

ОБ ОДНОМ ЧИСЛЕННОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСАДКИ ПОВЕРХНОСТИ ГРУНТОВОГО МАССИВА, ВЫЗВАННОЙ СООРУЖЕНИЕМ ОБОЛОЧКИ ОБДЕЛКИ ТОННЕЛЯ

С.Б. Косицын, В.Ю. Акулич

Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва, РОССИЯ

Аннотация: Работа направлена на геотехнический прогноз влияния строительства перегонного тоннеля на изменение напряженно-деформированного состояния окружающего грунтового массива, а именно на возникающие при этом осадки на поверхности земли. Работа предполагает как численное, так и аналитическое решения с последующим сравнительным анализом.

Ключевые слова: тоннель, грунтовый массив, геотехника, тоннелепроходческий механизированный комплекс, мульда оседания, плоские и пространственные конечные элементы, контактные конечные элементы

ON ONE NUMERICAL METHOD FOR THE COMPUTING OF SEDIMENTATION OF THE SURFACE OF THE SOIL MASSIVE CAUSED BY THE CONSTRUCTION OF THE SHELL LINING OF THE TUNNEL

Sergey B. Kosytsyn, Vladimir Y. Akulich

Russian University of Transport (MIIT), Moscow, RUSSIA

Abstract: The distinctive work is aimed at the geotechnical forecast of the influence of the construction of the tunnel on the change in the stress-strain state of the surrounding soil mass, namely, the precipitations that arise on the surface of the earth. The work assumes both a numerical and an analytical solution with subsequent comparative analysis.

Keywords: tunnel, soil massif, geotechnics, slurry shield, sedimentation mold, shell and spatial finite elements, contact finite elements

ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящей работы является геотехнический прогноз влияния строительства перегонного тоннеля на изменение напряженно-деформированного состояния окружающего грунтового массива, а именно на возникающие при этом осадки на поверхности земли.

В процессе ведения работ тоннелепроходческим механизированным комплексом (щитовой проходкой), на участке тоннеля, который не закреплен или частично закреплен, происходит смещение

породы в сторону тоннеля. Таким образом, количество породы, которое вынимается из подземного пространства, всегда больше, чем теоретическое, посчитанное из проектного профиля тоннеля. Дополнительный объем породы, извлеченный из подземного пространства, носит название «потерянный объем» и определяется через параметр V , который является отношением между объемами извлеченной породы и самого тоннеля (определенному по внешнему диаметру тоннеля).

Потерянный объем является мерой нарушенности массива проходческими работами и вызывает развитие мульды оседания земной поверхности.

Для решения поставленной задачи необходимо составить такую расчетную модель тоннеля с окружающим его грунтовым массивом, которая позволяла бы учитывать объем дополнительного потерянного грунта, извлеченного из подземного пространства в процессе ведения работ тоннелепроходческим механизированным комплексом, с последующим анализом полученного напряженно-деформированного состояния системы и сравнением результатов с аналитическим методом определения осадок. Моделирование и расчеты произведены в современном конечно-элементном программном комплексе *MSC PATRAN – NASTRAN* в конструктивно нелинейной постановке задачи.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСАДКИ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ВЕДЕНИЯ РАБОТ ТОННЕЛЕПРОХОДЧЕСКИМ МЕХАНИЗИРОВАННЫМ КОМПЛЕКСОМ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ В ПЛОСКОЙ И ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ПОСТАНОВКАХ

В основу расчетного комплекса *MSC PATRAN – NASTRAN* положен метод конечных элементов, позволяющий выполнять математическое моделирование процессов, протекающих в грунте. Результаты расчетов напряженно-деформированного состояния представляются как в табличном, так и в графическом виде [1].

При решении задач методом конечных элементов массив считается сплошным. Условие сплошности удовлетворяется тем, что элементы в процессе деформирования

области не теряют контакта друг с другом. Деформирование элемента обусловлено приложением со стороны соседних элементов или внешних воздействий узловых сил, каждая из которых раскладывается на составляющие вдоль координатных осей. В итоге получается уравнение в матричной форме, связывающее известные внешние силы с неизвестными перемещениями узлов через матрицу жесткости элемента. После определения узловых перемещений в соответствии с известными соотношениями теории упругости находятся деформации и напряжения внутри элементов [2, 3, 4]. Проведены расчеты осадок земной поверхности в плоской и пространственной постановках задачи. В табл. 1 представлены основные физико-механические свойства грунтов.

Тоннель запроектирован в монолитном железобетоне из бетона В45 и арматуры А240, А400.

Геометрические характеристики кольца обделки перегонного тоннеля: наружный диаметр – 5800 мм; внутренний диаметр – 5300 мм; средняя длина кольца обделки вдоль тоннеля – 1400 мм; толщина блока – 250 мм; величина расстояния между грунтом и наружной поверхностью обделки составила – 50 мм.

Геометрические схемы плоской и пространственной расчетных моделей разработаны на основании исходных данных по конструктивным решениям проектируемого объекта и данных инженерно-геологических изысканий. В начале, для апробации предлагаемого метода, расчетные модели составлялись для одного тоннеля как в плоской, так и пространственной постановках.

В плоской постановке задачи (рис. 1) для расчета из рассматриваемого участка выделена полоса шириной 1,4 м, равная ширине кольца обделки строящегося тоннеля. Рассмотренная часть тоннеля

Таблица 1. Физико-механические характеристики грунтов.

№	Описание грунтов	Плотность, кг/м ³	Коэффициент Пуассона ν	Модуль деформации E, МПа	Удельное сцепление C, МПа	Угол внутр. трения φ , град.
1	Насыпной грунт	1920	0,3	13	0,015	13
2	Суглинки пылеватые	2080	0,37	22	0,033	21
3	Суглинки песчанистые	2160	0,35	27	0,045	23
4	Суглинки песчанистые	2120	0,35	27	0,046	24
5	Пески пылеватые	2000	0,31	30	0,006	33
6	Пески мелкие	2010	0,3	33	0,004	34

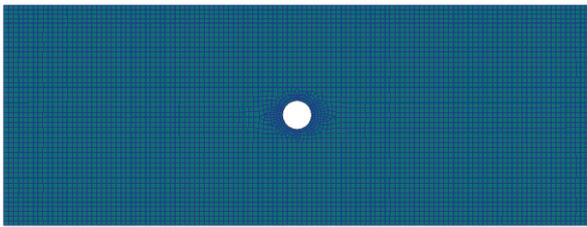


Рисунок 1. Плоская расчетная схема с одним тоннелем.

