

International Journal for
Computational Civil and Structural Engineering
Volume 11, Issue 3 *2015*

EXECUTIVE EDITOR

Vladimir I. Travush, Professor,
Vice-President of Russian Academy
of Architecture and Construction Sciences
24, Ulitsa Bolshaya Dmitrovka, 107031, Moscow, Russia

EDITOR-IN-CHIEF

Vladimir N. Sidorov, Professor
Department of Advanced Mathematics
and Structural Mechanics
Moscow Institute of Architecture (State Academy)
11/4, Building 4, Ulitsa Rozhdestvenka, Moscow,
107031, Russia

EDITORIAL DIRECTOR

Valery I. Telichenko, Professor,
The First Vice-President of Russian Academy
of Architecture and Construction Sciences
24, Ulitsa Bolshaya Dmitrovka, 107031, Moscow, Russia

MANAGING EDITOR

Nadezhda S. Nikitina, Professor
Director of ASV Publishing House
26, Yaroslavskoe Shosse, 129337 Moscow, Russia

TECHNICAL EDITOR

Taymuraz B. Kaytukov, Associate Professor
Research & Educational Center
of Computational Simulation
Moscow State University of Civil Engineering
26, Yaroslavskoe Shosse, 129337 Moscow, Russia

ASSOCIATE EDITORS

Pavel A. Akimov, Professor
Executive Scientific Secretary of Russian Academy
of Architecture and Construction Sciences;
Head of Department of Applied Mathematics
and Computer Science
Moscow State University of Civil Engineering
26, Yaroslavskoe Shosse, 129337 Moscow, Russia

Alexander M. Belostotsky, Professor
Scientific Research Center "STADYO"
8th Floor, 18, ul. Tretya Yamskogo Polya,
125040, Moscow, Russia

Vladimir Belsky, Ph.D.
Abaqus Inc.,
Pawtucket, RI 02860,
1080 Main Street, USA

Mikhail Belyi, Professor
Abaqus Inc.,
Pawtucket, RI 02860,
1080 Main Street, USA

Vitaly Bulgakov, Professor
Parametric Technology Corp.,
57 Metropolitan Av.,
Ashland, MA, USA

Gregory P. Panasenکو, Professor
Equipe d'Analyse Numerique
NMR CNRS 5585
University Gean Mehnet
23 rue. P.Michelon 42023, St.Etienne, France

Boris E. Pobedria, Professor
Department of Mechanics and Mathematics
Lomonosov Moscow State University
MGU. Mech-Math. Vorobjovy Gory
119899 Moscow, Russia

Leonid A. Rozin, Professor
Department of Structural Mechanics
Saint Petersburg State Polytechnical University
29, Ul. Politechnicheskaya,
195251 St. Petersburg, Russia

ADVISORY EDITORIAL BOARD & REVIEWERS

Robert M. Aloyan, Professor
Ivanovo State Polytechnical
University, 20, Ulitsa 8 Marta,
Ivanovo, 153037, Russia

Vladimir I. Andreev, Professor
National Research Moscow State
University of Civil Engineering,
Yaroslavskoe shosse 26, Moscow,
129337, Russia

Mukhtaritdin M. Batdalov, Professor
Makhachkala Branch of Moscow
Automobile and Road State
Technical University (MADI),
1. Imam Shamil Avenue,
Makhachkala, Russia

Klaus-Jürgen Bathe, Professor
Massachusetts Institute
of Technology
Cambridge, MA 02139, USA

Alexander T. Bekker, Professor
Far Eastern Federal University,
8 Suhanova Street, Vladivostok,
690950, Russia

Jan Buynak, Professor
University of Žilina,
1, Univerzitná, Žilina, 010 26,
Slovakia

Evgeniy M. Chernishov, Professor
Voronezh State University of
Architecture and Civil Engineering,
84, 20 Let Oktyabrya st., Voronezh,
394006, Russia

Victor S. Fedorov, Professor
Moscow State University of Railway
Engineering, 9, Obraztsova Street,
Moscow, 127994, Russia

Sergiy Yu. Fialko, Professor,
Cracow University of Technology
24, Warszawska Street, Kraków,
31-155, Poland

Alexander S. Gorodetsky, Professor
LIRA SAPR Ltd.,
Office 212, 7a Kiyanovsky side street
(pereulok), Kiev, 04053, Ukraine

Vyatcheslav A. Ilyichev, Professor
Russian Academy of Architecture
and Construction Sciences,
24, Ulitsa Bolshaya Dmitrovka,
Moscow, 107031, Russia

Marek Iwański, Professor,
Kielce University of Technology,
7, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego
Kielce, 25 – 314, Poland

Sergey Yu. Kalashnikov, Professor
Volgograd State University of
Architecture and Civil Engineering,
1, Akademicheskaya Street,
Volgograd, 400074, Russia

Nikolay I. Karpenko, Professor
Research Institute of Building
Physics, 21, Locomotive Travel,
Moscow, 127238, Russia

Vladimir V. Karpov, Professor
Saint Petersburg State University of
Architecture and Civil Engineering,
4, 2-nd Krasnoarmeiskaya Street,
Saint Petersburg, 190005, Russia

Galina G. Kashevarova, Professor
Perm National Research Polytechnic
University, 29 Komsomolsky pros.,
Perm, Perm Krai, 614990, Russia

Vitaly I. Kolchunov, Professor
Southwest State University, 94, 50 let
Oktyabrya, Kursk, 305040, Russia

Markus König, Professor
Ruhr-Universität Bochum
150, Universitätsstraße, Bochum,
44801, Germany

Sergey B. Kositsin, Professor
Moscow State University of Railway
Engineering, 9, Obraztsova Street,
Moscow, 127994, Russia

Amirlan A. Kusainov, Professor
Kazakh Leading Academy of
Architecture and Civil Engineering
29, Toraigyrov str., Almaty, Almaty,
050043, Republic of Kazakhstan

Sergey V. Kuznetsov, Professor
Institute for Problems in Mechanics
of the Russian Academy of Sciences,
101-1, Prosp. Vernadskogo, Moscow,
119526, Russia

Vladimir V. Lalin, Professor
Saint Petersburg State Polytechnical
University, 29, Ul. Politechnicheskaya,
St. Petersburg, 195251, Russia

Leonid S. Lyakhovich, Professor
Tomsk State University
of Architecture and Building
2, Solyanaya sq., Tomsk, 634003,
Russia

Ilizar T. Mirsayapov, Professor
Kazan State University
of Architecture and Engineering,
1, Zelenaya Street, Kazan, 420043,
Republic of Tatarstan, Russia

Vladimir L. Mondrus, Professor
National Research Moscow State
University of Civil Engineering,
Yaroslavskoe shosse 26, Moscow,
129337, Russia

Nikolai P. Osmolovskii, Professor
Kazimierz Pulaski University
of Technology and Humanities
in Radom, 29, ul. Malczewskiego,
26-600, Radom, Poland

Alexey N. Petrov, Professor
Petrozavodsk State University,
33, Lenina Prospect, Petrozavodsk,
185910, Republic of Karelia, Russia

Vladilen V. Petrov, Professor
Yuri Gagarin State Technical
University of Saratov
77 Politechnicheskaya Street,
Saratov, 410054, Russia

Jerzy Z. Piotrowski, Professor
Kielce University of Technology,
al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7,
Kielce, 25 – 314, Poland

Chengzhi Qi, Professor
Beijing University of Civil
Engineering and Architecture
1, Zhanlanlu, Xicheng District,
Beijing, China

Nikolaj N. Shaposhnikov, Professor
Moscow State University of Railway
Engineering, 9, Obraztsova Street,
Moscow, 127994, Russia

