sup>1, 2, 3, 6</sup>, В.Н. Сидоров <sup>3, 4, 5, 8, 9</sup>, С.Н. Карпенко <sup>7</sup>, А.Н. Петров <sup>7, 10</sup>, Т.Б. Кайтуков <sup>6, 11</sup>, В.А. Харитонов <sup>12</sup>

1 Научно-исследовательский центр СтаДиО, г. Москва, РОССИЯ

<sup>2</sup> Томский государственный архитектурно-строительный университет, г. Томск, РОССИЯ

<sup>3</sup> Российский университет дружбы народов, г. Москва, РОССИЯ

<sup>4</sup> Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва, РОССИЯ

<sup>5</sup> Пермский национальный исследовательский политехнический университет, г. Пермь, РОССИЯ

6 Российская академия архитектуры и строительных наук, г. Москва, РОССИЯ

<sup>7</sup> Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук, г. Москва, РОССИЯ

8 Московский архитектурный институт (государственная академия), г. Москва, РОССИЯ

 $^{9}$  Свентокшиский технический университет в Кельце, г. Кельце, ПОЛЬША

 $^{10}$  Петрозаводский государственный университет, г. Петрозаводск, РОССИЯ

<sup>11</sup> Центральный научно-исследовательский и проектный институт Министерства строительства и жилищнокоммунального хозяйства Российской Федерации, г. Москва, РОССИЯ

12 Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, РОССИЯ

Аннотация: Современный уровень моделирования состояния железобетонных конструкций связан с широким использованием численных методов. Настоящая статья посвящена актуальным вопросам, связанным с разработкой и численной реализацией методов расчета напряженно-деформированного состояния и на устойчивость к прогрессирующему обрушению пространственных плитно-оболочечных железобетонных конструкций с учетом физической нелинейности, трещинообразования и приобретаемой анизотропии. Обоснована актуальность темы исследования, проанализировано современное состояние исследований по данной теме в России и за рубежом (в том числе в части вопросов, связанных с типами диаграмм, используемых для моделирования поведения строительных объектов, построением общих деформационных моделей железобетона, разработкой, развитием и применением критериев прочности железобетонных конструкций), определены цели, задачи и границы исследования, сформулированы положения, составляющие научную новизну, теоретическую значимость и практическую значимость, представлен научный задел и основные публикации по рассматриваемой теме. Следует подчеркнуть, что в целом, исключительно важными остаются исследования, направленные на дальнейшее совершенствование моделей поведения железобетонных конструкций и их интеграция в современные программные комплексы промышленного типа. Представляется, что развитые, реализованные на численном и программно-алгоритмическом уровнях методы расчета железобетонных конструкций, позволят заменить многоитерационые подходы к решению физически нелинейных задач и перейти от практически возможного высокоточного расчета отдельных конструкций к расчету сложных пространственных конструктивных систем с учетом различных факторов физической нелинейности и анизотропии. тем самым существенно повысить надежность проектных решений. Используемые при этом критерии прочности, в свою очередь, также позволят устранить ряд погрешностей существующих методов определения прочности.

**Ключевые слова:** численные методы, железобетонные конструкции, плитно-оболочечные конструкции, напряженно-деформированное состояние, трещинообразование, прогрессирующее обрушение, приобретаемая анизотропия

# ABOUT DEVELOPMENT OF METHODS OF ANALYSIS AND ASSESSMENT OF VULNERABILITY OF SPATIAL PLATE-SHELL REINFORCED CONCRETE STRUCTURES WITH ALLOWANCE FOR PHYSICAL NON-LINEARITIES, CRACK FORMATION AND INDUCED ANISOTROPY

Alexander M. Belostotsky <sup>1,2,3,4,5</sup>, Nikolay I. Karpenko <sup>6,7</sup>, Pavel A. Akimov <sup>1,2,3,6</sup>, Vladimir N. Sidorov <sup>3,4,5,8,9</sup>, Sergey N. Karpenko <sup>7</sup>, Alexey N. Petrov <sup>7,10</sup>, Taymuraz B. Kaytukov <sup>6,11</sup>, Vladimir A. Kharitonov <sup>12</sup>

<sup>1</sup> Scientific Research Center "StaDyO", Moscow, RUSSIA
 <sup>2</sup> Tomsk State University of Architecture and Building, Tomsk, RUSSIA
 <sup>3</sup> Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, RUSSIA
 <sup>4</sup> Russian University of Transport» (RUT – MIIT), Moscow, RUSSIA
 <sup>5</sup> Perm National Research Polytechnic University, Perm, RUSSIA
 <sup>6</sup> Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, RUSSIA
 <sup>7</sup> Research Institute of Building Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, RUSSIA

Moscow Institute of Architecture (State Academy), Moscow, RUSSIA <sup>9</sup> Kielce University of Technology, Kielce, POLAND <sup>10</sup> Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, RUSSIA

<sup>11</sup> Central Institute for Research and Design of the Ministry of Construction and Housing and Communal Services of the Russian Federation, Moscow, RUSSIA

<sup>12</sup> National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

Abstract: The modern stage of modelling of behavior of reinforced concrete structures is associated with the widespread use of numerical methods. The distinctive paper is devoted to development and numerical implementation of methods of structural analysis including progressive collapse analysis of spatial plate-shell reinforced concrete structures with allowance for physical nonlinearity, crack formation and induced anisotropy. The relevance of the research topic is substantiated, the current status of research on this topic in Russia and abroad (including various aspects dealing with types of diagrams for modelling of reinforced concrete structures, construction of general deformation models of reinforced concrete, strength criteria for reinforced concrete structures and methods of structural analysis) is analyzed, the goals, objectives and boundaries of the study are determined, the provisions constituting scientific novelty, theoretical significance and practical significance are formulated, publications on the topic are under consideration. It should be noted that generally further improvement and modifications of reinforced concrete models and their integration in contemporary software systems for structural analysis remain very important. It is assumed that developing methods of analysis of reinforced concrete structures will replace multi-iterative approaches to the solution of physically nonlinear problems and move from the practically possible high-precision analysis of individual structures to the analysis of complex structural systems with allowance for various factors of physical nonlinearity and anisotropy. As a result, reliability of design solutions will increase significantly. The strength criteria used in this way, in turn, will also eliminate a number of errors in existing methods for strength analysis.

**Keywords:** numerical methods, reinforced concrete structures, plate-shell structures, stress-strain state, crack formation, progressive collapse, induced anisotropy

# 1. АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ

Как известно, железобетонные конструкции составляют значительную долю конструкций, используемых в объектах промышленного и гражданского строительства. Все чаще проявляются тенденции усложнения конструктивных решений зданий и сооружений, особенно из монолитного железобетона. В числе подобного рода решений, например, пространственные каркасы зданий с нерегулярной сеткой несущих колонн и стен, монолитно связанных с плитами перекрытий, переходными плитами, конструктивно неоднородными фундаментными плитами, каркасы высотных зданий с сильно нагруженными массивными колоннами, стенами, ядрами жесткости, фундаментными плитами и их соединениями. С одной стороны, методы расчета и проектирования таких конструкций практически не нашли отражения в действующем СП 63.13330.2012 «СНиП 52-01-2003. «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения», в котором в основном приведены методы расчета простейших железобетонных конструкций - балок, колонн, балочных плит. С другой стороны, именно такие конструкции, как и конструкции типовых зданий, работают в условиях сложных неоднородных напряженных состояний, что существенно влияет на характер физической нелинейности железобетона, без надлежащего учета которой снижается точность и надежность расчетных обоснований проектных решений. В связи с этим актуальной проблемой расчетного обоснования и проектирования является построение корректных и высокоточных методов расчета конструкций зданий и сооружений при сложных напряженных состояниях с учетом различных факторов физической нелинейности, включая трещинообразование и приобретаемую при этом анизотропию.

Основной недостаток большинства существующих моделей и методов решения физически нелинейных задач железобетона заключается в том, что они сводят решение к

многоитерационным процедурам, что для сложных пространственных систем, даже при наличии современной вычислительной техники, становится трудно решаемой проблемой ввиду существенного объема вычислительной работы. Исследования авторского коллектива показали, что указанных трудностей можно в значительной степени избежать, построив систему физических соотношений не в традиционной (для железобетона) форме - в виде связей между напряжениями и деформациями, а в виде связей между приращениями напряжений и деформаций (в инкрементальной форме). Развиваемые в рамках проекта новые системы физических соотношений позволяют значительно снизить количество итераций, или избежать их вовсе, заменив шагово-итерационные процедуры шаговыми. При этом эффективно решается задача перестройки нелинейных физических состояний, записанных в виде связей между напряжениями и деформациями, в связи между их приращениями на шагах нагрузки за счет пошаговой линеаризации.