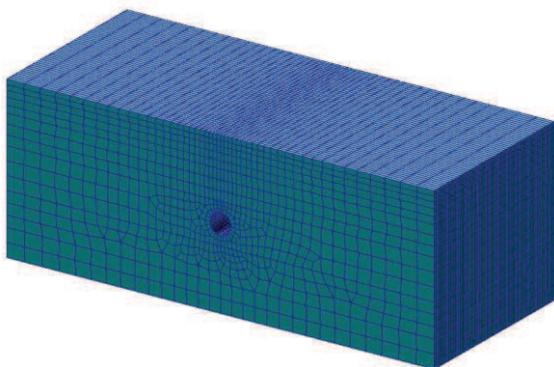


Рисунок 2. Пространственная расчетная схема с одним тоннелем.



Рисунок 3. Оболочка тоннеля в пространственной расчетной схеме.

смоделирована прямыми балочными конечными элементами с шестью степенями свободы в каждом узле. Области грунта аппроксимированы четырехузловыми плоскими конечными элементами также с шестью степенями свободы в каждом узле.

В пространственной постановке задачи (рис. 2) грунт смоделирован однородным трехмерным массивом. Оболочка аппроксимирована двумерными плоскими четырехузловыми элементами, основанными на гипотезе прямых нормалей, с шестью степенями свободы в каждом узле (рис. 3). Объемный массив, моделирующий грунт, представлен трехмерными конечными элементами в форме четырехузловых тетраэдров и восьмиузловых параллелепипедов [5]. Использование тетраэдров вызвано тем, что в месте расположения отверстия, подкрепленного оболочкой, геометрия массива является сложной.

Для моделирования контакта между внешней стенкой обделки тоннеля и окружающего грунта использовались контактные элементы, позволяющие задавать начальный зазор (в комплексе *NASTRAN* их называют *GAP* элементами), что позволило учесть изъятие дополнительного объема грунта, происходящего при продвижении тоннелепроходческого механизированного комплекса, благодаря созданию зазора между внешней стенкой обделки тоннеля и окружающим грунтом. Эти элементы имели ненулевые длины и стремящиеся к нулю жесткости при растяжении. Их жесткости при сжатии стремились к бесконечности. Величина начального зазора принята равной

Об одном численном способе определения осадки поверхности грунтового массива, вызванной сооружением оболочки обделки тоннеля

50 мм. Расчетная область закреплена от перемещений, нормальных к поверхностям массива, по торцам, с боков и снизу. Оболочка по торцам имеет аналогичные опорные закрепления, обеспечивающие геометрическую неизменяемость расчетной модели [6, 7, 8].

Расчеты произведены в конструктивно нелинейной постановке (контактные усилия определены методом последовательных приближений) и разбиты на два этапа. На первом этапе определено начальное напряженно-деформированное состояние грунта от его собственного веса (бытовое состояние); на втором этапе определено конечное напряженно-деформированное состояние грунта после возведения тоннеля с нагрузками от собственного веса грунта и веса тоннельной обделки. На рис. 4 и рис. 5 представлены поля вертикальных перемещений в грунтовом массиве в результате первого и второго этапа расчета для плоской и пространственной расчетной модели соответственно.

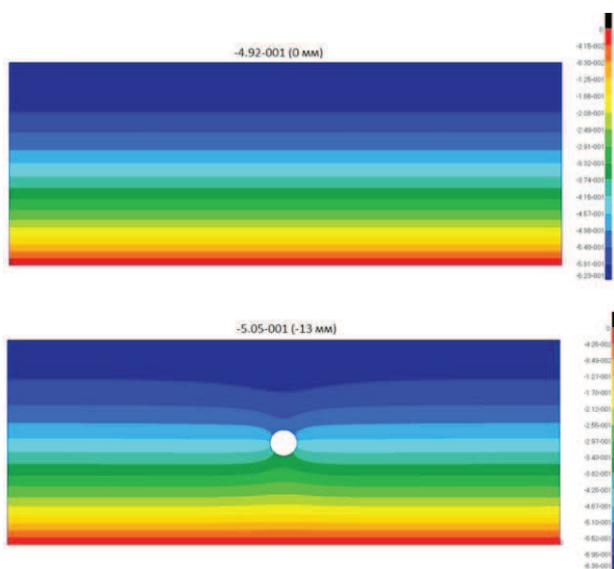


Рисунок 4. Поля вертикальных перемещений в грунтовом массиве в результате первого и второго этапов расчета соответственно для плоской расчетной модели.

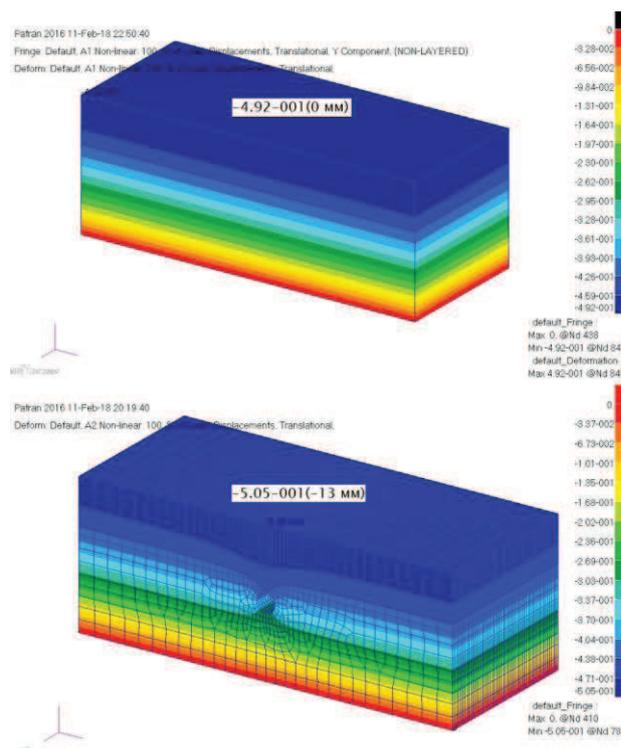


Рисунок 5. Поля вертикальных перемещений в грунтовом массиве в результате первого и второго этапов расчета соответственно для пространственной расчетной модели.