Eun Chul Shin, Professor
Incheon National University,
(Songdo-dong)119 Academy-ro,
Yeonsu-gu, Incheon, Korea

D.V. Singh, Professor
Vice-Chairman all India Council
for Technical Education,
New Delhi, India

Wacław Szczeciński, Professor
15, Al. Armii Ludowej,
Politechnika Warszawska
Warsaw, Poland

Tadatsugu Tanaka, Professor
7-3-1 Hongo, Bunkyo, Tokyo,
113-8654, Japan
Tokyo University, Japan

Zbigniew Wojcicki, Professor
Wrocław University of Technology
11 Grunwaldzki Sq., 50-377,
Wrocław, Poland

Askar Zhussupbekov, Professor
Eurasian National University,
5, Munaitpassov street, Astana,
010000, Kazakhstan

INVITED REVIEWERS

Akimbek A. Abdikalikov, Professor, Dr.Sc.,
Kyrgyz State University of Construction, Transport and Architecture n.a. N. Isanov
34 Malydybayeva Str., Bishkek, 720020, Biskek, Kyrgyzstan

Vadim K. Akhmetov, Professor, Dr.Sc.
National Research Moscow State University of Civil Engineering
26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia

Ján Čelko, Professor, PhD, Ing.
University of Žilina
Univerzitná 1, 010 26, Žilina, Slovakia

Stanislaw Jemioło, Professor, Dr.Sc.,
Warsaw University of Technology
1, Pl. Politechniki, 00-661, Warsaw, Poland

Konstantin I. Khenokh, Ing.
General Dynamics C4 Systems,
8201 E. McDowell Rd. MD H2606, Scottsdale, AZ 85257, USA

Christian Koch, Dr.-Ing.
Ruhr-Universität Bochum
Lehrstuhl für Informatik im Bauwesen, Gebäude IA, 44780, Bochum, Germany

Gaik A. Manuylov, Professor, PhD
Moscow State University of Railway Engineering,
9, Obraztsova Street, Moscow, 127994, Russia

Alexander S. Noskov, Professor, Dr.Sc.
Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin
19 Mira Street, Ekaterinburg, 620002, Russia

Nelli N. Rogacheva, Professor, Dr.Sc.
National Research Moscow State University of Civil Engineering
26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia

Grzegorz Świt, Professor, Dr.hab. Inż.,
Kielce University of Technology,
7, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego, Kielce, 25 – 314, Poland

Josef Vičan, Professor, PhD, Ing.
University of Žilina
Univerzitná 1, 010 26, Žilina, Slovakia

Artur Zbiciak, Associate Professor
Warsaw University of Technology
1, Pl. Politechniki, 00-661, Warsaw, Poland

AIMS AND SCOPE

The aim of the Journal is to advance the research and practice in structural engineering through the application of computational methods. The Journal will publish original papers and educational articles of general value to the field that will bridge the gap between high-performance construction materials, large-scale engineering systems and advanced methods of analysis.

The scope of the Journal includes papers on computer methods in the areas of structural engineering, civil engineering materials and problems concerned with multiple physical processes interacting at multiple spatial and temporal scales. The Journal is intended to be of interest and use to researches and practitioners in academic, governmental and industrial communities.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О ЖУРНАЛЕ INTERNATIONAL JOURNAL FOR COMPUTATIONAL CIVIL AND STRUCTURAL ENGINEERING

Журнал *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering* является международным периодическим изданием, учредителями и издателями которого выступают Издательство Ассоциации строительных вузов /АСВ/ (129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, дом 26) и Издательство Begell House Inc. (79 Madison Avenue, New-York, USA / Издательский дом Бегелл, 79, Мадисон авеню, г. Нью-Йорк, США). Партнером издания выступает Российская академия архитектуры и строительных наук /РААСН/.

В редакционный совет журнала входят известные российские и зарубежные деятели науки и техники. Основным критерий отбора статей для публикации в журнале – их высокий научный уровень, соответствие которому определяется в ходе высококвалифицированного рецензирования и объективной экспертизы, поступающих в редакцию материалов.

Журнал входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций.

Журнал зарегистрирован в Федеральном агентстве по средствам массовой информации и охраны культурного наследия Российской Федерации. Индекс в общероссийском каталоге РОСПЕЧАТЬ – 18076.

GUIDELINES FOR PREPARATION OF MANUSCRIPT AND RELATED INFORMATION

Vladimir N. Sidorov¹, Pavel A. Akimov², Taymuraz B. Kaytukov³

¹Editor-in-Chief of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

²Associate Editor of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

³Technical Editor of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

ABSTRACT: Each paper must be typed on snow white paper sheets of A4 (210x297mm) size only on one side in boxes as shown on this sample. The abstract must be typed in 16 cm width box. The text of paper in the first page must be written in two columns 8.25 cm in width. All next pages must also have two columns 8.25 cm in width. Each page should have margins: 32 mm top, 32 mm bottom and 20 mm right and left. The paper should be typed using 12 point size Times New Roman type-face, or very similar, using single spacing between text lines applying word processor and printed on laser printer. It can be here pointed such editors as Word for Windows (preferable), Word Perfect, Tex or LaTeX. The appearance of manuscript of paper should be similar as far as possible to this sample. The paper should be submitted by traditional post: the original with 2 copies for review and the electronic version on CD or on DVD.

Key words: International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, IJCCSE, preparation of manuscripts, electronic image preparation, submission of peer reviews and accepted articles

1. PREPARATION OF MANUSCRIPTS

This document is typed by Microsoft Word 2003 and Times New Roman 12 point size type-face.

The material of the paper should be arranged as follows: Title (16 points), Author(s) (14 point), Affiliation(s), Abstract, key words, Introduction, Main body of paper, Acknowledgements (if any), References (if any, 10 points), Appendices (if any), full authors addresses as endnote (10 points, spacing within endnote=1, style for numbering=numbers, line separating text and endnotes=line – margin to margin in right column).

The title, author's name(s) and affiliation(s) should be given in a style similar to that shown above in this sample and centered. **The headings** should be bold and aligned to left. First-order headings and parts of the text should be separated by one free line from the text. Second-order headings should have capital first letters.

The both columns of each page, including closing page, should be of equal length. At the bottom of the last right column of last page is endnote with author's address(es).

The figures can be embedded in word processor or must be drawn in black ink. **Drawings** can be produced directly on manuscript sheet or may be produced on separate piece of white paper and then stuck at the appropriate position. **Photographs** must be glossy black and white prints and stuck at the appropriate position. This also applies to other items such as **tables**. The best – drawings, photographs and tables should be typed by word processor. **All symbols including equations should be typed.**

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} \lambda \varepsilon + 2 \mu \varepsilon_{ij}. \quad (1)$$

However, **sometimes embedding figure files in Microsoft Word is not acceptable for final output**, because of the loss of resolution. In this connection author may save in addition all or selected files with figures separately on CD or DVD. **Acceptable formats for figures** are JPEG, TIFF or EPS files saved from original application at 300-600 dpi.

The Figures, line drawings, photographs, tables may be positioned either within the one column, or large centered exactly across the full width of the page. The equations should be numbered at

the right side of the column. **The references** should be given at the end of the paper.

The Figures, Tables and Equations should be separated from the text by minimum one single free line.

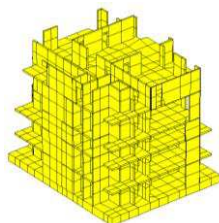


Figure 1.

The manuscript is expected to be written in correct and easily readable English. An author who is not proficient in English is advised to take help of linguist before typing. It should be thoroughly checked for spelling mistakes.