Принимая во внимание тот факт, что в рамках представляемого в настоящей статье исследования соответствующие физические соотношения строятся в инкрементальной форме, еще одной актуальной задачей является стыковка таких моделей железобетона с более совершенными критериями прочности. К последним относят критерии прочности элементов пластин и пологих оболочек при совместном действии всех шести компонентов усилий – изгибающих и крутящих моментов, нормальных и касательных сил. Кроме оценки прочности важна и обратная задача — рационального армирования, удовлетворяющего критериям прочности.

Подавляющее большинство аварий зданий и сооружений, независимо от окончательных размеров их последствий, начинается с локальных повреждений несущих конструкций. При этом в одних случаях все исчерпывается первоначальным локальным разрушением, а в других — несущие конструкции,

сохранившиеся в первый момент чрезвычайного происшествия, не выдерживают дополнительной нагрузки, ранее воспринимавшейся поврежденными элементами, и тоже разрушаются. Аварии последнего типа получили в литературе наименование «прогрессирующее обрушение». Реалии современного российского законодательства в области регулирования проектирования ответственных конструкций требуют от фундаментальной и прикладной науки новых методов и алгоритмов, позволяющих анализировать точный динамический отклик здания (сооружения) на внезапное выключение элементов с учетом нелинейностей, при этом, по возможности, не требующих исключительных вычислительных мощностей.

# 2. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА

### 2.1. Общие замечания.

Современный этап решения задач моделирования поведения железобетонных конструкций связан с широким использованием численных методов [1]. Прогресс в компьютерной индустрии и вычислительной математике, продолжающийся последние десятилетия, обусловил изменение соотношения аналитических, экспериментальных (модельных и натурных) и численных подходов к анализу сложных конструкций, зданий и сооружений. Практика выдвигает задачи многовариантных исследований двумерных и трехмерных систем, адекватное решение которых может быть зачастую получено только численным путем. Как правило, найти замкнутое аналитическое решение для большинства проблем не представляется возможным, а экспериментальные исследования часто оказываются весьма дорогостоящими, а порой и неполными. Этим, в частности, и объясняется определенное превалирование численных методов, имеющее место, как в отечественной, так и в зарубежной расчетной практике. Вообще, на всех этапах изучения поведения строительного объекта математическая теория, исследования аналитическими и экспериментальными методами и численный расчет должны применяться совместно и согласованно. В основе математического моделирования рассматриваемых задач лежат, как правило, современные численные методы их дискретизации по пространству и времени, а именно, метод конечных элементов для задач механики деформируемого твердого тела и строительной механики.

Таким образом, для выполнения расчетного обоснования строительных конструкций широко используются универсальные и специализированные конечноэлементные граммные комплексы. Заметим, что в качестве физических соотношений между усилиями и деформациями при этом нередко используются зависимости для сплошного упругого изотропного тела. Между тем, для железобетонных элементов такой подход может приводить к существенным погрешностям, поскольку в них при действии эксплуатационных нагрузок, как правило, образуются трещины и начинают развиваться неупругие деформации, что вызывает снижение жесткостных (деформативных) характеристик и перераспределение усилий в элементах системы, увеличение прогибов и перемещений. В этой связи дальнейшее совершенствование и развитие моделей железобетона и разработка на их основе методов расчета, учитывающих образование трещин и развитие неупругих деформаций в железобетонных элементах, а также дальнейшая численная и программно-алгоритмическая реализация в виде комплексов программ (программных модулей) для расчета строительных конструкций, остается весьма важной.

# 2.2. О типах диаграмм в теории расчета железобетонных конструкций.

В настоящее время в теории расчета железобетонных конструкций используются три основных типа диаграмм: в аналитическом виде; в виде кусочной линеаризации аналитических зависимостей диаграмм в процессе

шагового нагружения; в виде многозвенной ломаной линии (посредством многоточечного задания напряжений и относительных деформаций). Отдельно выделяется диаграмма деформирования арматуры в элементах с трещинами. Аналитические зависимости задания диаграмм деформирования бетона и арматуры получили развитие в работах многих исследователей, среди которых, в частности, необходимо отметить В.Н. Байкова [2], В.М. Бондаренко [3,4], С.В. Бондаренко [5], В.Я. Бачинского, А.Б. Голышева, Е.А. Гузеева [6], Ю.П. Гущи, П.Ф. Дроздова, Н.И. Карпенко [7,8], В.И. Колчунова [3,4,9], В.М. Круглова, С.Ф. Клованича, С.А. Мадатяна, Л.Р. Маиляна [10,11], С.И. Меркулова, В.М. Митасова, Г.В. Мурашкина, Я.М. Немировского, В.Г. Назаренко, Л.Л. Паньшина, А.Н. Петрова [8], А.Б. Пирадова, Б.С. Расторгуева, Р.С. Санжаровского [5], В.И. Травуша [9,12-16], В.С. Федорова, В.П. Чайки, Е.Н. Щербакова, Р. Desayi [17-19], К. Gerstle [20,21], S. Krisnuan, L. Saennz, B. Sinha, L. Tulin и др. Используются два способа задания диаграмм: непосредственно в виде кривых «напряжение – деформация», или в виде аналогичных кривых, задаваемых через секущие модули. В основном развивался первый способ, который нашел свое применение, в частности, в работах Т.А. Балана, С.Ф. Клованича для построения модели бетона в инкрементальном виде на основе диаграммы, рекомендованной Европейским комитетом по бетону (ЕКБ). Секущие модели использовались в построениях Н.И. Карпенко, Т.А. Мухамедиева, А.Н. Петрова и др, при этом модули выражались через уровни напряжений. Заметим, что в диаграммах арматуры в железобетонных элементах в момент трещинообразования возможны разрывы производных, входящих в аналитические зависимости функций, что требует специальных приёмов, которые усложняют расчёт. Этого недостатка лишен второй из указанных выше типов построения связей между приращениями напряжений и деформаций путём кусочной линеаризации диаграмм применительно

к шаговому нагружению. Развитие этого положено направления было работами С.Н. Карпенко. Третий тип задания диаграмм является наиболее универсальным. В связи с быстрым развитием новых эффективных видов бетона и арматуры не всегда удается быстро описать аналитическими зависимостями диаграммы деформирования. В этих случаях можно принять многоточечную форму задания диаграмм с линейными отрезками между точками. Следует отметить, что замены реальных диаграмм двумя-тремя отрезками ломаной линии производились во многих работах, в том числе в трудах А.А. Гвоздева [22], Н.И. Карпенко [7,8,12], О.А. Коковина, А.С. Залесова и др. Предложение по использованию кусочно-линейных диаграмм общего вида для линеаризации систем нелинейных дифференциальных уравнений сделано в работе В.М. Бондаренко [3,4] и С.В. Бондаренко [5], затем развивалось в работах С.Н. Карпенко [7,8,12].

# 2.3. О построении общих деформационных моделей железобетона.

Построение общих деформационных моделей железобетона рассматривалось в работах О.Я. Берга, В.М. Бондаренко [3,4], С.В. Бондаренко [5], Т.А. Балана, А.А. Гвоздева [22], Г.А. Гениева [23-27], Ю.В. Зайцева [28,29], Н.И. Карпенко [7,8,12], В.И. Колчунова, В.М. Круглова, В.Н. Киссюка, С.Ф. Клованича, А.Н. Петрова [8], Б.С. Соколова [30], Г.А. Тюпина и др. В частности, расчета плит и оболочек на основе различных деформационных моделей рассматривались в работах В.Н. Байкова, В.М. Бондаренко, В.Ф. Владимирова, Н.И. Карпенко, С.М. Крылова, С.Б. Крылова, Л.Д. Лифшица, И.Е. Милейновского, М.М. Онищенко, С.Н. Палювиной, И.Т. Тимко, Ю.В. Чиненкова, П.А. Шагина, В.В. Шугаева [25,31] и др. Наиболее общей представляется анизотропная модель деформирования плит с трещинами, прошедшая проверку в работах А.Л. Гуревича, М.И. Леви, А.Н. Петрова С.Н. [8] Палювиной, С.Н. Карпенко и др. Вместе с тем,

вплоть до недавнего времени деформационные модели в приращениях оставались не разработанными. Отдельное исключение составляют работы Г.А. Гениева, Т.А. Балана, Г.В. Василькова, А.Н. Донца, В.М. Круглова, С.Ф. Клованича, Л.Ю. Соловьева, Г.А. Тюпина, С.А. Тихомирова и др., основанные на развитии применительно к бетону теории пластического течения. Наиболее общими здесь являются разработки В.М. Круглова, Л.Ю. Соловьева, Г.В. Василькова для бетона, в которых учитывается несовпадение поверхности начала текучести с поверхностью пластического потенциала, эффект дилатации и некоторые другие особенности деформирования бетона. Однако это приводит к значительному усложнению расчетной модели. В целом, с точки зрения практического применения наибольшее распространение получили нелинейные модели железобетона, в которых свойства железобетона с трещинами аппроксимируются свойствами некоторого сплошного анизотропного тела, причем наиболее успешно разрабатываются модели, основанные на деформационной теории пластичности бетона и железобетона Г.А. Гениева и теории деформирования железобетона с трещинами Н.И. Карпенко.