Максимальная осадка над осью тоннеля после проходки составила 13,0 мм как в плоской, так и в пространственной постановках задачи (получена как разность осадок конечного и бытового состояний). Усилия, возникающие в контактных *GAP* элементах показаны на рис. 6.

Следует отметить, что при отказе от использования контактных элементов типа *GAP*, которые позволяют учитывать изъятие дополнительного объема грунта (создают зазор), происходящего при продвижении тоннелепроходческого механизированного комплекса, расчетная модель ведет себя не вполне корректно и даёт несоответствующее действительности поле вертикальных перемещений грунтового массива [9, 10] (поверхность грунта поднимается, а не просаживается, что показано на рис. 7).

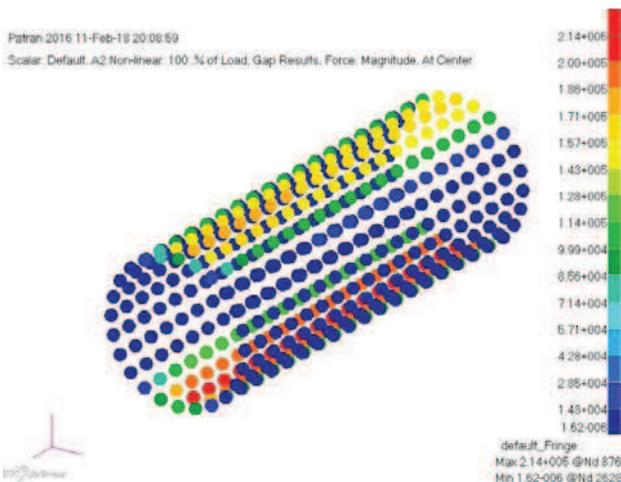


Рисунок 6. Внутренние усилия в контактных GAP элементах.

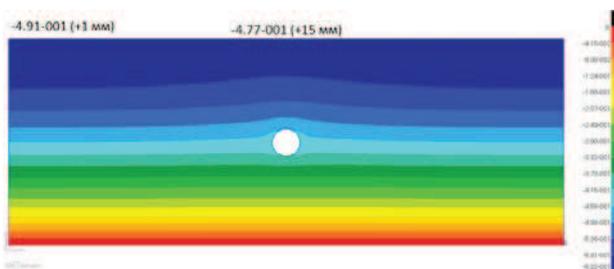


Рисунок 7. Поля вертикальных перемещений в грунтовом массиве без использования контактных GAP элементов. Подъем поверхности над тоннелем.

Для сравнительного анализа полученного результата произведен расчет осадки земной поверхности при продвижении тоннелепроходческого механизированного комплекса по аналитической методике.

2. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСАДОК ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗА СЧЕТ «ПОТЕРИ ОБЪЕМА» ГРУНТА

Обобщенный полуэмпирический метод определения осадки земной поверхности для случая строительства одиночного тоннеля в однородных породах был предложен Attewell и Woodman [11, 12]. Мульда оседания земной поверхности (рис. 8), образуемая в результате

строительства тоннеля, может быть описана зависимостью:

$$S = \frac{V_s}{\sqrt{2\pi}i_x} e^{-\frac{x^2}{2i_x^2}} \left[G\left(\frac{y-y_i}{i_x}\right) - G\left(\frac{y-xy_f}{i_x}\right) \right] \quad (1)$$

где S – величина осадки земной поверхности в точке (x, y) ; x – расстояние от рассматриваемой точки до продольной оси тоннеля; y – координата точки по продольной оси тоннеля; V_s – полезный объем мульды оседания земной поверхности; y_i – начальная позиция тоннеля; y_f – расположение лба забоя; i_x – ширина мульды оседания, $i_x = kZ$; k – безразмерная константа, характеризующая параметры породы; Z – расстояние от поверхности земли до продольной оси тоннеля; G – функция распределения:

$$G = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha} e^{-\frac{\alpha^2}{2}} d\alpha; \quad \alpha = \frac{y-y_i}{i} \quad (2)$$

Рассматривая характер мульды оседания земной поверхности (рис. 8), можно выделить интересное нас поперечное направление развития осадок над забоем тоннеля.

Реск R.B. [13, 14] показал, что мульду оседания земной поверхности в поперечном направлении можно описать функцией Гаусса, и такое описание получило широкое распространение при анализе вертикальных осадок в поперечном направлении:

$$S_v(x) = S_{v,max} e^{-\frac{x^2}{2i_x^2}} \quad (3)$$

где $S_{v,max}$ – величина осадки земной поверхности над продольной осью тоннеля; x – расстояние от центра тоннеля до рассматриваемой точки; i_x – параметр ширины мульды, представляющий собой стандартное отклонение функции Гаусса.

Об одном численном способе определения осадки поверхности грунтового массива, вызванной сооружением оболочки обделки тоннеля

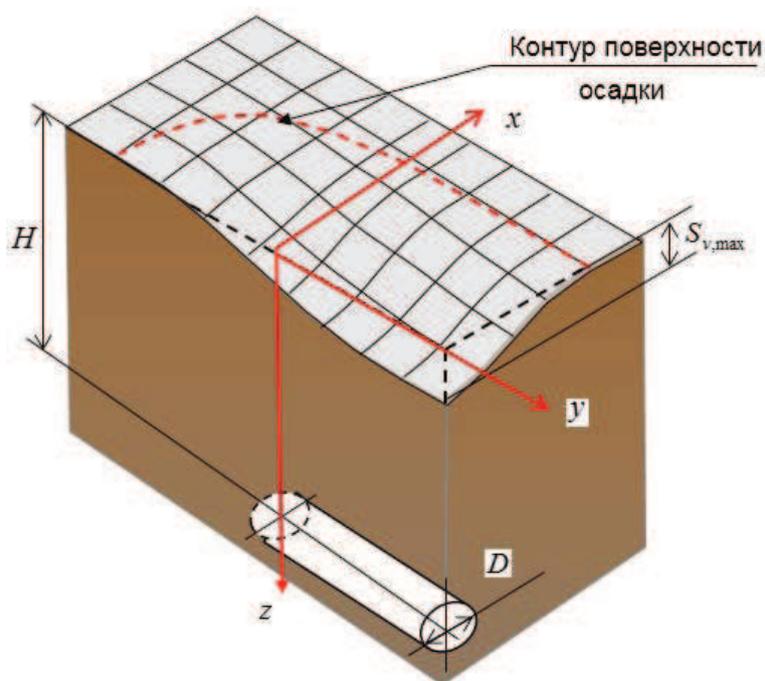


Рисунок 8. Форма мульды оседания земной поверхности, вызванная процессом продвижения тоннелепроходческого комплекса.