2. SUBMISSION FOR PEER REVIEW

Authors in all countries, at their opinion, should send three (3) copies of their manuscript to Editors-in-Chief professor Vladimir N. Sidorov (see chapter 4 Correspondence) or Technical editor associate professor Taymuraz B. Kaytukov. **Electronic submissions are encouraged. Email a PDF or DOC (Microsoft Word) file with manuscript** to the Editor-in-Chief or technical editor. The Editor-in-Chief will seek reviews of the paper from experts and will assure rapid turnaround within six months of submission. **Each manuscript will receive at least 2 reviews. In deciding on acceptance of the paper, experts will examine** originality, quality of contents, neatness of presentation and readability of the submitted text. The Editor-in-Chief will correspond with the author in the light of these reviews. Submission implies that the author will be willing to make any necessary revisions. Retain all original figures until conclusion of the review process.

3. SUBMISSION OF ACCEPTED ARTICLE

After manuscript has been accepted and all required revisions have been incorporated, **mail manuscripts (black & white) and two copies to Editor-in-Chief** by traditional post. The en-

velope for A4 sheets with stiffener may be used. **The electronic version of the manuscript on CD or DVD must be mailed to Editor-in-Chief** as well. **Label CD or DVD with** author's last name(s), title of the article, abbreviated journal name and date. Please provide a list of the software programs used for the art and text and the file names on the disk.

4. CORRESPONDENCE

Enquires regarding International Journal for Computational Civil and Structural Engineering and manuscripts should be addressed to the

➤ Editor-in-Chief

Professor Vladimir N. Sidorov
Department of Advanced Mathematics
and Structural Mechanics,
Moscow Institute of Architecture
(State Academy), 11/4, Building 4,
Ulitsa Rozhdestvenka, Moscow, 107031,
Russia; *e-mail*: sidorov.vladimir@gmail.com

➤ Technical Editor

Associate Professor Taymuraz B. Kaytukov
Research & Educational Center
of Computational Simulation
National Research Moscow State University of
Civil Engineering,
26, Yaroslavskoe Shosse, 129337 Moscow, Russia
e-mail: niccm@mgsu.ru

REFERENCES

1. Fish J. and Belsky V. Multigrid method for a periodic heterogeneous medium. Part 1: Convergence studies in 1-D case. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.*, 126, 1995, pp. 1-16.
- 1) Vladimir N. Sidorov, Department of Advanced Mathematics and Structural Mechanics, Moscow Institute of Architecture (State Academy), 11/4, Building 4, Ulitsa Rozhdestvenka, Moscow, 107031, Russia, E-mail: sidorov.vladimir@gmail.com.
- 2) Pavel A. Akimov, Department of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, E-mail: pavel.akimov@gmail.com.
- 3) Taymuraz B. Kaytukov, Research & Educational Center of Computational Simulation, National Research Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, E-mail: niccm@mgsu.ru.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ ДЛЯ ЖУРНАЛА INTERNATIONAL JOURNAL FOR COMPUTATIONAL CIVIL AND STRUCTURAL ENGINEERING

В.Н. Сидоров¹, П.А. Акимов², Т.Б. Кайтуков³

¹Главный редактор журнала International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

²Заместитель главного редактора журнала of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

³Технический редактор журнала of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

АННОТАЦИЯ: Каждая статья представляется в электронном и печатном виде (бумага белая, размер A4 (210x297 мм), печать односторонняя – см. настоящий образец). Язык публикации статей – английский (предпочтительно) или русский, при этом в случае публикации статьи на русском (английском) языке аннотация статьи, ключевые слова, сведения об авторах и название статьи должны быть представлены авторами на английском (русском) языке. Текст должен быть подготовлен в программе Microsoft Word (формат файла – DOC), желательно также предоставление копии статьи в формате PDF. Аннотация печатается в поле шириной 16 см. Текст на первой странице статьи печатается в две колонки, шириной 8.25 см каждая. Поля: верхнее – 32 мм., нижнее – 32 мм., правое – 20 мм., левое – 20 мм. Основной шрифт для набора статьи – Times New Roman, 12 пт., межстрочный интервал – одинарный. Внешний вид статьи по форме оформления должен соответствовать настоящему образцу. Печатные экземпляры статьи (оригинал и две копии) и ее электронная форма (на CD-диске или DVD-диске) должны пересылаться по почте. Для пересылки электронной формы дополнительно необходимо использовать электронную почту.

Ключевые слова: International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, IJCCSE, подготовка статьи, подготовка электронных версий, рецензирование

GUIDELINES FOR PREPARATION OF MANUSCRIPT AND RELATED INFORMATION

Vladimir N. Sidorov¹, Pavel A. Akimov², Taymuraz B. Kaytukov³

¹Editor-in-Chief of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

²Associate Editor of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

³Technical Editor of International Journal for Computational Civil and Structural Engineering

ABSTRACT: Each paper must be typed on snow white paper sheets of A4 (210x297mm) size only on one side in boxes as shown on this sample. The abstract must be typed in 16 cm width box. The text of paper in the first page must be written in two columns 8.25 cm in width. All next pages must also have two columns 8.25 cm in width. Each page should have margins: 32 mm top, 32 mm bottom and 20 mm right and left. The paper should be typed using 12 point size Times New Roman type-face, or very similar, using single spacing between text lines applying word processor and printed on laser printer. It can be here pointed such editors as Word for Windows (preferable), Word Perfect, Tex or LaTeX. The appearance of manuscript of paper should be similar as far as possible to this sample. The paper should be submitted by traditional post: the original with 2 copies for review and the electronic version on CD or on DVD.

Key words: International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, IJCCSE preparation of manuscripts, electronic image preparation, submission of peer reviews and accepted articles.

1. ПОДГОТОВКА СТАТЕЙ

Настоящий образец подготовлен в текстовом процессоре Microsoft Word 2003, используется шрифт Times New Roman, 12 пт.

Материал статьи должен располагаться следующим образом: Заголовок (Times New Roman, 16 пт.), авторы (Times New Roman, 14 пт.), сведения об авторах, аннотация, ключевые слова (Times New Roman, 10 пт.).

При публикации статьи на русском языке далее располагаются Заголовок (Times New Roman, 16 пт.), авторы (Times New Roman, 14 пт.), сведения об авторах, аннотация, ключевые слова (Times New Roman, 10 пт.) на английском языке). Введение, основной текст статьи, приложения и замечания печатаются с использованием шрифта Times New Roman, 12 пт.; список литературы, развернутые сведения об авторах – Times New Roman, 10 пт. Межстрочный интервал – одинарный. Выравнивание в тексте – по ширине, выравнивание формул – по правому краю, формулы желательно нумеровать.

Заголовок статьи, сведения об авторах представляются в форме, приведенной в настоящем образце, выравнивание по центру. **Подзаголовки в статье** выделяются полужирным шрифтом с выравниванием по левому краю. Подзаголовки первого уровня должны быть отделены от основного текста одной пустой строкой, подзаголовки второго уровня выделяются курсивом.

Обе колонки на каждой странице, включая последнюю, должны иметь одинаковую длину. В конце статьи должны быть приведены развернутые сведения об авторах, содержащие в том числе их контактные данные (на двух языках при публикации статьи на русском языке).

Рисунки (черно-белые) должны быть вставлены в текст статьи или приложены в бумажном виде на отдельных листах, с указанием в каких местах статьи их следует расположить. То же касается и **фотографий**, формат фотографий – черно-белый. Желательно прилагать электронные версии рисунков и фотографий! Аналогичные требования касаются **таблиц**. Наилучший вариант такой, когда рисунки, фотографии и таблицы вставлены в файл, подготовленный в Microsoft Word. **Все символы, в том числе используемые в уравнениях, должны быть печатными.**

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} \lambda \varepsilon + 2 \mu \varepsilon_{ij}. \quad (1)$$

Однако, **рисунки и фотографии, вставленные в файл текстового процессора Microsoft Word не всегда имеют приемлемое для печати качество** из-за их низкого разрешения. В этой связи автору настоятельно рекомендуется дополнительно приложить (на CD или DVD) к статье файлы, содержащие рисунки. **Допустимые форматы для рисунков** – JPEG, TIFF или EPS, разрешение – 300-600 dpi.