# 2.4. О критериях прочности железобетонных конструкций.

Результаты исследования в области разработки, развития и применения критериев прочности железобетонных конструкций представлены в работах М.С. Боришанского, А.А. Гвоздева [22], Х.А. Загиншина, А.С. Залесова, А.И. Звездова, О.Ф. Ильина, К. Йогансена, Н.И. Карпенко [7,8,12], С.Н. Карпенко [7,8,13], А.А. Кондратчика, Е.Н. Панькова, И.А. Титова, В.В. Тура и др.

В числе ученых-механиков, внесших значительный вклад в разработку и развитие математических постановок, аналитических методов, основ численных методов, используемых в задачах расчета строительных конструкций, зданий и сооружений, необходимо отметить В.В. Болотина [32], А.С. Вольмира,

А.Б. Золотова [33,34], А.И. Лурье [35,36], Я.Г. Пановко [37], Ю.Н. Работнова [38], А.Р. Ржаницына [39], С.П. Тимошенко [40], В.И. Травуша [9,12-16], К. Васидзу [41], Вестергарда, А. Гриффитса, Р. Клафа, Ж.-Л. Лионса [42,43], Н. Ньюмарка и др. Общие теоретические и прикладные аспекты современных численных методов (метод конечных элементов, метод конечных разностей, вариационно-разностный метод, метод граничных элементов) и полуаналитических (численноаналитических) методов отражены в работах Н.П. Абовского, П.А. Акимова [44-50], С.М. Алейникова [51], Н.С. Бахвалова [52], М.В. Белого [33], А.М. Белостоцкого, В.Е. Булгакова [33], П.П. Гайджурова, С.К. Годунова [53], А.Б. Золотова [33,34], В.А. Ильичева [3], Г.Г. Кашеваровой [15,16,54], Л.С. Ляховича [37], А.В. Перельмутера [55,56], Л.А. Розина [57], А.А. Самарского, В.А. Семенова, В.Н. Сидорова [58,59], В.И. Сливкера, Р.П. Федоренко [60], В.В. Шайдурова [61], К. Бате [62,63], К. Бреббиа [64], Е. Вилсона [63], Р. Галлагера [65], О. Зенкевича [66,67], Дж. Одена [66], Г. Стренга, Дж. Фикса [68] и др. Проблема живучести зданий и сооружений в целом и защиты от прогрессирующего обрушения в частности активно развивается в последние десятилетия, особенно после серии трагических аварий природного и техногенного характера. Указанной теме посвятили свои работы такие ученые, как В.О. Алмазов, А.М. Белостоцкий [1,69,70], Ю.В. Бондарев [71], В.М. Бондаренко, А.С. Городецкий, Г.А. Гениев, В.И. Драган, П.Г. Еремеев [72], К.И. Ерёмин, В.И. Колчунов, Н.В. Клюева, В.В. Ларионов, С.И. Меркулов [73], О.В. Мкртычев [74], В.Л. Мондрус, Ю.П. Назаров, Е.В. Осовских, А.С. Павлов, А.В. Перельмутер, И.А. Петров, В.И. Плетнев, А.И. Плотников, А.Н. Потапов, К.П. Пятикрестовский, Б.С. Расторгуев [75], В.М. Ройтман, И.Н. Серпик, В.Н. Симбиркин, Ю.М. Стругацкий, А.Г. Тамразян, В.И. Травуш, Е.М. Уфимцев, Ю.Т. Чернов, Г.И. Шапиро [76] и др. На настоящий момент, в той или иной степени задача защиты зданий от

прогрессирующего обрушения отражена в нормах Европы, России, США и Канады, причем актуальная редакция нормативной литературы требует проведения оценки стойкости целого ряда зданий и сооружений к прогрессирующему (лавинообразному) обрушению.

Расчет зданий и сооружений на устойчивость против прогрессирующего обрушения с учетом развитых физической, геометричеконструктивной нелинейностей ской наиболее целесообразно проводить на основе нелинейной динамической методики, использующей прямое численное интегрирование уравнений движения. Практическая применимость данного метода в части железобетонных конструкций может быть эффективно подкреплена результатами настоящего проекта, а также использованием мощных высокопроизводительных конечноэлементных комплексов программ промышленного типа, применяющих явные схемы интегрирования (ANSYS, SIMULIA Abagus и др.). В числе наиболее наглядных примеров использования решения в форме соответствующего численного эксперимента можно привести работы А.М. Белостоцкого, посвященные анализу причин обрушения спортивнооздоровительного комплекса «Трансваальпарк».

В целом, опыт ведущих отечественных и зарубежных научно-образовательных центров позволяет заключить, что широкое применение методов математического и компьютерного моделирования, а также вычислительного эксперимента служит ближайшим стратегическим резервом ускорения научнотехнического прогресса, в том числе в рамках рассматриваемой области исследований.

# 3. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

### 3.1. Цель исследования.

Цель представляемого исследования — развитие, численная и программно-алгоритмическая реализация инкрементальной модели де-

формирования железобетона и методов расчета железобетонных конструкций при сложных напряженных состояниях с учетом физической нелинейности, анизотропии и конструктивной неоднородности (на основе новой системы физических соотношений в конечных приращениях с учетом различных факторов физической нелинейности и анизотропии, соответствующих малоитерационных алгоритмов расчета, критериев прочности, построение многофакторных конечно-элементных моделей зданий и сооружений, в том числе уникальных), развитие методов уточненной оценки зданий и сооружений к устойчивости против прогрессирующего обрушения [77].

### 3.2. Задачи исследования

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- исследование, развитие, численная и программно-алгоритмическая реализация расчетной модели деформирования железобетона при различных напряженных состояниях в инкрементальной форме с учетом физической нелинейности компонент железобетона, трещинообразования и приобретаемой в результате трещинообразования неоднородности и анизотропии и малоитерационных алгоримов расчета на ее основе;
- исследование, развитие, численная и программно-алгоритмическая реализация многофакторной системы критериев прочности для железобетонных элементов при сложных напряженных состояниях;
- построение и верификация пространственных конечноэлементных моделей строительных объектов, решенных в железобетоне, в том числе в части уникальных зданий и сооружений с высокоточным моделированием сложных узлов сопряжения различных конструктивных элементов;
- разработка и численная реализация методов уточненной оценки зданий и сооружений к устойчивости против прогрессирующего обрушения.

Дополнительным фактором достижимости поставленных задач является наличие и активное применение признанных программных комплексов численного моделирования для большеразмерных задач, в частности ANSYS и SIMULIA Abaqus, как эффективных инструментов верификации моделей, методов, алгоритмов и программ, а также определенный научный задел.

Соответствующие результаты настоящего исследования будут представлены в последующих статьях авторского коллектива.

# **ЗАМЕЧАНИЕ**

Исследование выполнено за счет средств Государственной программы Российской Федерации «Развитие науки и технологий» на 2013-2020 годы в рамках Плана фундаментальных научных исследований Министерстроительства ства жилищнокоммунального строительства Российской Федерации на 2018 год, тема 7.4.2 «Разработка и численная реализация методов определения напряженно-деформированного состояния пространственных плитно-оболочечных железобетонных конструкций с учетом физической нелинейности, трещинообразования и приобретаемой анизотропии».