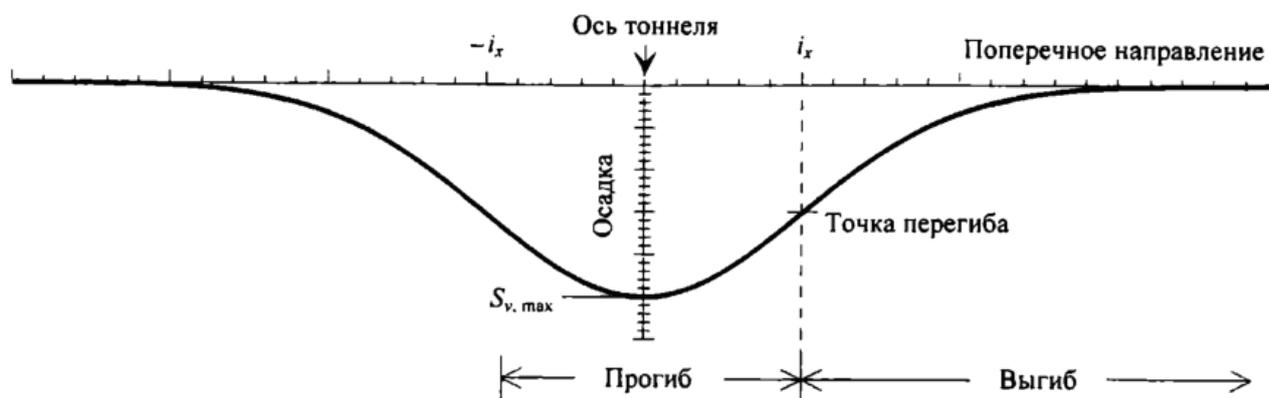


Рисунок 9. Осадка земной поверхности в поперечном направлении при проходке тоннелепроходческого комплекса.

Типовой характер мульды оседания земной поверхности в поперечном направлении показан на рис. 9. Максимальный наклон мульды оседания расположен в точке перегиба, которая располагается на расстоянии i_x от центральной продольной оси тоннеля. Точка перегиба отделяет зону выгиба от зоны прогиба [15,16].

Площадь области, ограниченной Гауссовой функцией, по определению равна единице.

Следовательно, площадь, определяемая кривой мульды осадки (3) представленной выше, определяется формулой:

$$V_s = \int_{-\infty}^{\infty} S_o dx \quad (4)$$

где V_s – объем мульды осадки на единицу длины тоннеля.

В грунтах с малой водопроницаемостью смещение частиц грунта к тоннельной обделке происходит без дренирования. Другими словами, зазор между тоннельной обделкой и границей разработанной полости полностью заполняется грунтом. Поэтому объем поверхностной мульды осадки равен объему грунта, удаленному сверх объема, занимаемого тоннелем. Обычно он определяется как отношение этого дополнительного (потерянного) объема к объему тоннеля (на единицу его длины):

$$V_{sp} = V_L \cdot \frac{\pi D^2}{4} \quad (5)$$

где V_L – потеря объема; D – внешний диаметр тоннеля.

На практике выражение (5) применяется в процентах.

Учитывая зависимости (4) и (5), выражение (3) можно преобразовать к виду:

$$S_v(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{V_L D^2}{4i_x} e^{-\frac{x^2}{2i_x^2}} \quad (6)$$

Для данного диаметра тоннеля D форма и величина поперечной кривой осадки зависит только от потери объема грунта V_L и ширины мульды i_x . Эти два критических параметра будут обсуждены более подробно далее.

«Потеря объема» грунта V_L равна разности выбранного грунта и теоретического объема тоннеля, приходящейся на единицу длины тоннеля.

При строительстве тоннелей щитовым способом на деформации поверхности грунта влияют следующие факторы: перебор и выпуски породы в забое; передвижение щитов даже с небольшим углом атаки; увеличенный строительный зазор между обделкой и грунтовым массивом; податливость обделки; деформации щитов и их вибрации.

Примечание: перебор – выработка большего объема породы по сравнению с объемом тоннеля; выпуски – превышенное количество тампонажного раствора или породы за тоннельную обделку.

Все эти факторы определяют величину «потери объема» грунта, от которой в большей мере зависят осадки дневной поверхности.

Современная технология проходки позволяет ограничить перемещения грунта до такой степени, чтобы ущерб от него подземным сооружениям и сооружениям на поверхности был минимальным. Тем не менее, полностью избежать воздействия щитовой проходки на окружающую среду не представляется возможным.

Для оценки ширины впадины поверхности грунта удобно использовать параметр мульды осадки i_x . В поперечном сечении кривой осадки это расстояние от точки перегиба (то есть точки максимального наклона) до оси тоннеля. O'Reilly и New [17, 18] выполнили большое количество замеров по этим кривым при проходке тоннелей в глинистых породах. В результате обработки экспериментальных данных ими была получена следующая линейная зависимость параметра ширины мульды i_x от глубины заложения тоннеля z_0 :

$$i_x = 0,43z_0 + 1,1 \quad (7)$$

На основании анализа экспериментальных данных авторы работы [17, 18] сделали вывод о том, что для глинистых грунтов во многих случаях значение коэффициента K , определяющего точку перегиба, можно определять по формуле $K=0,5$. В то же время они указали, что эта величина может меняться в диапазоне 0,4 – 0,7 для жесткой и мягкой глины соответственно. Как видно из рис. 10 простая линейная функция достаточно хорошо описывает зависимость, полученную экспериментальным путем в полевых условиях.

Об одном численном способе определения осадки поверхности грунтового массива, вызванной сооружением оболочки обделки тоннеля

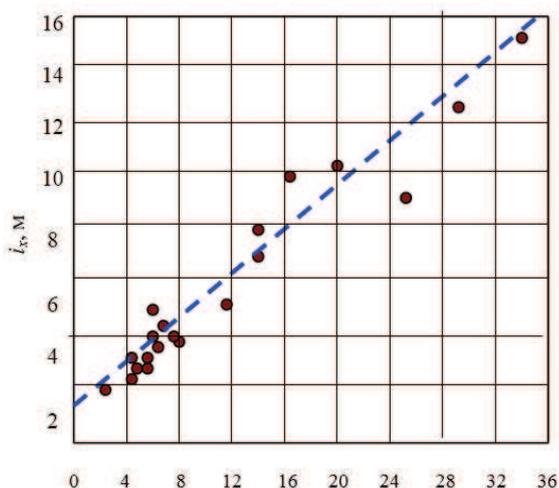


Рисунок 10. Зависимость расстояний от точек перегиба i_x поверхности осадки до оси тоннеля от глубины тоннеля z_0 .