Рисунки, фотографии и таблицы, в случае их больших размеров, также могут располагаться в одну колонку с выравниванием по ширине. Формулы в статье нумеруются с выравниванием по правому краю. **Список литературы** должен быть приведен в конце статьи. Рисунки, фотографии и таблицы должны быть отделены от основного текста как минимум одной пустой строкой.

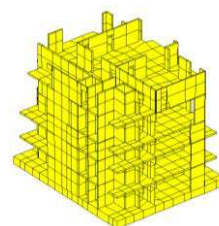


Рисунок 1

Предполагается, что статья написана на грамотном и хорошо читаемом английском или русском языке. При необходимости, перед отправкой статьи авторам следует проконсультироваться у переводчиков. Статья не будет подробно проверяться редакцией на предмет наличия лингвистических ошибок. В тоже время редакция оставляет за собой право отклонить статью, при наличии в последней большого количества ошибок лингвистического характера.

2. ОТПРАВКА СТАТЬИ НА РЕЦЕНЗИРОВАНИЕ

Авторы (из России и других стран) должны выслать в адрес редакции три печатных экземпляра статьи на имя главного редактора журнала, профессора Сидорова Вла-

димира Николаевича (контактная информация приведена в разделе «Контактные данные») или техническому редактору журнала, доценту Кайтукову Таймуразу Батразовичу. Электронные версии статей необходимо выслать также по электронной почте главному редактору журнала. Электронные и печатные формы не возвращаются. Каждая приходящая в редакцию журнала статья направляется для рассмотрения экспертам соответствующего профиля. **Как правило, по каждой статье назначаются два эксперта.** Время проведения экспертизы статьи не может превышать 6 месяцев. Свои заключения и оценки по статье эксперты сообщают главному редактору журнала, при этом на каждую статью должно прийти не менее двух заключений. Замечания и предложения экспертов доводятся до сведения автора статьи, после чего он вносит все необходимые изменения.

3. ОТПРАВКА СКОРРЕКТИРОВАННОЙ СТАТЬИ

После одобрения экспертами статьи и внесения авторами всех необходимых изменений, окончательный вариант статьи (бумажный в трех экземплярах и электронной на CD или DVD) высылается в адрес редакции, например в жестком конверте формата A4 по почте. **Также необходимо послать электронную версию статьи по электронной почте главному редактору.** На CD или DVD необходимо написать имена авторов, название статьи, название журнала и дату. Также желательно указать список программ, которые использовались при подготовке статьи и список файлов, находящихся на компакт-диске. Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

4. КОНТАКТНЫЕ ДАННЫЕ

По всем вопросам, касающимся журнала International Journal for Computational Civil and Structural Engineering и подготовке статей необходимо обращаться к следующим лицам:

- **Главный редактор**
советник РААСН, профессор,
доктор технических наук
Сидоров Владимир Николаевич
Московский архитектурный институт
(государственная академия),
кафедра высшей математики
и строительной механики,
107031, Россия, г. Москва,
ул. Рождественка, дом 11/4, корп. 1, стр. 4.
e-mail: sidorov.vladimir@gmail.com
- **Технический редактор**
советник РААСН, доцент,
кандидат технических наук
Кайтуков Таймураз Батразович
Национальный исследовательский
Московский государственный
строительный университет, Научно-
образовательный центр компьютерного
моделирования уникальных зданий,
сооружений и комплексов,
129337, Россия, г. Москва,
Ярославское шоссе, дом 26.
e-mail: niccm@mgsu.ru

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2008. – 640 с.
2. Леонтьев Н.Н., Соболев Д.Н., Амосов А.А. Основы строительной механики стержневых систем. – М.: Издательство АСВ, 1996. – 541 с.

¹⁾ Сидоров Владимир Николаевич, советник РААСН, профессор, доктор технических наук, Московский архитектурный институт (государственная академия), кафедра высшей математики и строительной механики, 107031, Россия, г. Москва, ул. Рождественка, дом 11/4, корп. 1, стр. 4; e-mail: sidorov.vladimir@gmail.com.

²⁾ Акимов Павел Алексеевич, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, заведующий кафедрой, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, кафедра информатики и прикладной математики, 129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, дом 26, e-mail: pavel.akimov@gmail.com.

³⁾ Кайтуков Таймураз Батразович, советник РААСН, доцент, кандидат технических наук, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Научно-образовательный центр компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов, 129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, дом 26, e-mail: niccm@mgsu.ru.

International Journal for
Computational Civil and Structural Engineering

Volume 11, Issue 3

2015

TABLE OF CONTENTS

Решение двумерных задач теплопроводности дискретно-аналитическим методом <i>С.М. Мацкевич</i>	<u>14</u>
Верификация и практическая реализация программного комплекса для решения нестационарных задач теплопроводности дискретно-аналитическим методом <i>В.Н. Сидоров, С.М. Мацкевич</i>	<u>21</u>
Сравнительный численный анализ современных виброизоляционных материалов для многоэтажного строительства <i>В.Н. Алехин, А.А. Антипин, С.Н. Городилов, Л.Г. Пастухова</i>	<u>29</u>
О численном моделировании поведения связанных систем «сооружение – жидкость» Часть 1: Математические постановки задач <i>А.М. Белостоцкий, П.А. Акимов, Т.Б. Кайтуков, И.Н. Афанасьева, В.В. Вершинин, А.Р. Усманов, С.В. Щербина</i>	<u>37</u>
О численном моделировании поведения связанных систем «сооружение – жидкость» Часть 2: Аппроксимация и численное решение <i>А.М. Белостоцкий, П.А. Акимов, Т.Б. Кайтуков, И.Н. Афанасьева, В.В. Вершинин, А.Р. Усманов, С.В. Щербина</i>	<u>47</u>
О численном моделировании поведения связанных систем «сооружение – жидкость» Часть 3: Особенности моделирования жидкости <i>А.М. Белостоцкий, П.А. Акимов, Т.Б. Кайтуков, И.Н. Афанасьева, В.В. Вершинин, А.Р. Усманов, С.В. Щербина</i>	<u>59</u>
Расчет и оптимальное проектирование несущих железобетонных конструкций <i>Т.Л. Дмитриева, В.В. Кажарский, Нгуен Ван Ты</i>	<u>69</u>
Задача Штурма-Лиувилля для уравнения осциллятора с вязкоупругим демпфированием <i>С.В. Ерохин, Т.С. Алероев, Л.Ю. Фриштер</i>	<u>77</u>

Параметрическая идентификация математической модели вязкоупругих материалов с использованием производных дробного порядка <i>С.В. Ерохин, Т.С. Алероев, Л.Ю. Фриштер, А.В. Колесниченко</i>	<u>82</u>
Моделирование упруго-пластического деформирования каменной кладки в условиях двухосного напряженного состояния <i>О.В. Кабанцев, А.Г. Тамразян</i>	<u>86</u>
Синтезирование наиболее неблагоприятных акселерограмм для линейной системы с конечным числом степеней свободы <i>О.В. Мкртычев, А.А. Решетов</i>	<u>101</u>
Расчет надежности основания фундамента, сложенного набухающими грунтами, по критерию деформации (общей осадки) <i>В.С. Уткин, А.А. Каберова</i>	<u>116</u>
Пути автоматизации проектирования опорных конструкций под оборудование при использовании технологии связи: Smart 3D – Tekla Structures – SCAD Office <i>И.С. Кукушкин, И.Ю. Любимов</i>	<u>126</u>
Информация о конкурсе на медали и дипломы Российской академии архитектуры и строительных наук за 2015 год	<u>133</u>
Информация о конкурсе на выполнение фундаментальных научных исследований Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации и Российской академии архитектуры и строительных наук за 2015 год	<u>136</u>

РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДИСКРЕТНО-АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

С.М. Мацкевич¹

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
г. Москва, РОССИЯ

АННОТАЦИЯ: В статье представлен метод решения двумерных нестационарных задач теплопроводности. Математической моделью является дифференциальное уравнение 2 рода с заданными краевыми условиями. В данной статье задача решается с помощью дискретно-аналитического метода. Суть метода состоит в объединении численных и аналитических подходов. Постановка задачи включает также начальное условие и граничные условия 1, 2, 3 рода. Исходная задача разбивается на 2 части: для одних аргументов применяется дискретизация, для других аргументов решается аналитическая задача. Результат представляется в виде дискретного набора аналитических функций. Для «этапа дискретизации» используется метод конечных разностей, а для аналитической части – решение системы дифференциальных уравнений с помощью матричной экспоненты.