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Belostotsky A.M., Akimov P.A., Afanasyeva I.N., Kaytukov T.B. Contemporary Problems of Numerical Modelling of Unique Structures and Buildings. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2018, Volume 13, Issue 2, pp. 9-34.
- 2. **Ivashenko I.A.** Optimization of the Prestress Value in Binding of Reinforced Concrete Structures // Procedia Engineering, 2016, Volume 150, pp. 1771-1775.
- 3. Ilyichev V., Emelyanov S., Kolchunov V., Bakayeva N., Kobeleva S. Estimation of

- Indicators of Ecological Safety in Civil Engineering. // Procedia Engineering, 2015, Volume 117, pp. 126-131.
- 4. **Klueva N., Emelyanov S., Kolchunov V., Gubanova M.** Criterion of Crack Resistance of Corrosion Damaged Concrete in Plane Stress State // Procedia Engineering, 2015, Volume 117, pp. 179-185.
- 5. **Serazutdinov M.N., Ubaydulloyev M.N.** Method of Calculation of Strengthening of the Loaded Rod Structures Taking into Account Plastic Deformations. // Procedia Engineering, 2016, Volume 150, pp. 1741-1747.
- 6. **Perfilov V.A., Oreshkin D.V., Zemlyanushnov D.Yu.** Concrete Strength and Crack Resistance Control. // Procedia Engineering, 2016, Volume 150, pp. 1474-1478.
- 7. **Karpenko N.I., Karpenko S.N.** Determination of the Strength and Orientation of Destruction Concrete's Surfaces for Different Types of Bulk Stress State. // Procedia Engineering, 2015, Volume 111, pp. 378-385.
- 8. Karpenko N.I., Karpenko S.N., Petrov A.N., Voronin Z.A., Evseeva A.V. Incremental Approach to the Nonlinear Analysis of Reinforcement Concrete with Cracks at Plane Stress State. // Procedia Engineering, 2015, Volume 111, pp. 386-389.
- 9. **Travush V., Emelianov S., Kolchunov V., Bulgakov A.** Mechanical Safety and Survivability of Buildings and Building Structures under Different Loading Types and Impacts. // Procedia Engineering, 2016, Volume 164, pp. 416-424.
- 10. Chepurnenko A., Mailyan L., Jazyev B. Calculation of the Three-layer Shell Taking into Account Creep. // Procedia Engineering, 2016, Volume 165, pp. 990-994.
- 11. **Mailyan L., Chepurnenko A., Ivanov A.** Calculation of Prestressed Concrete Cylinder Considering Creep of Concrete. // Procedia Engineering, 2016, Volume 165, pp. 1853-1857.
- 12. **Karpenko N.I., Mishina A.V., Travush V.I.** Impact of Growth on Physical, Mechanical and Rheological Properties of High Strength Steel Fiber Reinforced Con-

- crete. // Procedia Engineering, 2015, Volume 111, pp. 390-397.
- 13. Karpenko S.N., Travush V.I., Chepyzubov I.G. Deformability and Strength Determining of Coupling Fittings of Steel Reinforcement in the Reinforced Concrete Structures. // Procedia Engineering, 2015, Volume 165, pp. 1853-1857.
- 14. **Travush V.I.** On a Method of Solving Problems of the Bending of Rods and Plates of Piecewise-Constant Stiffness. // Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1986, Volume 50, Issue 4, pp. 470-474.
- 15. Travush V.I., Kashevarova G.G., Martirosyan A.S., Avhacheva I.A. Experimental Study of Possible Ways to Increase Cohesion Strength in the "Steel-Concrete" Contact Zone under Displacement Conditions. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 766-772.
- Travush V.I., Martirosyan A.S., Kashevarova G.G. Computer Modeling as Evaluation Method of Column Base Bearing Capacity in Tower Buildings. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 773-780.
- 17. **Desayi P., Ganesan N.** Determination of Maximum Crack width in Ferrocement Flexural Elements of Channel Cross Section. // International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete, 1984, Volume 6, Issue 3, pp. 169-177.
- 18. **Desayi P., Ganesan N.** Fracture Properties of Ferrocement Using Double Cantilever Beam Specimens. // International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete, 1986, Volume 8, Issue 2, pp. 121-132.
- 19. **Desayi P., Nandakumar N.** A Semiempirical Approach to Predict Shear Strength of Ferrocement. // Cement and Concrete Composites, 1995, Volume 17, Issue 3, pp. 207-218.
- 20. **Bursi O.S., Gerstle K.H.** Analysis of Flexibly Connected Braced Steel Frames. // Journal of Constructional Steel Research, 1994, Volume 30, Issue 1, pp. 61-83.
- 21. Bursi O.S., Gerstle K.H., Sigfusdottir A., Zitur J.L. Behavior and Analysis of Brac-

- ing Connections for Steel Frames. // Journal of Constructional Steel Research, 1994, Volume 30, Issue 1, pp. 39-60.
- 22. **Gvozdev A.A.** The Determination of the Value of the Collapse Load for Statically Indeterminate Systems Undergoing Plastic Deformation. // International Journal of Mechanical Sciences, 1960, Volume 1, Issue 4, pp. 322-335.
- 23. Andreev V.I., Barmenkova E.V., Potekhin I.A. Way of Optimization of Stress State of Elements of Concrete Structures. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 37-44.
- 24. Chepurnenko A.S., Saibel A.V., Yazyev B.M. Determination of the Breaking Load for Concrete Slabs Based on the Deformation Theory of Plasticity. // Procedia Engineering, 2016, Volume 150, pp. 1694-1700.
- 25. **Ermakova A.** Additional Finite Elements and Additional Loads for Analysis of Systems with Several Nonlinear Properties. // Procedia Engineering, 2016, Volume 150, pp. 1817-1823.
- 26. Krishan A., Rimshin V., Erofeev V., Kurbatov V., Markov S. The Energy Integrity Resistance to the Destruction of the Longterm Strength Concrete. // Procedia Engineering, 2015, Volume 117, pp. 179-185.
- 27. Korsun V., Kalmykov Y., Niedoriezov A., Korsun A. The Influence of the Initial Concrete Strength on its Deformation Under Triaxial Compression. // Procedia Engineering, 2015, Volume 117, pp. 179-185.
- 28. **Zaitsev Yu.V., Kovler K.L.** Notch Sensitivity of Concrete and Size Effect Part I: Effect of Specimen Size and Crack Length by 3-point Bending. // Cement and Concrete Research, 1985, Volume 15, Issue 6, pp. 979-987.
- 29. **Zaitsev Yu.V., Kovler K.L.** Notch Sensitivity of Concrete and Size Effect Part II: Stress State Effect. // Cement and Concrete Research, 1986, Volume 16, Issue 1, pp. 7-16.
- 30. **Filatov V.B., Suvorov A.A.** Research of the Stress Condition of the Normal Section of Reinforced Concrete Elements using Non-

- linear Deformation Model. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 144-150.
- 31. **Ermakova A.** Ideal Failure Models of Structures for Analysis by FEM and AFEM. // Procedia Engineering, 2017, Volume 206, pp. 9-15.
- 32. **Bolotin V.V.** A Unified Approach to Damage Accumulation and Fatigue Crack Growth. // Engineering Fracture Mechanics, 1985. Volume 22, Issue 3, pp. 387-398.
- 33. **Belyi M.V., Bulgakov V.E., Zolotov A.B.** A Semi-Iterative Multigrid Method and its Implementation as a Program for Solving Spatial Boundary Value Problems. // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 1987, Volume 27, Issue 3, pp. 153-161.
- 34. **Zolotov A.B., Akimov P.A., Sidorov V.N.** International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2007, Volume 2, Issue 1, pp. 77-82.
- 35. **Lurie K.A.** Some Recollections About Anatolii Isakovich Lurie. // IFAC Proceedings Volumes, 2001, Volume 34, Issue 6, pp. 35-38.
- 36. **Zhilin P.A.** A.I. Lurie The Works on Mechanics. // IFAC Proceedings Volumes, Volume 34, Issue 6, pp. 29-30.
- 37. Lyakhovich L.S., Malinovsky A.P., Tu-khfatullin B.A. Criteria for Optimal Strengthening of Bar Flange with I-type Cross-section with Stability Constraints on the Value of the First Natural Frequency. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 427-433.
- 38. **Rabotnov Yu.N., Suvorova J.V.** Dynamic Problems for Elastic-Plastic Solids with Delayed Yielding. // International Journal of Solids and Structures, 1971, Volume 7, Issue 2, pp. 143-159.
- 39. **Tamrazyan A.G.** The Assessment of Reliability of Punching Reinforced Concrete Beamless Slabs under the Influence of a Concentrated Force at High Temperatures. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 715-720.
- 40. **Frishter L.Yu.** Application of the Methods of the Theory Similarity and Dimensional