Тем не менее, для удобства использования с достаточной для инженерных расчетов

точностью авторы [17, 18] упростили уравнение (7), приведя его к виду:

$$i_x = Kz_0 \quad (8)$$

Позднее Rankin [19] на основании большого количества данных, полученных в полевых условиях, подтвердил величину $K=0,5$. Таким образом получается простая зависимость:

$$i_x = 0,5z_0 \quad (9)$$

Кроме полевых замеров Kimura и Mair [20] были выполнены испытания на центрифуге. Результаты испытаний показали, что величина $K=0,5$ не зависит от жесткости тоннельной конструкции. Авторы [20] пришли к выводу, что значение K не зависит от способа проходки тоннеля.

Для сравнительного анализа полученного результата методом конечных элементов

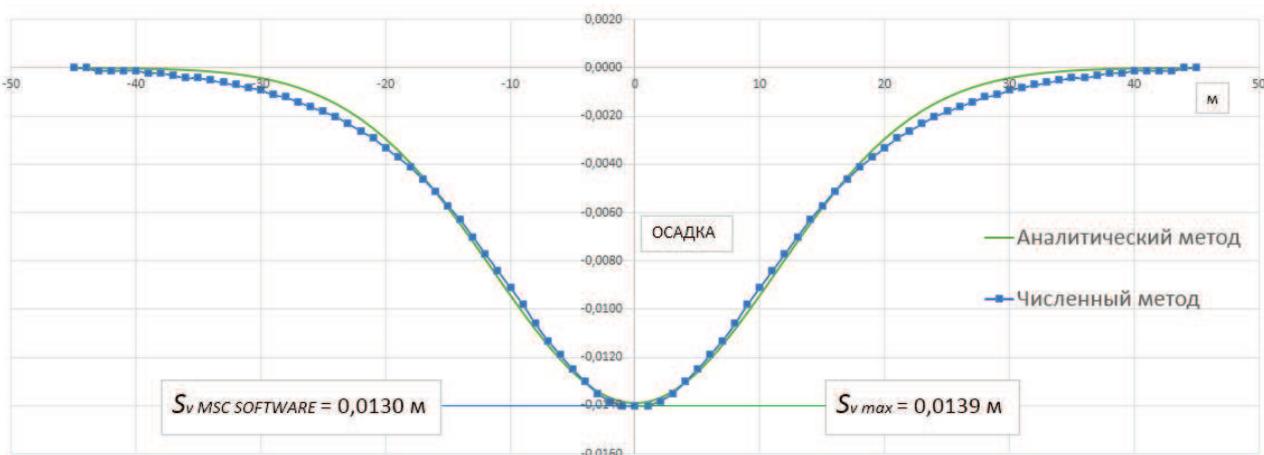


Рисунок 11. Кривые мульды осадок, полученные аналитическим и численным методами.

был произведен расчет осадки земной поверхности при проходке тоннелепроходческого механизированного комплекса по аналитической методике изложенной выше.

Диаметр оси оболочки тоннельной обделки: $D = 5,8 \text{ м} = 5800 \text{ мм}$;
Глубина заложения оси тоннеля $z_0 = 22,7 \text{ м} = 22700 \text{ мм}$;
Параметр $i_x = 11350 \text{ мм}$;

Объем мульды осадки на единицу длины тоннеля:

$$V_s = \int_{-\infty}^{\infty} S_v dx = \sqrt{2\pi} i_x S_{v,\max} = 28443 \cdot S_{v,\max} \quad (10)$$

Объем «потерянного грунта» на единицу длины тоннеля принимается в размере 0,015 (1,5%) объема тоннеля $V_L=0,015$.

Объем «потерянного грунта» на единицу длины тоннеля:

$$V_{sp} = V_L \cdot \frac{\pi D^2}{4} = 396111 (\text{мм}^2) \quad (11)$$

Приравнивая объем мульды осадки объему «потерянного грунта»:

$$28443 \cdot S_{v,\max} = 396111 \quad (12)$$

получим максимальный размер осадки поверхности:

$$S_{v,\max} = \frac{396111}{28443} = 13,9 (\text{мм}) \quad (13)$$

В результате аналитического расчета максимальная осадка поверхности земли над осью тоннеля составила:

$$S_{v,\max} = 13,9 (\text{мм}) \quad (14)$$

Кривые мульды осадок, полученные аналитическим и численным методами, показаны на рис. 11. Расхождение составляет 6,4% от значения осадки, полученной в *MSC PATRAN – NASTRAN*. Это говорит о хорошей сходимости результатов численного и аналитического расчетов и о корректной работе построенной конечноэлементной модели.

3. ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕДЛОЖЕННОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСАДКИ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ СТРОИТЕЛЬСТВЕ КАЛИНИНСКО-СОЛНЦЕВСКОЙ ЛИНИИ МЕТРОПОЛИТЕНА

Предложенный метод нашел применение при определении осадок земной поверхности, расположенной в пределах зоны влияния строительства перегонных

тоннелей Калининско-Солнцевской линии Московского метрополитена.

Геометрические схемы плоской и пространственной расчетных моделей для решения поставленной задачи разработаны на основании исходных данных по конструктивным решениям проектируемого объекта и данных инженерно-геологических изысканий, приведенных в табл. 1.

Плоская и пространственная расчетные модели показаны на рис. 12 и рис.13 соответственно.

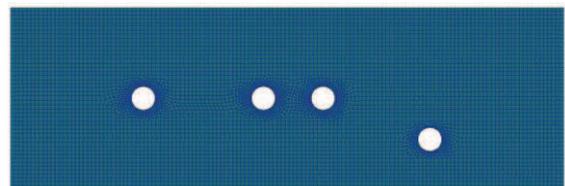


Рисунок 12. Плоская расчетная схема с четырьмя проектируемыми тоннелями линии метрополитена.