Ключевые слова: задача теплопроводности, дискретно-аналитический метод, дифференциальные уравнения, нестационарность, неоднородность, метод конечных разностей, матричная экспонента

SOLVING A UNSTEADY-STATE TWO-DIMENSIONAL HEAT CONDUCTION TRANSFER PROBLEM USING DISCRETE-ANALYTIC METHOD

Sergey M. Matskevich

National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

ABSTRACT: The paper presents the method to solving a two-dimensional heat conduction transfer problem. Mathematical model of the process is a differential equation in second order with initial and boundary conditions. In this paper the problem is solving using discrete-analytic method. The main idea of this method is to combine discrete and analytical techniques. The problem statement include imposed initial and boundary conditions of the first, second and third kind. Initial problem is dividing to 2 stages: in 1 stage a discrete technique was used along ones directions; in 2 stage analytic method was used along other directions. The result will be a discrete set of analytic functions. For “discrete stage” will be used method of finite differences, and for analytical stage is applying the virtue of the matrix exponent.

Key words: heat conduction transfer, discrete-analytic method, differential equation, unsteady-state, non-uniform, finite differences, matrix exponent

1. ВВЕДЕНИЕ

Тепло как явление изучается давно и в разное время выдвигались различные теории о его сущности. В 18 веке с позиций Р. Бойля [1] тепло рассматривалось как флюид «теплород», присутствующий в каждом теле и передающийся от тела к телу при нагревании

одного и остывании другого. В это же время Г. Шталем, Г. Кавендишем [2] развивалась теория о «флогистоне» - «огненной субстанции», наполняющей все горючие вещества и выделяющейся в виде газа при горении. В своей альтернативной «корпускулярно-кинетической теории тепла» М.В. Ломоносов [3] отмечал необъяснимость с позиции

прежних теорий фактов расширения тел при нагреве, фокусировки солнечных лучей линзой и др. Он же принял за причину распространения теплоты движение внутренних частиц теплопроводящего тела, указав влияние скорости их движения на скорость распространения тепла, что, по сути, явилось предпосылками современной молекулярно-кинетической теории. В 19 веке существенный вклад в изучение теплоты внесли Ж.Фурье и С.Карно. Однако, они изучали явление тепла с разных подходов, заложив будущее развитие двух направлений исследований в этой области. Работа Фурье стала фундаментом теории теплообмена, а работа Карно фундаментом термодинамики. В теории теплообмена теплота – это волновое явление, распространяющееся в непрерывном теле как в континууме. В теории термодинамики передача тепла – это часть энергообмена, не связанная с обменом веществом между телами и внутри тел. Оба направления по-своему развивались: теория теплообмена положила начало гидродинамике, появилось уравнение диффузии; в термодинамике появилось понятие энтропии и стало рассматриваться время как физический параметр. Многое было предпринято, чтобы объединить эти теории, Дж. Томпсоном, И. Яуманном, Л. Онсагером, Х. Казимиром, И.Р. Пригожиным [4] при развитии псевдотермостатики, квазитермодинамики, феноменологической и статистической теории необратимых процессов. Однако до конца объединить эти две теории пока не удалось.

На современном этапе развития практика выдвигает на передний план задачи многовариантных исследований двухмерных и трехмерных систем. Как правило, найти замкнутое аналитическое решение для большинства проблем не представляется возможным и решение таких задач иногда возможно только численным путем. Недостатком численных методов является обязательность дискретизации области решения, а, следовательно, невозможность получить решение в промежутках разбиения. Также

необходимо учитывать условие устойчивости, связывающее критерии разбиения. Однако достигнутый в начале XXI века уровень мощности компьютеров и существующий инструментарий аналитических математических средств в сочетании с разнообразием математических моделей позволяют поставить на повестку дня задачи разработки и исследования так называемых дискретно-аналитических методов. Такие полуквантовые методы позволяют получать решения частично в аналитической форме, способствующей повышению качества исследования рассматриваемых объектов. Такие методы особенно эффективны в зонах так называемого краевого эффекта, который возникает в сложных участках рассматриваемой задачи или в промежуточных зонах, так как при этом часть составляющих решения представляет собой быстроменяющиеся функции, скорость изменения которых и их влияние не всегда может быть адекватно учтена при использовании традиционных численных методов.

Представленный в статье метод является дискретно-аналитическим в том смысле, что по одному из мерных аргументов (направлений) сохраняется континуальный характер задачи и, следовательно, аналитический вид получаемого решения, в то время как по остальным направлениям производится дискретизация. В результате получается дискретный набор из аналитических функций от времени, где c – удельная теплоемкость теплопроводящей среды, ρ – её плотность, λ – коэффициент теплопроводности, F – мощность возможных тепловых источников.

Исследуется численно-аналитическое решение такого уравнения, являющееся совокупностью численных решений по пространственным координатам x, y и аналитического решения по временному аргументу t .

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В статье изложена дискретно-аналитическая постановка и алгоритм решения нестационарной задачи теплопроводности. В качестве математической постановки задачи принимается уравнение теплопроводности, основанное на понятии теплового потока

$$Q = -\lambda \frac{\partial U}{\partial n} dF dt.$$

Уравнение теплопроводности формулирует факт теплового баланса внутренней энергии Фурье:

$$dE = Q_{\text{вн}} + Q_{\text{тп}} \\ \text{или} \quad c\rho \frac{\partial U}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) + F \quad (1)$$

где χ - коэффициент температуропроводности ($\chi = \lambda / c\rho$), соответствующий изменяющимся свойствам среды; c - удельная теплоемкость, ρ - плотность, λ - коэффициент теплопроводности, а F - функция мощности возможных источников тепла.

В случае распространения тепла в неоднородной среде двумерное уравнение теплопроводности записывается в виде:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi(x, y) \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\chi(x, y) \frac{\partial U}{\partial y} \right) + F \quad (2)$$

Решением такого уравнения является единственная, при заданных краевых условиях, функция $U(x, y, t)$, описывающая значения температуры в данный момент времени в произвольной точке.

3. КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ

Начальные условия

Для нестационарного уравнения теплопроводности задается начальное условие $U(x, y, 0) = \psi(x, y)$ и физически оно означает, что в начальный момент времени распре-

деление температуры известно и имеет вид ψ .

Граничные условия

Граничные условия задаются и должны выполняться там, где тело может иметь теплообмен с окружающей средой. Существует несколько типов граничных условий:

Граничные условия первого рода

Имеем:

$$\begin{aligned} U(0, y, t) &= g_1(t), \\ U(l, y, t) &= g_2(t), \\ U(x, 0, t) &= g_3(t), \\ U(x, m, t) &= g_4(t) \end{aligned} \quad (3)$$

Эти условия означают, что на границах области заданы распределения значений температуры значениями функций g .