- Analysis for Research the Local Stress-strain State in the Neighborhood of an Irregular Point of the Boundary. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 151-156.
- 41. **Andreev V.I.** Axisymmetric Thermoelastic Deformation of the Cylinder with Two-dimensional Inhomogeneity of Material. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 32-36.
- 42. **Lions J.L.** Some Topics on Variational Inequalities and Applications. // North-Holland Mathematics Studies, 1976, Volume 21, pp. 1-38.
- 43. **Lions J.L.** On Some Questions in Boundary Value Problems of Mathematical Physics. // North-Holland Mathematics Studies, 1978, Volume 30, pp. 284-346.
- 44. **Akimov P.A.** Correct Discrete-Continual Finite Element Method of Structural Analysis Based on Precise Analytical Solutions of Resulting Multipoint Boundary Problems for Systems of Ordinary Differential Equations. // Applied Mechanics and Materials. 2012, Vols. 204-208, pp. 4502-4505.
- 45. **Akimov P.A.** Correct Indirect Discrete-Continual Boundary Element Method of Structural Analysis. // Advanced Materials Research, 2013, Vols. 671-674, pp. 1614-1618.
- 46. **Akimov P.A.** Correct Direct Discrete-Continual Boundary Element Method of Structural Analysis. // Applied Mechanics and Materials, 2013, Vols. 395-396, pp. 529-532.
- 47. Akimov P.A., Belostosky A.M., Mozgaleva M.L., Mojtaba Aslami, Negrozov O.A. Correct Multilevel Discrete-Continual Finite Element Method of Structural Analysis. // Advanced Materials Research, 2014, Volume 1040, pp. 664-669.
- 48. **Akimov P.A., Mozgaleva M.L.** Correct Wavelet-based Multilevel Numerical Method of Local Solution of Boundary Problems of Structural Analysis. // Applied Mechanics and Materials, 2012, Vols. 166-169, pp. 3155-3158.
- 49. **Akimov P.A., Mozgaleva M.L.** Correct Wavelet-based Multilevel Discrete-

- Continual Methods for Local Solution of Boundary Problems of Structural Analysis. // Applied Mechanics and Materials, 2013, Vols. 353-356, pp. 3224-3227.
- 50. **Akimov P.A., Mozgaleva M.L.** Method of Extended Domain and General Principles of Mesh Approximation for Boundary Problems of Structural Analysis. // Applied Mechanics and Materials, 2014, Vols. 580-583, pp. 2898-2902.
- 51. **Aleynikov S.M., Stromov A.V.** Comparison of Complex Methods for Numerical Solutions of Boundary Problems of the Laplace Equation. // Engineering Analysis with Boundary Elements, 2004, Volume 28, Issue 6, pp. 615-622.
- 52. **Bakhvalov N.S.** Properties of optimal methods for the solution of problems of mathematical physics. // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 1970, Volume 10, Issue 3, pp. 1-19.
- 53. Godunov S.K., Ryaben'kii V.S. Canonical Forms of Systems of Ordinary Linear Difference Equations with Constant Coefficients. // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 1963, Volume 3, Issue 2, pp. 281-295.
- 54. **Kashevarova G.G., Makovetskiy O.A.** Analysis of Experimental and Estimated Jet-grouted Soil Mass Deformations. // Procedia Engineering, 2016, Volume 150, pp. 2223-2227.
- 55. **Mikitarenko M.A., Perelmuter A.V.** Safe Fatigue Life of Steel Towers Under the Action of Wind Vibrations. // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1998, Volumes 74-76, pp. 1091-1100.
- 56. **Perelmuter A.V., Mikitarenko M.A.** Wind Energy Converter Towers: An Experience and a Prognostication. // Journal of Constructional Steel Research, 1998, Volume 46, Issues 1-3, pp. 16-17.
- 57. **Rozin L.A.** The Growth of a Laminar Boundary Layer on a Flat Plate Set Impulsively into Motion. // Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1958, Volume 22, Issue 3, pp. 568-575.

- 58. Akimov P.A., Belostosky A.M., Sidorov V.N., Mozgaleva M.L., Negrozov O.A. Application of Discrete-Continual Finite Element Method for Global and Local Analysis of Multilevel Systems. // Applied Mechanics and Materials; AIP Conference Proceedings, 2014, Volume 1623, Issue 3, pp. 3-6.
- 59. **Akimov P.A, Mozgaleva M.L., Sidorov V.N.** About Verification of Discrete-Continual Finite Element Method of Structural Analysis. Part 2: Three-Dimensional Problems. // Procedia Engineering, 2014, Volume 91, pp. 14-19.
- 60. **Fedorenko R.P.** The Approximate Solution of Variational Problems with Non-differentiable Functionals. // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 1971, Volume 11, Issue 2, pp. 68-85.
- 61. **Shaidurov V.V.** Some Estimates of the Rate of Convergence for the Cascadic Conjugate-Gradient Method. // Computers & Mathematics with Applications, 1996, Volume 31, Issue 4-5, pp. 161-171.
- 62. **Bathe K.J.** Some Remarks and References on Recent Developments in Finite Element Analysis Procedures. // Computers & Structures, 1991, Volume 40, Issue 2, pp. 201-202.
- 63. Wilson E.L., Bathe K.J., Peterson F.E. Finite Element Analysis of Linear and Nonlinear Heat Transfer. // Nuclear Engineering and Design, 1974, Volume 29, Issue 1, pp. 110-124.
- 64. **Brebbia C.A.** The Boundary Element Method in Engineering Practice. // Engineering Analysis, 1984, Volume 1, Issue 1, pp. 3-12.
- 65. Patnaik S.N., Berke L., Gallagher R.H. Integrated Force Method Versus Displacement Method for Finite Element Analysis. // Computers & Structures 38(4) 377-407.
- 66. Oden J.T., Duarte C.A.M., Zienkiewicz O.C. A New Cloud-Based hp Finite Element Method. // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1998, Volume 153, Issues 1-2, pp. 117-126

- 67. Zienkiewicz O.C., De S.R. Gago J.P., Kelly D.W. The Hierarchical Concept in Finite Element Analysis. // Computers & Structures, 1983, Volume 16, Issues 1-4, pp. 53-65.
- 68. **Fix G.J., Liang G., Lee D.N.** Penalty-Hybrid Finite Element Method. // Computers & Mathematics with Applications, 1982, Volume 8, Issue 5, pp. 393-399.
- 69. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А.** Научно-исследовательский центр СтаДиО. 25 лет на фронте численного моделирования. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering / Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций, Volume 12, Issue 1, 2016, pp. 8-45.
- 70. Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Петряшев Н.О., Петряшев С.О., Негрозов О.А. Расчетные исследования напряженно-деформированного состояния, прочности и устойчивости несущих конструкций высотного здания с учетом фактического положения железобетонных конструкций. // Вестник МГСУ, №4, 2015, с. 50-68.
- 71. **Бондарев Ю.В., Талантов И.С.** Подходы к решению задачи о внезапном удалении элементов из стержневой системы. // Вестник гражданских инженеров, 2014, №2(43), с. 48-52.
- 72. **Еремеев П.Г.** Лавинообразное (прогрессирующее) разрушение. // Мир строительства и недвижимости, 2008, №29, с. 78-79.
- 73. **Меркулов С.И.** К вопросу обеспечения живучести железобетонных конструкций и конструктивных систем. // Строительство и реконструкция, 2015, №2(58), с. 63-67.
- 74. **Мкртычев О.В., Мкртычев А.Э.** Расчет большепролетных и высотных сооружений на устойчивость к прогрессирующему обрушению при сейсмических и аварийных воздействиях в нелинейной динамической постановке. // Строитель-

- ная механика и расчет сооружений, 2009, №1, с. 38-40.
- 75. Тихонов И.Н., Козелков М.М., Расторгуев Б.С. Основы проектирования железобетонных конструкций с учетом защиты зданий от прогрессирующего обрушения. // Бетон и железобетон, 2014, №6, с. 22-29.
- 76. Шапиро Г.И., Гасанов А.А. Численное решение задачи устойчивости панельного здания против прогрессирующего обрушения. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2016, Volume 12, Issue 2, pp. 158-166.
- 77. **Карпенко Н.И., Карпенко С.Н.** Определение прочности и ориентация площадок разрушения бетона при различных видах объемного напряженного состояния. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2015, Volume 11, Issue 1, pp. 52-61.

### REFERENCES

- 1. **Belostotsky A.M., Akimov P.A., Afanasyeva I.N., Kaytukov T.B.** Contemporary Problems of Numerical Modelling of Unique Structures and Buildings. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2018, Volume 13, Issue 2, pp. 9-34.
- 2. **Ivashenko I.A.** Optimization of the Prestress Value in Binding of Reinforced Concrete Structures // Procedia Engineering, 2016, Volume 150, pp. 1771-1775.
- 3. **Ilyichev V., Emelyanov S., Kolchunov V., Bakayeva N., Kobeleva S.** Estimation of Indicators of Ecological Safety in Civil Engineering. // Procedia Engineering, 2015, Volume 117, pp. 126-131.
- 4. **Klueva N., Emelyanov S., Kolchunov V., Gubanova M.** Criterion of Crack Resistance of Corrosion Damaged Concrete in Plane Stress State // Procedia Engineering, 2015, Volume 117, pp. 179-185.