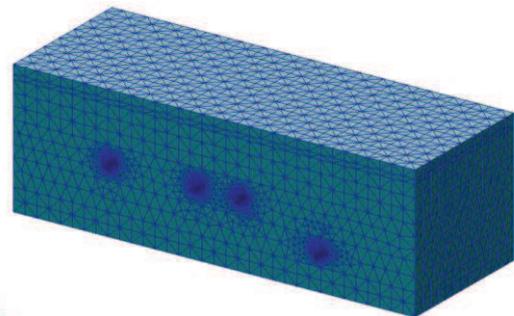


Рисунок 13. Пространственная расчетная схема с четырьмя проектируемыми тоннелями линии метрополитена.

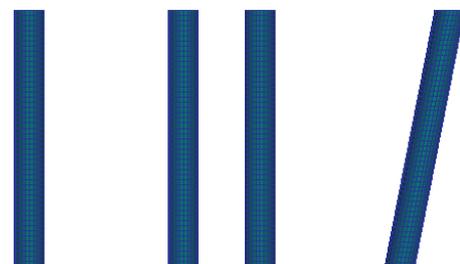


Рисунок 14. Расположение четырех проектируемых тоннелей линии метрополитена. Вид сверху.

Об одном численном способе определения осадки поверхности грунтового массива, вызванной сооружением оболочки обделки туннеля

Один из четырех проектируемых тоннелей линии метрополитена расположен под углом относительно других тоннелей в горизонтальной плоскости (рис. 14). Эту особенность позволила учесть пространственная расчетная модель.

Расчеты произведены в конструктивно нелинейной постановке (контактные усилия определены методом последовательных приближений) и разбиты на два этапа. На первом этапе определено начальное напряженно-деформированное состояние грунта от его собственного веса (бытовое состояние); на втором этапе определено конечное напряженно-деформированное состояние грунта после возведения туннеля с нагрузками от собственного веса грунта и веса тоннельной обделки. На рис. 15 и рис. 16 представлены поля вертикальных перемещений в грунтовом массиве в результате второго этапа расчета для плоской и пространственной расчетной модели соответственно.

Максимальная осадка над осью туннеля после проходки составила 23,0 мм как в плоской, так и в пространственной постановках задачи.

4. ВЫВОДЫ

Разработан приближенный численный способ учета пропуска грунта в разрабатываемую область туннеля. Для одного туннеля численные результаты сопоставлены с результатами, полученными известным аналитическим методом. Расхождение максимальной осадки (над осью туннеля) составило 6,4% от значения осадки, полученной в комплексе *MSC PATRAN – NASTRAN*. Это говорит о хорошей сходимости результатов численного и аналитического расчетов и о корректной работе построенной конечноэлементной модели.

Работоспособность предложенного метода проверена на примере расчета четырех перегонных тоннелей линии московского метрополитена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 1990 – 400 с.

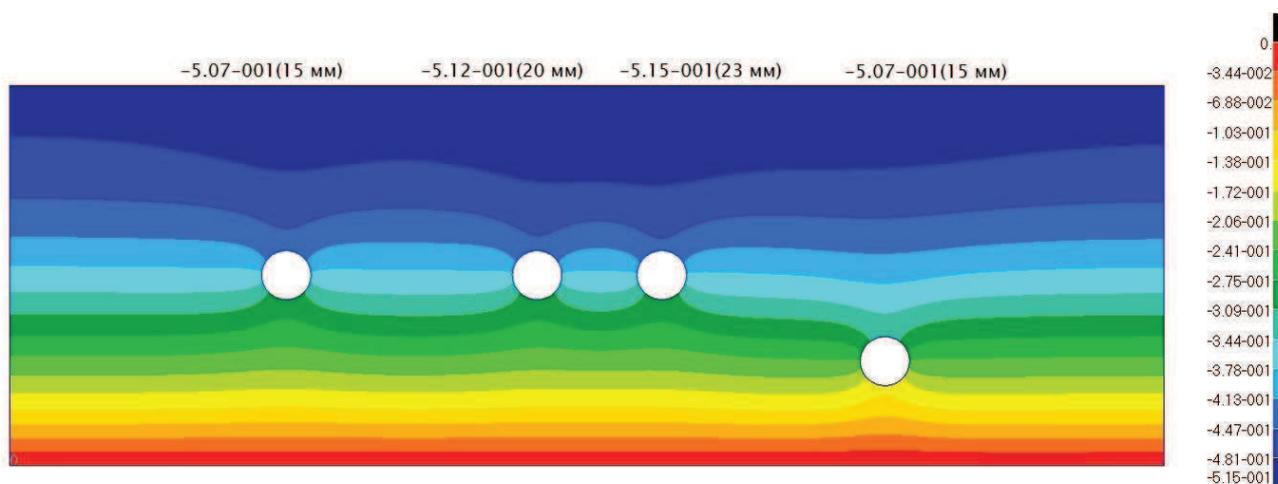


Рисунок 15. Поля вертикальных перемещений в грунтовом массиве в результате второго этапа расчета плоской расчетной модели.