Граничные условия второго рода

Имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(0, y, t)}{\partial x} &= -\frac{q_1(t)}{\lambda(0, y)}, \\ \frac{\partial U(l, y, t)}{\partial x} &= -\frac{q_2(t)}{\lambda(l, y)}, \\ \frac{\partial U(x, 0, t)}{\partial y} &= -\frac{q_3(t)}{\lambda(x, 0)}, \\ \frac{\partial U(x, m, t)}{\partial y} &= -\frac{q_4(t)}{\lambda(x, m)} \end{aligned} \quad (4a)$$

Такие граничные условия определяют плотность теплового потока на границах области. В частности, если $q(t) \equiv 0$, то физически это означает, что не происходит теплообмен с внешней средой, то есть граница теплоизолирована.

Граничные условия третьего рода

Граничные условия этого типа формулируют закон теплообмена с окружающей средой:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial U(0, y, t)}{\partial x} &= \\
 &= -\frac{\alpha(0, y)}{\lambda(0, y)} (U(0, y, t) - w_1(t)), \\
 \frac{\partial U(l, y, t)}{\partial x} &= \\
 &= -\frac{\alpha(l, y)}{\lambda(l, y)} (U(l, y, t) - w_2(t)),
 \end{aligned}
 \quad (5a)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial U(x, 0, t)}{\partial y} &= \\
 &= -\frac{\alpha(x, 0)}{\lambda(x, 0)} (U(x, 0, t) - w_3(t)), \\
 \frac{\partial U(x, m, t)}{\partial y} &= \\
 &= -\frac{\alpha(x, m)}{\lambda(x, m)} (U(x, m, t) - w_4(t))
 \end{aligned}
 \quad (5b)$$

w – температура окружающей среды, α – коэффициент теплоотдачи

4. МЕТОДИКА ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

Аппроксимация

Выполним конечно-разностную аппроксимацию по пространственным координатам x, y , а зависимость от времени t оставим аналитической. Зададим пространственно-временную область в виде 3-х координатных плоскостей, где по осям X и Y будет пространство (x, y) , по оси T будет время (t) . Рассмотрим сначала аппроксимацию на прямоугольной области. Разобьем область прямоугольной сеткой с шагом x_j, y_i по осям X и Y (см. рис. 1).

Узлы сетки:

- $j = 0, 1, \dots, N_1, N_1 + 1$ – координаты точек разбиения по X , всего точек $N_1 + 2$ штук, причем $x_0 = 0$ и $x_{N_1+1} = l$ – граничные точки (в которых заданы граничные условия);

- $i = 0, 1, \dots, N_2, N_2 + 1$ – координаты точек разбиения по Y , всего точек $N_2 + 2$ штук, причем $y_0 = 0$ и $y_{N_2+1} = m$ – граничные точки (в которых заданы граничные условия);
- По оси U зависимость температуры от времени остается аналитической.

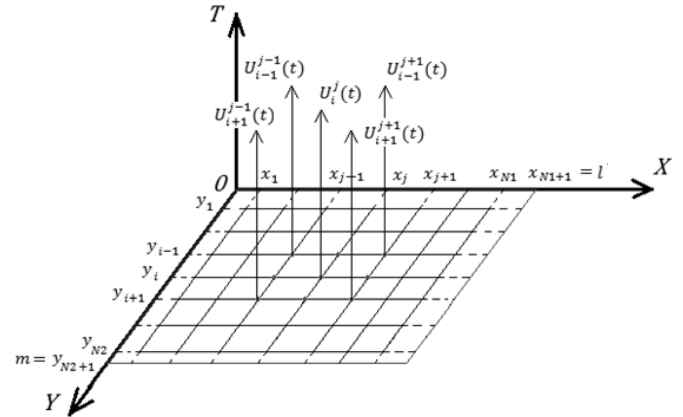


Рис. 1. Конечно-разностная аппроксимация области.

Выполним конечно-разностную аппроксимацию оператора Лапласа по пространственным координатам x, y , с учетом неоднородности среды. В этом случае коэффициенты теплопроводности будем брать как их полусуммы для соседних элементов по соответствующим направлениям:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial U}{\partial t} &= \\
 &= \frac{1}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})/2} \left(\left(\frac{\chi_{i-1,j} + \chi_{i,j}}{2} \right) \left(\frac{U(t)_{i,j+1} - U(t)_{i,j}}{\Delta x_i} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{\chi_{i-1,j-1} + \chi_{i,j-1}}{2} \right) \left(\frac{U(t)_{i,j} - U(t)_{i,j-1}}{\Delta x_{i-1}} \right) \right) + \\
 &\quad + \frac{1}{(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})/2} \left(\left(\frac{\chi_{i,j} + \chi_{i,j-1}}{2} \right) \left(\frac{U(t)_{i+1,j} - U(t)_{i,j}}{\Delta y_i} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{\chi_{i-1,j} + \chi_{i-1,j-1}}{2} \right) \left(\frac{U(t)_{i,j} - U(t)_{i-1,j}}{\Delta y_{i-1}} \right) \right)
 \end{aligned}
 \quad (6)$$

Метод базисных вариаций

Для формирования матрицы коэффициентов при неизвестных воспользуемся методом базисных вариаций [5]. Запишем оператор Лапласа в виде линейного оператора над функцией U :

$$LU = \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi(x, y) \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\chi(x, y) \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (2a)$$

Метод базисных вариаций позволяет путем воздействия дискретным линейным оператором не на искомую функцию U , а на базисную функцию (в данном дискретном случае - воздействия на базисные векторы), записать формулу алгоритмического нахождения всех коэффициентов матрицы в зависимости от индексов.

$$\begin{aligned} A = a_{km} &= (Le^{(k)})_m = \\ &= \left(\frac{\chi_{i-1,j-1} + \chi_{i,j-1}}{\Delta x_{j-1}(\Delta x_j + \Delta x_{j-1})} \right) e_{m+1}^{(k)} \\ &+ \left(\frac{\chi_{i-1,j} + \chi_{i,j}}{\Delta x_j(\Delta x_j + \Delta x_{j-1})} \right) e_{m-1}^{(k)} \\ &- \left[\frac{\chi_{i-1,j} + \chi_{i,j}}{\Delta x_j(\Delta x_j + \Delta x_{i-1})} + \frac{(\chi_{i-1,j-1} + \chi_{i,j-1})}{\Delta x_{j-1}(\Delta x_j + \Delta x_{j-1})} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\chi_{i,j} + \chi_{i,j-1}}{\Delta y_i(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\chi_{i-1,j} + \chi_{i-1,j-1}}{\Delta y_{i-1}(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})} \right] e_m^{(k)} \\ &+ \left(\frac{\chi_{i-1,j} + \chi_{i-1,j-1}}{\Delta y_{i-1}(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})/2} \right) e_{m+N1}^{(k)} \\ &+ \left(\frac{\chi_{i,j} + \chi_{i,j-1}}{\Delta y_i(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})} \right) e_{m-N1}^{(k)} \end{aligned} \quad (8)$$

где $e_m^{(k)} = \delta_{k,m}$, $k, m = 1, 2, \dots$; $\delta_{k,m}$ – символ Кронекера, т. е.

$$e^{(k)}_m = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \delta_{k,m} = \begin{cases} 1 & \text{при } m = k \\ 0 & \text{при } m \neq k' \end{cases}$$

k – номер строки матрицы
 m – номер столбца

Функцию мощностей источников тепла F также аппроксимируем для каждого узла и записываем в виде вектора правой части $\bar{F} = F_{i,j}(t)$.