- 5. **Serazutdinov M.N., Ubaydulloyev M.N.** Method of Calculation of Strengthening of the Loaded Rod Structures Taking into Account Plastic Deformations. // Procedia Engineering, 2016, Volume 150, pp. 1741-1747.
- 6. **Perfilov V.A., Oreshkin D.V., Zemlyanushnov D.Yu.** Concrete Strength and Crack Resistance Control. // Procedia Engineering, 2016, Volume 150, pp. 1474-1478.
- 7. **Karpenko N.I., Karpenko S.N.** Determination of the Strength and Orientation of Destruction Concrete's Surfaces for Different Types of Bulk Stress State. // Procedia Engineering, 2015, Volume 111, pp. 378-385.
- 8. **Karpenko N.I., Karpenko S.N., Petrov A.N., Voronin Z.A., Evseeva A.V.** Incremental Approach to the Nonlinear Analysis of Reinforcement Concrete with Cracks at Plane Stress State. // Procedia Engineering, 2015, Volume 111, pp. 386-389.
- 9. **Travush V., Emelianov S., Kolchunov V., Bulgakov A.** Mechanical Safety and Survivability of Buildings and Building Structures under Different Loading Types and Impacts. // Procedia Engineering, 2016, Volume 164, pp. 416-424.
- Chepurnenko A., Mailyan L., Jazyev B. Calculation of the Three-layer Shell Taking into Account Creep. // Procedia Engineering, 2016, Volume 165, pp. 990-994.
- 11. **Mailyan L., Chepurnenko A., Ivanov A.** Calculation of Prestressed Concrete Cylinder Considering Creep of Concrete. // Procedia Engineering, 2016, Volume 165, pp. 1853-1857.
- 12. **Karpenko N.I., Mishina A.V., Travush V.I.** Impact of Growth on Physical, Mechanical and Rheological Properties of High Strength Steel Fiber Reinforced Concrete. // Procedia Engineering, 2015, Volume 111, pp. 390-397.
- 13. Karpenko S.N., Travush V.I., Chepyzubov I.G. Deformability and Strength Determining of Coupling Fittings of Steel Reinforcement in the Reinforced

- Concrete Structures. // Procedia Engineering, 2015, Volume 165, pp. 1853-1857.
- 14. **Travush V.I.** On a Method of Solving Problems of the Bending of Rods and Plates of Piecewise-Constant Stiffness. // Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1986, Volume 50, Issue 4, pp. 470-474.
- 15. Travush V.I., Kashevarova G.G., Martirosyan A.S., Avhacheva I.A. Experimental Study of Possible Ways to Increase Cohesion Strength in the "Steel-Concrete" Contact Zone under Displacement Conditions. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 766-772.
- 16. **Travush V.I., Martirosyan A.S., Kashevarova G.G.** Computer Modeling as Evaluation Method of Column Base Bearing Capacity in Tower Buildings. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 773-780.
- 17. **Desayi P., Ganesan N.** Determination of Maximum Crack width in Ferrocement Flexural Elements of Channel Cross Section. // International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete, 1984, Volume 6, Issue 3, pp. 169-177.
- 18. **Desayi P., Ganesan N.** Fracture Properties of Ferrocement Using Double Cantilever Beam Specimens. // International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete, 1986, Volume 8, Issue 2, pp. 121-132.
- 19. **Desayi P., Nandakumar N.** A Semiempirical Approach to Predict Shear Strength of Ferrocement. // Cement and Concrete Composites, 1995, Volume 17, Issue 3, pp. 207-218.
- 20. **Bursi O.S., Gerstle K.H.** Analysis of Flexibly Connected Braced Steel Frames. // Journal of Constructional Steel Research, 1994, Volume 30, Issue 1, pp. 61-83.
- 21. Bursi O.S., Gerstle K.H., Sigfusdottir A., Zitur J.L. Behavior and Analysis of Bracing Connections for Steel Frames. // Journal of Constructional Steel Research, 1994, Volume 30, Issue 1, pp. 39-60.
- 22. **Gvozdev A.A.** The Determination of the Value of the Collapse Load for Statically

- Indeterminate Systems Undergoing Plastic Deformation. // International Journal of Mechanical Sciences, 1960, Volume 1, Issue 4, pp. 322-335.
- 23. Andreev V.I., Barmenkova E.V., Potekhin I.A. Way of Optimization of Stress State of Elements of Concrete Structures. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 37-44.
- 24. Chepurnenko A.S., Saibel A.V., Yazyev B.M. Determination of the Breaking Load for Concrete Slabs Based on the Deformation Theory of Plasticity. // Procedia Engineering, 2016, Volume 150, pp. 1694-1700.
- 25. **Ermakova A.** Additional Finite Elements and Additional Loads for Analysis of Systems with Several Nonlinear Properties. // Procedia Engineering, 2016, Volume 150, pp. 1817-1823.
- 26. Krishan A., Rimshin V., Erofeev V., Kurbatov V., Markov S. The Energy Integrity Resistance to the Destruction of the Longterm Strength Concrete. // Procedia Engineering, 2015, Volume 117, pp. 179-185.
- 27. **Korsun V., Kalmykov Y., Niedoriezov A., Korsun A.** The Influence of the Initial Concrete Strength on its Deformation Under Triaxial Compression. // Procedia Engineering, 2015, Volume 117, pp. 179-185.
- 28. **Zaitsev Yu.V., Kovler K.L.** Notch Sensitivity of Concrete and Size Effect Part I: Effect of Specimen Size and Crack Length by 3-point Bending. // Cement and Concrete Research, 1985, Volume 15, Issue 6, pp. 979-987.
- 29. **Zaitsev Yu.V., Kovler K.L.** Notch Sensitivity of Concrete and Size Effect Part II: Stress State Effect. // Cement and Concrete Research, 1986, Volume 16, Issue 1, pp. 7-16.
- 30. **Filatov V.B., Suvorov A.A.** Research of the Stress Condition of the Normal Section of Reinforced Concrete Elements using Nonlinear Deformation Model. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 144-150.
- 31. **Ermakova A.** Ideal Failure Models of Structures for Analysis by FEM and AFEM. // Procedia Engineering, 2017, Volume 206, pp. 9-15.

- 32. **Bolotin V.V.** A Unified Approach to Damage Accumulation and Fatigue Crack Growth. // Engineering Fracture Mechanics, 1985. Volume 22, Issue 3, pp. 387-398.
- 33. **Belyi M.V., Bulgakov V.E., Zolotov A.B.** A Semi-Iterative Multigrid Method and its Implementation as a Program for Solving Spatial Boundary Value Problems. // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 1987, Volume 27, Issue 3, pp. 153-161.
- 34. **Zolotov A.B., Akimov P.A., Sidorov V.N.** International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2007, Volume 2, Issue 1, pp. 77-82.
- 35. **Lurie K.A.** Some Recollections About Anatolii Isakovich Lurie. // IFAC Proceedings Volumes, 2001, Volume 34, Issue 6, pp. 35-38.
- 36. **Zhilin P.A.** A.I. Lurie The Works on Mechanics. // IFAC Proceedings Volumes, Volume 34, Issue 6, pp. 29-30.
- 37. Lyakhovich L.S., Malinovsky A.P., Tu-khfatullin B.A. Criteria for Optimal Strengthening of Bar Flange with I-type Cross-section with Stability Constraints on the Value of the First Natural Frequency. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 427-433.
- 38. **Rabotnov Yu.N., Suvorova J.V.** Dynamic Problems for Elastic-Plastic Solids with Delayed Yielding. // International Journal of Solids and Structures, 1971, Volume 7, Issue 2, pp. 143-159.
- 39. **Tamrazyan A.G.** The Assessment of Reliability of Punching Reinforced Concrete Beamless Slabs under the Influence of a Concentrated Force at High Temperatures. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 715-720.
- 40. **Frishter L.Yu.** Application of the Methods of the Theory Similarity and Dimensional Analysis for Research the Local Stress-strain State in the Neighborhood of an Irregular Point of the Boundary. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 151-156.
- 41. **Andreev V.I.** Axisymmetric Thermoelastic Deformation of the Cylinder with Two-dimensional Inhomogeneity of Mate-