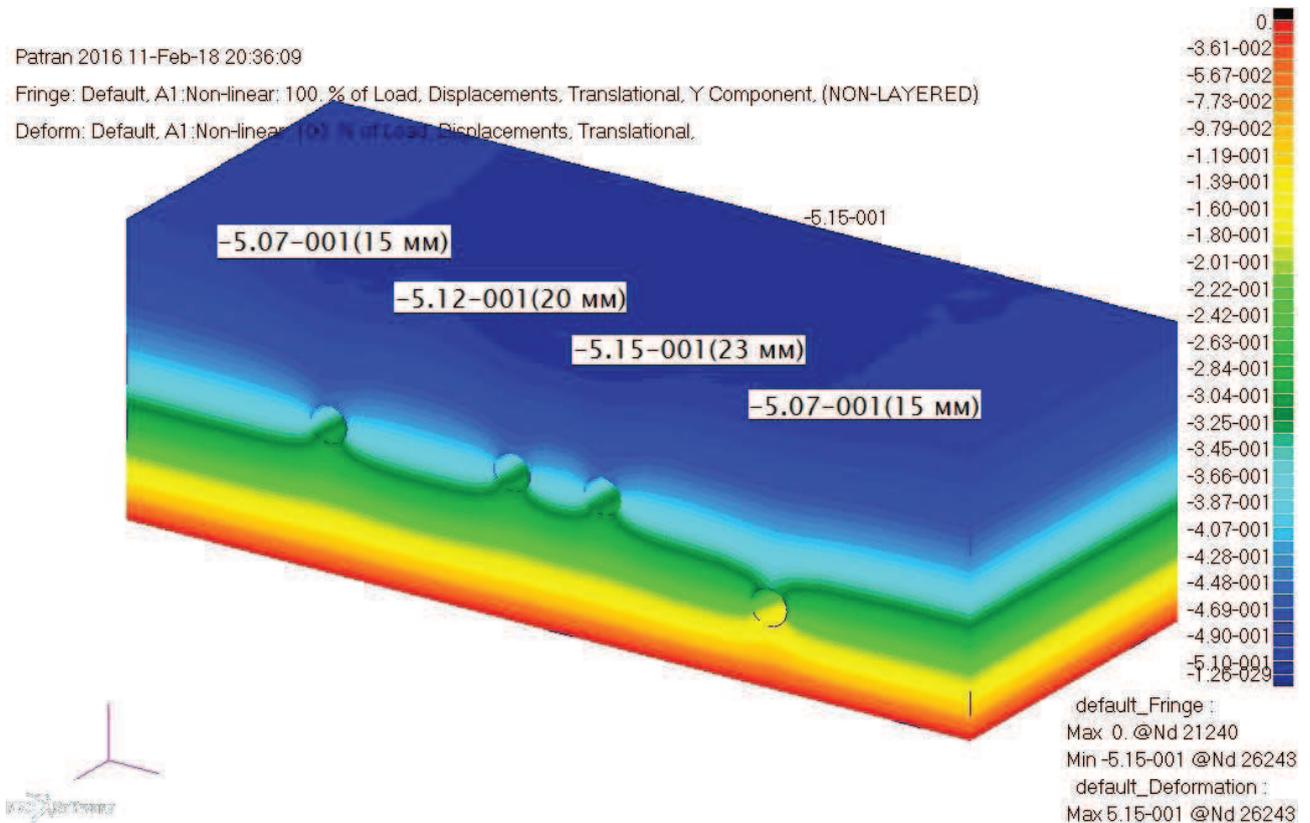


Рисунок 16. Поля вертикальных перемещений в грунтовом массиве в результате второго этапа расчета пространственной расчетной модели.

2. **Габбасов Р.Ф.** К расчету гибких труб на совместное действие внешней нагрузки и внутреннего давления с учетом отпора грунта. // Гидротехническое строительство, 1970, №10, с. 17-19.
3. **Клейн Г.К.** Расчет подземных трубопроводов. – М.: Издательство литературы по строительству, 1969. – 240 с.
4. **Косицын С.Б., Долотказин Д.Б.** Расчет стержневых систем, взаимодействующих с упругим основанием, методом конечных элементов с использованием программного комплекса MSC/NASTRAN FOR WINDOWS. – М.: МИИТ, 2004 – 116 с.
5. **Косицын С.Б., Чан Суан Линь.** Численный анализ напряженно-деформированного состояния ортогонально пересекающихся цилиндрических оболочек без учета и с учетом их одностороннего взаимодействия с окружающим массивом грунта. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering (Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций), 2014, Volume 10, Issue 1, с. 72-78.
6. **Леонтьев Н.Н.** Практический метод расчета тонкостенной цилиндрической трубы на упругом основании. // Тр. Московского инженерно-строительного института, Изд. 27. – М.: 1957, с. 47-69.

7. **Прево Р.** Расчет на прочность трубопроводов заложенных в грунт. – М.: Стройиздат, 1964. – 123 с.
8. **Шагивалеев, К.Ф.** Расчет замкнутой цилиндрической оболочки, заполненной сыпучим материалом, на радиальную нагрузку. // Известия вузов. Строительство, 2003, №2, с. 20-23.
9. **Шапошников, Н.Н.** Расчет круговых тоннельных обделок на упругом основании, характеризуемом двумя коэффициентами постели. // Научн. тр. Московского института инженеров железнодорожного транспорта, 1961, Вып. 131, с. 296-305.
10. **Attewell P.B.** Ground Movements Caused by Tunnelling in Soil. // Large ground movements and structures. London, Pentech Press, 1978, pp. 120-140.
11. **Attewell P.B., Woodman J.P.** Predicting the Dynamics of Ground Settlement and its Derivatives Caused by Tunneling in Soil. // Ground Engineering, 1982, pp. 75-83.
12. **Attewell P.B., Yeates J., Selby A.R.** Soil Movements Induced by Tunneling and Their Effects on Pipelines and Structures. Glasgo, Blackie, 1986, 180 pages.
13. **Attewell P.B., Selby A.R.** Tunnelling in Compressible Soils: Large Ground Movements and Structural Implications. // Tunnelling and Underground Space Technology, 1989, No. 4, pp. 41-54.
14. **Broms B.B., Bennermark H.** Stability of Clay in Vertical Openings. // Journal of Soil Mechanics and Foundations. ASCE, 1967, – 193 pages.
15. **Davis E.H., Gunn M.J., Mair R.J., Seneviratne H.N.** The Stability of Shallow Tunnels and Underground Openings in Cohesive Material. Geotechnique, 1980, 370 pages.
16. **Lake L.M., Rankin W.J., Hawley J.** Prediction and Effects of Ground [Movements Caused by Tunnelling in Soft Ground Beneath Urban Areas. CIRIA Funders Report, 1992, pp. 80-91.
17. **Mair R.J., Gunn M.J., O'Reilly M.P.** Ground Movements Around Shallow Tunnels in Soft Clay. // Proc. 10-th ICSMFE, Vol. 1. Rotterdam, Balkema, 1981, 245 pages.
18. **O'Reilly M.P., New B.** Settlement Above Tunnels in the United Kingdom – Their Magnitude and Prediction. // Proc. Int. Symposium Tunnelling-82. London, Institution of Mining and Metallurgy, 1982, 278 pages.
19. **Peck R.B.** Deep Excavations and Tunnelling in Soft Ground. // Proc. 7-th ICSMFE. Mexico, 1969, pp. 146-151.
20. **Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.** The Finite Element Method. 5th edition. Volume 2: Solid mechanics. Butterworth-Heinemann, 2000, 479 pages.