Нормальная система дифференциальных уравнений

Вернемся к исходному дифференциальному уравнению (3), подставив в его правую часть найденные аппроксимирующие функции. В итоге это получится нормальная система дифференциальных уравнений. В матричном и векторном виде она может быть представлена как:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = A\bar{U} + \bar{F} \quad (9)$$

Известным решением такой системы, согласно теории обыкновенных дифференциальных уравнений является вектор:

$$\bar{U} = e^{At}\bar{\Psi} + \int_0^t e^{A(t-\tau)}\bar{F}(\tau)d\tau \quad (10)$$

где $\bar{\Psi} = \bar{U}(0)$ – вектор начальных условий. Матричная экспонента e^{At} , согласно теории функций от матриц, определяется для симметричных матриц в виде разложения Жордана, как:

$$e^{At} = Te^ST^{-1}, \quad e^S = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{\lambda_n t} \end{pmatrix},$$

где T – матрица собственных векторов A
 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ – собственные числа A

(11)

5. ПРИМЕР

В приведенном примере численно моделировалась картина распространения тепла в неоднородной двумерной области, состоящей из нескольких материалов (см. рис. 2). На двух гранях поддерживалась температура 100 градусов, на двух других 50 градусов. В начальный момент времени температура всей пластины равна нулю. Результат приведен для следующих моментов времени: 10 с, 100 с, 1000 с, 100 000 с. (см. рис. 3-6) Также приведен результат расчета стационарной задачи для этой же области (см. рис. 7).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24	$\chi =$			Медь	Сталь	Стекло					
25				$1.123 \cdot 10^{-4}$	$1.172 \cdot 10^{-5}$	$3.4 \cdot 10^{-7}$					
26											

Рис. 2. Ортогональная сетка.

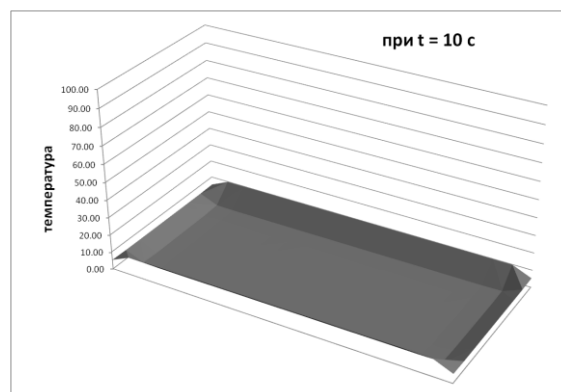


Рис. 3. Температура при $t = 10$ с.

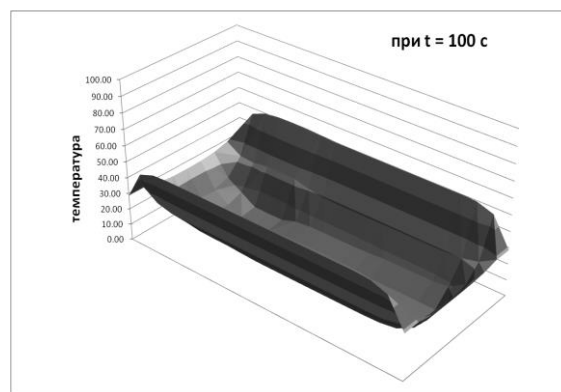


Рис. 4. Температура при $t = 100$ с.

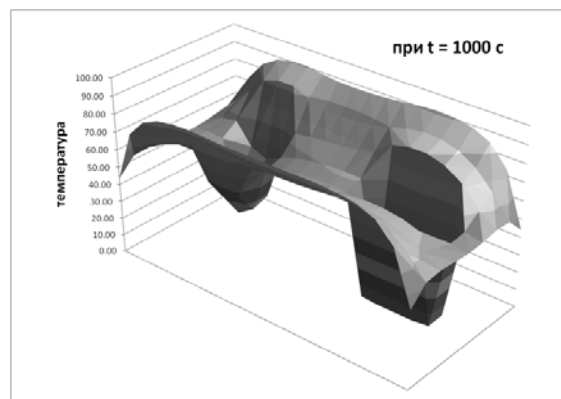


Рис. 5. Температура при $t = 1000$ с.

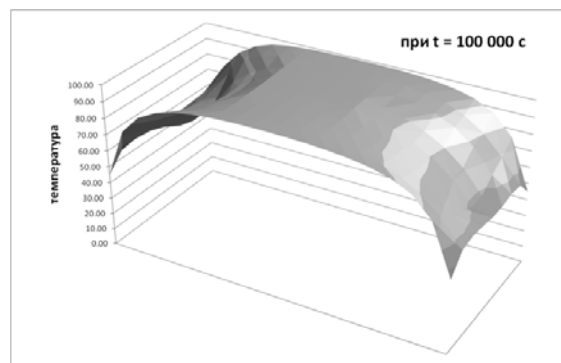
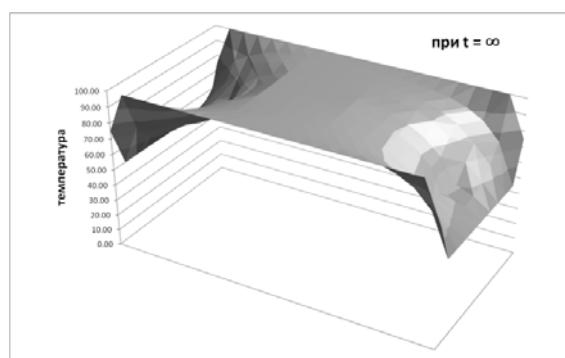


Рис. 6. Температура при $t = 100000$ с.

Рис. 7. Температура при $t = \infty$.

6. ВЫВОДЫ

Практические расчеты показали, что этот метод актуален для решения подобных неоднородных нестационарных задач. Также, благодаря своей аналитической составляющей, он позволяет для части решения (конкретнее – для аргумента времени) дать точный результат, не зависящий от шага разбиения. При решении данным методом задача сводится к системе дифференциальных уравнений, в решении которой используется функция матричной экспоненты, что позволяет не рассматривать вопрос устойчивости решения со временем.

В случае граничных условий, заданных функциями от времени, становится очевидным достоинство метода – аналитичность решения по времени. Так как, если функции граничных условий имеют резко и быстро меняющийся характер, картина теплопроводности меняется также быстро и непредсказуемо. Метод позволяет найти решение в очень близкие моменты времени и отследить всевозможные всплески и резкие скачки температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Самин Д.К.** 100 великих ученых. – М.: Вече, 2009.
2. **Хайнинг К.** Биографии великих химиков. – М.: Мир, 1981.

3. **Фигуровский Н.А.** Очерк общей истории химии. От древнейших времен до начала XIX в.. – М.: Наука, 1969
4. **Эткин В.А.** Проблема синтеза теорий переноса и преобразования теплоты. // Журнал Самиздат, 2004
5. **Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.** Дискретно-континуальный метод конечных элементов. – М.: Издательство АСВ, 2010.
6. **Золотов А.Б., Акимов П.А., Сидоров В.Н., Мозгалева М.Л.** Математические методы в строительной механике (с основами теории обобщенных функций). – М.: Издательство АСВ, 2008.
7. **Сидоров В.Н.** Дискретные постановки и алгоритмы решения краевых задач строительной механики в произвольных областях на регулярных сетках. Дисс. на соиск. уч. степ. д-ра техн. наук; 05.23.17. ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, М., 1992

Мацкевич Сергей Михайлович, аспирант кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»; 129337, Россия, Москва, Ярославское ш., 26; e-mail: zext@mail.ru

Sergey M. Matskevich, Postgraduate Student, Department of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Moscow State University of Civil Engineering; 26, Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russia; e-mail: zext@mail.ru

ВЕРИФИКАЦИЯ И ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДИСКРЕТНО-АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