- rial. // Procedia Engineering, 2016, Volume 153, pp. 32-36.
- 42. **Lions J.L.** Some Topics on Variational Inequalities and Applications. // North-Holland Mathematics Studies, 1976, Volume 21, pp. 1-38.
- 43. **Lions J.L.** On Some Questions in Boundary Value Problems of Mathematical Physics. // North-Holland Mathematics Studies, 1978, Volume 30, pp. 284-346.
- 44. **Akimov P.A.** Correct Discrete-Continual Finite Element Method of Structural Analysis Based on Precise Analytical Solutions of Resulting Multipoint Boundary Problems for Systems of Ordinary Differential Equations. // Applied Mechanics and Materials. 2012, Vols. 204-208, pp. 4502-4505.
- 45. **Akimov P.A.** Correct Indirect Discrete-Continual Boundary Element Method of Structural Analysis. // Advanced Materials Research, 2013, Vols. 671-674, pp. 1614-1618.
- 46. **Akimov P.A.** Correct Direct Discrete-Continual Boundary Element Method of Structural Analysis. // Applied Mechanics and Materials, 2013, Vols. 395-396, pp. 529-532.
- 47. Akimov P.A., Belostosky A.M., Mozgaleva M.L., Mojtaba Aslami, Negrozov O.A. Correct Multilevel Discrete-Continual Finite Element Method of Structural Analysis. // Advanced Materials Research, 2014, Volume 1040, pp. 664-669.
- 48. **Akimov P.A., Mozgaleva M.L.** Correct Wavelet-based Multilevel Numerical Method of Local Solution of Boundary Problems of Structural Analysis. // Applied Mechanics and Materials, 2012, Vols. 166-169, pp. 3155-3158.
- 49. **Akimov P.A., Mozgaleva M.L.** Correct Wavelet-based Multilevel Discrete-Continual Methods for Local Solution of Boundary Problems of Structural Analysis. // Applied Mechanics and Materials, 2013, Vols. 353-356, pp. 3224-3227.
- 50. **Akimov P.A., Mozgaleva M.L.** Method of Extended Domain and General Principles of Mesh Approximation for Boundary Prob-

- lems of Structural Analysis. // Applied Mechanics and Materials, 2014, Vols. 580-583, pp. 2898-2902.
- 51. **Aleynikov S.M., Stromov A.V.** Comparison of Complex Methods for Numerical Solutions of Boundary Problems of the Laplace Equation. // Engineering Analysis with Boundary Elements, 2004, Volume 28, Issue 6, pp. 615-622.
- 52. **Bakhvalov N.S.** Properties of optimal methods for the solution of problems of mathematical physics. // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 1970, Volume 10, Issue 3, pp. 1-19.
- 53. Godunov S.K., Ryaben'kii V.S. Canonical Forms of Systems of Ordinary Linear Difference Equations with Constant Coefficients. // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 1963, Volume 3, Issue 2, pp. 281-295.
- 54. **Kashevarova G.G., Makovetskiy O.A.** Analysis of Experimental and Estimated Jet-grouted Soil Mass Deformations. // Procedia Engineering, 2016, Volume 150, pp. 2223-2227.
- 55. **Mikitarenko M.A., Perelmuter A.V.** Safe Fatigue Life of Steel Towers Under the Action of Wind Vibrations. // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1998, Volumes 74-76, pp. 1091-1100.
- 56. **Perelmuter A.V., Mikitarenko M.A.** Wind Energy Converter Towers: An Experience and a Prognostication. // Journal of Constructional Steel Research, 1998, Volume 46, Issues 1-3, pp. 16-17.
- 57. **Rozin L.A.** The Growth of a Laminar Boundary Layer on a Flat Plate Set Impulsively into Motion. // Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1958, Volume 22, Issue 3, pp. 568-575.
- 58. Akimov P.A., Belostosky A.M., Sidorov V.N., Mozgaleva M.L., Negrozov O.A. Application of Discrete-Continual Finite Element Method for Global and Local Analysis of Multilevel Systems. // Applied Mechanics and Materials; AIP Conference Proceedings, 2014, Volume 1623, Issue 3, pp. 3-6.

- 59. Akimov P.A, Mozgaleva M.L., Sidorov V.N. About Verification of Discrete-Continual Finite Element Method of Structural Analysis. Part 2: Three-Dimensional Problems. // Procedia Engineering, 2014, Volume 91, pp. 14-19.
- 60. **Fedorenko R.P.** The Approximate Solution of Variational Problems with Non-differentiable Functionals. // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics, 1971, Volume 11, Issue 2, pp. 68-85.
- 61. **Shaidurov V.V.** Some Estimates of the Rate of Convergence for the Cascadic Conjugate-Gradient Method. // Computers & Mathematics with Applications, 1996, Volume 31, Issue 4-5, pp. 161-171.
- 62. **Bathe K.J.** Some Remarks and References on Recent Developments in Finite Element Analysis Procedures. // Computers & Structures, 1991, Volume 40, Issue 2, pp. 201-202.
- 63. Wilson E.L., Bathe K.J., Peterson F.E. Finite Element Analysis of Linear and Nonlinear Heat Transfer. // Nuclear Engineering and Design, 1974, Volume 29, Issue 1, pp. 110-124.
- 64. **Brebbia C.A.** The Boundary Element Method in Engineering Practice. // Engineering Analysis, 1984, Volume 1, Issue 1, pp. 3-12.
- 65. **Patnaik S.N., Berke L., Gallagher R.H.** Integrated Force Method Versus Displacement Method for Finite Element Analysis. // Computers & Structures 38(4) 377-407.
- 66. Oden J.T., Duarte C.A.M., Zienkiewicz O.C. A New Cloud-Based hp Finite Element Method. // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1998, Volume 153, Issues 1-2, pp. 117-126
- 67. Zienkiewicz O.C., De S.R. Gago J.P., Kelly D.W. The Hierarchical Concept in Finite Element Analysis. // Computers & Structures, 1983, Volume 16, Issues 1-4, pp. 53-65.
- 68. **Fix G.J., Liang G., Lee D.N.** Penalty-Hybrid Finite Element Method. // Computers & Mathematics with Applications, 1982, Volume 8, Issue 5, pp. 393-399.

- 69. Belostosky A.M., Akimov P.A. Nauchno-Issledovatel'skij Centr StaDyO. 25 let na fronte Chislennogo Modelirovaniya [Scientific and Research Center "StaDyO". 25 years on the Front of Numerical Simulation]. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering / Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций, Volume 12, Issue 1, 2016, pp. 8-45.
- 70. Belostosky A.M., Akimov P.A., Petryashev N.O., Petryashev S.O., Negrozov O.A. Raschetnye Issledovaniya Napryazhenno-Deformirovannogo Sostoyaniya, Prochnosti i Ustojchivosti Nesushchih Konstrukcij Vysotnogo Zdaniya s Uchetom Fakticheskogo Polozheniya Zhelezobetonnyh Konstrukcij [Analysis of the StressStrain State, Strength and Stability of Load-Bearing Structures of a High-Rise Building with Allowance for Actual Positions of Reinforced Concrete Structures]. // Vestnik MGSU, 2015, Issue 4, pp. 50-68.
- 71. **Bondarev Yu.V., Talantov I.S.** Podhody k Resheniyu Zadachi o Vnezapnom Udalenii Elementov iz Sterzhnevoj Sistemy [Approaches to the Solution of the Problem of the Sudden Removal of Elements from the Bar System]. // Vestnik grazhdanskih inzhenerov, 2014, №2(43), pp. 48-52.
- 72. **Eremeev P.G.** Lavinoobraznoe (Progressirujushhee) Razrushenie [Progressive Collapse]. Mir stroitelstva i nedvizhimosti, 2008, No. 29, pp. 78-79.
- 73. **Merkulov S.I.** K Voprosu Obespechenija Zhivuchesti Zhelezobetonnyh Konstrukcij i Konstruktivnyh Sistem [About Ensuring the Survivability of Reinforced Concrete Structures and Structural Systems]. // Stroitelstvo i Reconstructsiya, 2015, No. 2(58), pp. 63-67.
- 74. **Mkrtichev O.V., Mkrtichev A.E.** Raschet Bol'sheproletnyh i Vysotnyh Sooruzhenij na Ustojchivost' k Progressirujushhemu Obrusheniju pri Sejsmicheskih i Avarijnyh Vozdejstvijah v Nelinejnoj Dinamicheskoj Postanovke [Progressive Collapse Analysis

of Long-Span and High-Rise Structures for Resistance Under Seismic and Emergency Impacts in a Nonlinear Dynamic Formulation]. // Stroitelnaya Mekhanika i Raschet Sooruzheniy, 2009, No. 1, pp. 38-40.