REFERENCES

1. **Alexandrov A.V., Potapov V.D.** Osnovy Teorii Uprugosti i Plastichnosti [Foundations of the Theory of Elasticity and Plasticity]. Moscow, Vysshaya shkola, 2000, 400 pages.
2. **Gabbasov R.F.** K Raschetu Gibkikh Trub na Sovmestnoye Deystviye Vneshney Nagruzki i Vnutrennego Davleniya s Uchetom Otpora Grunta [To Calculation of the Flexible Pipes on Joint Action of the External Load and Internal Pressure Given the Resistance of the Soil]. // Hydraulic Engineering Construction, 1970, No. 10, pp. 17-19.
3. **Kleyn G.K.** Raschet Podzemnykh Truboprovodov [Calculation of Underground Pipelines]. Moscow, Publisher of House of Literature on Construction, 1969, 240 pages.
4. **Kositsyn S.B., Dolotkazin D.B.** Raschet Sterzhnykh Sistem, Vzaimodeystviyushchikh s Uprugim Osnovaniyem, Metodom Konechnykh Elementov s Ispolzovaniyem Programmogo Kompleksa MSC/NASTRAN FOR WINDOWS [Calculation

- of beam systems interacting with an elastic foundation by finite element method using the software complex MSC/NASTRAN FOR WINDOWS]. Moscow, MIIT, 2004, 116 pages.
5. **Kositsyn S.B., Tran Xuan Linh.** Chislennyy Analiz Napryazhenno-Deformirovannogo Sostoyaniya Ortogonalno Peresekayushchikhsya Tsilindricheskikh Obolochek bez Ucheta i s Uchetom ikh Odnostoronnogo Vzaimodeystviya s Okruzhayushchim Massivom Grunta [Numerical Analysis of Stress – Strain State of Orthogonal Intersecting Cylindrical Shells With and Without Taking into Account their Unilateral Interaction With the Surrounding Soil. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering.* – 2014, Volume 10, Issue 1, pp. 72-78.
 6. **Leontiev N.N.** Prakticheskiy Metod Rascheta Tonkostennoy Tsilindricheskoy Truby na Uprugom Osnovanii [A Practical Method of Calculation of Thin-Walled Cylindrical Pipe on an Elastic Foundation. // *Proc. of Moscow construction engineering university*, 1957, Issue 27, pp. 47-69.
 7. **Prevo R.** Raschet na Prochnost Truboprovodov Zalozhennykh v Grunt [Strength calculation of pipelines laid in the ground]. Moscow, Stroyizdat, 1964, 123 pages.
 8. **Shagivaleev K.F.** Raschet Zamknutoy Tsilindricheskoy Obolochki, Zapolnennoy Sypuchim Materialom, na Radialnyuyu Nagruzku [The calculate a closed cylindrical shell filled with loose material on radial load]. // *Proc. of universities. Construction*, 2003, No. 2, pp. 20-23.
 9. **Shaposhnikov N.N.** Raschet Krugovykh Tonnelykh Obdelok na Uprugom Osnovanii, Kharakterizuyemom Dvumya Koeffitsiyentami Posteli [Calculation of Circular Tunnel Linings in Elastic Foundation Characterized by the Two Coefficients of Elastic Foundation]. // *Scientific Proc. of Moscow state university of railway engineering*, 1961, Issue 131, pp. 296-305.
 10. **Attewell P.B.** Ground Movements Caused by Tunnelling in Soil. // *Large ground movements and structures.* London, Pentech Press, 1978, pp. 120-140.
 11. **Attewell P.B., Woodman J.P.** Predicting the Dynamics of Ground Settlement and its Derivatives Caused by Tunneling in Soil. // *Ground Engineering*, 1982, pp. 75-83.
 12. **Attewell P.B., Yeates J., Selby A.R.** Soil Movements Induced by Tunneling and Their Effects on Pipelines and Structures. Glasgow, Blackie, 1986, 180 pages.
 13. **Attewell P.B., Selby A.R.** Tunnelling in Compressible Soils: Large Ground Movements and Structural Implications. // *Tunnelling and Underground Space Technology*, 1989, No. 4, pp. 41-54.
 14. **Broms B.B., Bennermark H.** Stability of Clay in Vertical Openings. // *Journal of Soil Mechanics and Foundations.* ASCE, 1967, – 193 pages.
 15. **Davis E.H., Gunn M.J., Mair R.J., Seneviratne H.N.** The Stability of Shallow Tunnels and Underground Openings in Cohesive Material. *Geotechnique*, 1980, 370 pages.
 16. **Lake L.M., Rankin W.J., Hawley J.** Prediction and Effects of Ground [Movements Caused by Tunnelling in Soft Ground Beneath Urban Areas. CIRIA Funders Report, 1992, pp. 80-91.
 17. **Mair R.J., Gunn M.J., O'Reilly M.P.** Ground Movements Around Shallow Tunnels in Soft Clay. // *Proc. 10-th ICSMFE*, Vol. 1. Rotterdam, Balkema, 1981, 245 pages.
 18. **O'Reilly M.P., New B.** Settlement Above Tunnels in the United Kingdom – Their Magnitude and Prediction. // *Proc. Int. Symposium Tunnelling-82.* London, Institution of Mining and Metallurgy, 1982, 278 pages.

19. **Peck R.B.** Deep Excavations and Tunnelling in Soft Ground. // Proc. 7-th ICSMFE. Mexico, 1969, pp. 146-151.
20. **Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.** The Finite Element Method. 5th edition. Volume 2: Solid mechanics. Butterworth-Heinemann, 2000, 479 pages.

Косицын Сергей Борисович, советник РААСН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая механика» Российского университета транспорта (МИИТ); 127994, г. Москва, ул. Образцова, 9, стр. 9; тел./факс +7(499) 978-16-73; E-mail: kositsyn-s@yandex.ru, kositsyn-s@mail.ru.

Акулич Владимир Юрьевич, аспирант кафедры «Теоретическая механика» Российского университета транспорта (МИИТ); 127994, г. Москва, ул. Образцова, 9, стр. 9; тел./факс +7(499) 978-16-73; E-mail: 79859670635@yandex.ru.

Sergey B. Kosytsyn, Advisor of RAASN, Dr. Sc., Professor, Head of Department of Theoretical Mechanics, Russian University of Transport (MIIT); 127994, Russia, Moscow, Obrazcova Street, 9b9; phone/fax: +7(499) 978-16-73; E-mail: kositsyn-s@yandex.ru, kositsyn-s@mail.ru.

Vladimir Y. Akulich, PhD student of Department of Theoretical Mechanics, Russian University of Transport (MIIT); 127994, Russia, Moscow, Obrazcova Street, 9b9; phone/fax: +7(499) 978-16-73; E-mail: 79859670635@yandex.ru.