- 75. **Tikhonov I.N., Kozelkov M.M., Rastorguev B.S.** Osnovy Proektirovanija Zhelezobetonnyh Konstrukcij s Uchetom Zashhity Zdanij ot Progressirujushhego Obrushenija [The Fundamentals of Designing of Reinforced Concrete Structures with Allowance for Protection of Buildings from Progressive Collapse. // Beton i Zhelezobeton, 2014, No. 6, pp. 22-29.
- 76. **Shapiro G.I., Gasanov A.A.** Chislennoe Reshenie Zadachi Ustojchivosti Panel'nogo Zdanija Protiv Progressiru-jushhego Obrushenija [Numerical Solution of the Problem of Stability of a Panel Building Against Progressive Collapse]. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2016, Volume 12, Issue 2, pp. 158-166.
- 77. **Karpenko N.I., Karpenko S.N.** Opredelenie Prochnosti i Orientaciya Ploshchadok Razrusheniya Betona pri Razlichnyh Vidah Ob'emnogo Naprya-zhennogo Sostoyaniya [Determination of Strength and Orientation of Planes of Failure for Various Types of Volumetric Stress State]. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2015, Volume 11, Issue 1, pp. 52-61.

Михайлович, Белостоцкий Александр членкорреспондент РААСН, профессор, доктор технических наук; генеральный директор ЗАО «Научноисследовательский центр СтаДиО»; профессор кафедры «Строительные конструкции, здания и сооружения» Российского университета транспорта (МИ-ИТ); профессор Департамента архитектуры и строительства Российского университета дружбы народов; профессор кафедры строительных конструкций и вычислительной механики Пермского национального исследовательского политехнического университета; 125040, Россия, Москва, ул. 3-я Ямского Поля, д.18, офис 810; тел. +7 (499) 706-88-10; E-mail: amb@stadyo.ru.

Карпенко Николай Иванович, академик РААСН, профессор, доктор технических наук, главный научный сотрудник Научно-исследовательского института строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук; 127238, Россия, Москва, Локомотивный проезд, д. 21; тел. +7 (495) 482-40-76; факс +7(495) 482-40-60; E-mail: niisf@niisf.ru.

Акимов Павел Алексеевич, академик РААСН, профессор, доктор технических наук; главный ученый секретарь Российской академии архитектуры и строительных наук; заместитель генерального директора по науке ЗАО «Научно-исследовательский центр Ста-ДиО»; профессор Департамента архитектуры и строительства Российского университета дружбы народов; профессор кафедры строительной механики Томского государственного архитектурно-строительного университета; 107031, г. Москва, ул. Большая Дмитровка, д. 24, стр. 1; тел. +7(495) 625-71-63; факс +7 (495) 650-27-31; Email: akimov@raasn.ru, pavel.akimov@gmail.com.

Сидоров Владимир Николаевич, член-корреспондент РААСН, профессор, доктор технических наук; профессор кафедры «Строительные конструкции, здания и сооружения» Российского университета транспорта (МИИТ); профессор Департамента архитектуры и строительства Российского университета дружбы народов; профессор кафедры строительных конструкций и вычислительной механики Пермского национального исследовательского политехнического университета; профессор Московского архитектурного института (государственной академии); профессор Свентокшиского технического университета в Кельце (Факультет строительства и архитектуры); Центральный научно-исследовательский и проектный институт Министерства строительства И жилищнокоммунального хозяйства Российской Федерации; 127994, Россия, г. Москва, ул. Образцова, д 9, стр. 9; тел. +7 (495) 684-22-96, (495) 684-26-92, (495) 681-43-81, (495) 684-22-96; E-mail: sidorov.vladimir@gmail.com.

Карпенко Сергей Николаевич, советник РААСН, профессор, доктор технических наук, Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук; 127238, Россия, Москва, Локомотивный проезд, д. 21; тел. +7 (495) 482-40-76; факс +7(495) 482-40-60; E-mail: niisf@niisf.ru.

Петров Алексей Николаевич, советник РААСН, доцент, доктор технических наук; заведующий кафедрой архитектуры, строительных конструкций и геотехники Петрозаводского государственного университета; Научно-исследовательского института строительной физики Российской академии архитектуры и

строительных наук; 185910, Россия, Республика Карелия, г. Петрозаводск, пр. Ленина, 33, каб. 366; тел. +7 (814-2) 71-10-37; E-mail: petr@petrsu.ru.

Кайтуков Таймураз Батразович, советник РААСН, доцент, кандидат технических наук, заместитель главного ученого секретаря Российской академии архитектуры и строительных наук; Центральный научно-исследовательский и проектный институт Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации; 107031, г. Москва, ул. Большая Дмитровка, д. 24, стр. 1; тел. +7(495) 625-81-53; факс +7 (495) 650-27-31;

Харитонов Владимир Анатольевич, доцент, кандидат технических наук; доцент кафедры прикладной математики, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет; 129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 183-59-94;

Email: kaytukov@raasn.ru, tkaytukov@gmail.com.

Email: kharitonov1246@mail.ru.

Alexander M. Belostotsky, Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Professor, Dr.Sc.; Director of Scientific Research Center "StaDyO"; Professor of Department of Structures, Buildings and Facilities, Russian University of Transport» (RUT – MIIT); Professor of Department of Architecture and Construction, Peoples' Friendship University; Professor of Department of Building Structures and Computational Mechanics, Peoples' Friendship University of Russia; office 810, 18, 3ya Ulitsa Yamskogo Polya, Moscow, 125040, Russia; phone +7 (499) 706-88-10; E-mail: amb@stadyo.ru.

Nikolay I. Karpenko, Full Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Professor, Dr.Sc.; Principal Researcher, Research Institute of Building Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; 21, Lokomotivny Proezd, Moscow, 127238, Russia; phone +7 (495) 482-40-76; fax +7(495) 482-40-60; E-mail: niisf@niisf.ru.

Pavel A. Akimov, Full Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, PhD, Professor; Executive Scientific Secretary of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; Vice-Director for Science Activities, Scientific Research Center "StaDyO"; Professor of Department of Architecture and Construction, Peoples' Friendship University of Russia; Professor of Department of Structural Mechanics, Tomsk State University of Architecture and Building; 24, Ul. Bolshaya Dmitrovka, 107031, Moscow, Russia; phone +7(495) 625-71-63; fax: +7 (495) 650-27-31;

E-mail: akimov@raasn.ru, pavel.akimov@gmail.com.

Vladimir N. Sidorov, Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Professor, Dr.Sc.; Professor of Department of Structures, Buildings and Facilities, Russian University of Transport» (RUT - MIIT); Professor of Department of Architecture and Construction, Peoples' Friendship University; Professor of Department of Building Structures and Computational Mechanics, Peoples' Friendship University of Russia; Professor of Moscow Institute of Architecture (State Academy); Professor of Kielce University of Technology (Faculty of Civil Engineering and Architecture); Central Institute for Research and Design of the Ministry of Construction and Housing and Communal Services of the Russian Federation; 9b9, Obrazcova Street, Moscow, 127994, Russia; phone +7 (495) 684-22-96, (495) 684-26-92, (495) 681-43-81, (495) 684-22-96;

E-mail: sidorov.vladimir@gmail.com.

Sergey N. Karpenko, Advisor of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Professor, Dr.Sc.; Research Institute of Building Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; 21, Lokomotivny Proezd, Moscow, 127238, Russia; phone +7 (495) 482-40-76; fax +7(495) 482-40-60; E-mail: niisf@niisf.ru.

Alexey N. Petrov, Advisor of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Associate Professor, Dr.Sc.; Head of Department of Architecture, Building Structures, Petrozavodsk State University; Research Institute of Building Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; office 366, 33, pr. Lenina, Petrozavodsk, the Republic of Karelia, 185910, Russia; phone +7 (814-2) 71-10-37; E-mail: petr@petrsu.ru.

Taymuraz B. Kaytukov, Advisor of of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Associated Professor, Ph.D.; Deputy Executive Scientific Secretary of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; Central Institute for Research and Design of the Ministry of Construction and Housing and Communal Services of the Russian Federation; 24, Ul. Bolshaya Dmitrovka, 107031, Moscow, Russia; phone +7(495) 625-81-53; fax: +7 (495) 650-27-31;

Email: kaytukov@raasn.ru, tkaytukov@gmail.com.

Vladimir A. Kharitonov, Associate Professor, Ph.D.; Associate Professor of Department of Applied Mathematics, National Research Moscow State University of Civil Engineering; 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94,

E-mail: kharitonov1246@mail.ru.

Volume 14, Issue 2, 2018 47