В.Н. Сидоров¹, С.М. Мацкевич²

¹ Московский архитектурный институт (государственная академия), г. Москва, РОССИЯ

² Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
г. Москва, РОССИЯ

АННОТАЦИЯ: В статье представлена реализация программного комплекса, разработанного на основе дискретно-аналитического метода, для решения нестационарных неоднородных двумерных задач теплопроводности. В разработанном программном комплексе реализован дискретно-аналитический метод, представляющий собой совокупность численного метода для нахождения решения по пространственным аргументам x, y , и аналитического метода для нахождения решения по временному аргументу t . Программный комплекс обладает удобным интерфейсом, позволяющим наглядно задавать исходные данные и трактовать полученные результаты, в том числе с учетом теплотехнических параметров, регламентированных Строительными Правилами РФ. Начальные и граничные условия исходной задачи могут задаваться как числовыми значениями, так и аналитическими функциями координат и времени. Верификация комплекса проводилась на тестовых расчетах двумерных областей, в сравнении с результатами решения аналогичных задач аналитическим методом и численным методом на верифицированном расчетном комплексе. Представлены практические расчеты конструктивного узла жилых зданий при различных переменных внешних температурных воздействиях.

Ключевые слова: программный комплекс; дискретно-аналитический метод; нестационарность; неоднородность; задача теплопроводности; теплотехнический расчет; верификация

VERIFICATION AND PRACTICAL REALIZATION OF THE SOFTWARE FOR UNSTEADY-STATE HEAT CONDUCTION TRANSFER PROBLEM SOLUTION USING DISCRETE-ANALYTICAL METHOD

Vladimir N. Sidorov¹, Sergey M. Matskevich²

¹ Moscow Institute of Architecture (state academy), Moscow, RUSSIA

² National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

ABSTRACT: The paper presents the software realization, based on using of the discrete-analytical method, for unsteady-state and non-uniform two-dimensional heat conduction transfer problem solution. The algorithm of the discrete-analytical method, which combines numerical technique for solution in spatial arguments x, y with analytical method for solution in time argument t , was used. The software has convenient interface to input initial data and to interpret the results, including taking into account thermal engineering parameters, which are governed by russian Construction Rules. The initial and boundary conditions of the initial equation can be specified as constants as good as directly by analytical functions of coordinates and time. Software verification was carried out by test calculations on two-dimensional areas in comparison with similar results, obtained by analytical method and by numerical method by using the verified software package. Practical calculations of construction site of residential building with different variables of external temperature exposure are presented.

Key words: software; discrete-analytic method; unsteady-state; non-uniform; heat conduction transfer problem; thermal engineering calculation; verification

1. ВВЕДЕНИЕ

В строительной отрасли актуальной проблемой является рациональное проектирование конструкций зданий и сооружений в условиях переменных тепловых воздействий. Рациональность в данном случае связана как с общими практическими соображениями, так и с необходимостью соблюдения Строительных Норм и Правил, регламентирующих теплотехнические показатели и температурно-влажностные режимы зданий и сооружений. Основой решения такой проблемы является подробное прогнозирование трансформации теплового поля в конструкциях с течением времени, с учетом временных изменений внешних температурных воздействий. Проблема подобного прогнозирования приводит к сложным нестационарным, неоднородным, задачам теплопроводности. Одной из перспективных методик решения подобных задач являются дискретно-аналитические методы [1], сочетающие в себе преимущества численных и аналитических методов. В статье представлен программный комплекс, реализующий дискретно-аналитический метод для решения нестационарных неоднородных задач теплопроводности.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Математической формулировкой подобных задач теплопроводности является дифференциальное уравнение в частных производных 2-го порядка (1).

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi(x, y) \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\chi(x, y) \frac{\partial U}{\partial y} \right) + F \quad (1)$$

где χ - коэффициент температуропроводности ($\chi = \lambda / c\rho$), соответствующий свойствам среды; c - удельная теплоемкость, ρ - плотность, λ - коэффициент теплопроводности, а F - функция мощности возможных источников тепла.

При постановке краевых задач для уравнения теплопроводности необходимо задать начальные и граничные условия. **Начальное условие** представляет собой распределение температуры в области в начальный момент времени. **Граничные условия** могут быть 1,2,3-го рода и описывают заданные на границах области функции изменения температур, потоков тепла или закона теплообмена с окружающей средой.

Сформулируем постановку довольно распространенной в строительной практике смешанной краевой задачи (2):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi(x, y, t) \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\chi(x, y, t) \frac{\partial U}{\partial y} \right) + F(x, y, t) \\ U(x, y, 0) = \psi(x, y) \\ \frac{\partial U(0, y, t)}{\partial x} = -\frac{\alpha_1(0, y)}{\lambda(0, y)} (U(0, y, t) - w_1(t)) \\ \frac{\partial U(p, y, t)}{\partial x} = -\frac{\alpha_2(p, y)}{\lambda(p, y)} (U(p, y, t) - w_2(t)) \\ \frac{\partial U(x, 0, t)}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial U(x, r, t)}{\partial y} = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

где p, r - размеры области, w - температура окружающей среды, α - коэффициент теплоотдачи, ψ - функция начального условия.

3. МЕТОДИКА ДИСКРЕТНО-АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

Идея дискретно-аналитического метода состоит в совокупности дискретного и аналитического методов решения для разных аргументов [2]. В данном случае для пространственных аргументов (x, y) решение находится численно, а по временному аргументу (t) решение находится аналитически.

Выполним конечно-разностную аппроксимацию оператора Лапласа по пространственным координатам x, y , с учетом неоднородности среды. В этом случае коэффициенты температуропроводности будем брать как их полусуммы для соседних элементов по соответствующим направлениям (3):

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} = & \frac{1}{(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})/2} \left(\left(\frac{\chi_{i-1,j} + \chi_{i,j}}{2} \right) \left(\frac{U(t)_{i,j+1} - U(t)_{i,j}}{\Delta x_i} \right) \right. \\ & - \left. \left(\frac{\chi_{i-1,j-1} + \chi_{i,j-1}}{2} \right) \left(\frac{U(t)_{i,j} - U(t)_{i,j-1}}{\Delta x_{i-1}} \right) \right) + \\ & + \frac{1}{(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})/2} \left(\left(\frac{\chi_{i,j} + \chi_{i,j-1}}{2} \right) \left(\frac{U(t)_{i+1,j} - U(t)_{i,j}}{\Delta y_i} \right) \right. \\ & - \left. \left(\frac{\chi_{i-1,j} + \chi_{i-1,j-1}}{2} \right) \left(\frac{U(t)_{i,j} - U(t)_{i-1,j}}{\Delta y_{i-1}} \right) \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Для формирования матрицы коэффициентов при неизвестных воспользуемся методом базисных вариаций [1]. Метод базисных вариаций позволяет путем воздействия дискретным линейным оператором не на искомую функцию U , а на базисную функцию (в данном дискретном случае - воздействия на базисные векторы), построить универсальную формулу алгоритмического нахождения всех коэффициентов матрицы по их индексам (4).

$$\begin{aligned} A = a_{km} = (Le^{(k)})_m = & \left(\frac{\chi_{i-1,j-1} + \chi_{i,j-1}}{\Delta x_{j-1}(\Delta x_j + \Delta x_{j-1})} \right) e_{m+1}^{(k)} \\ & + \left(\frac{\chi_{i-1,j} + \chi_{i,j}}{\Delta x_j(\Delta x_j + \Delta x_{j-1})} \right) e_{m-1}^{(k)} \\ & - \left[\frac{\chi_{i-1,j} + \chi_{i,j}}{\Delta x_j(\Delta x_j + \Delta x_{i-1})} \right. \\ & + \frac{(\chi_{i-1,j-1} + \chi_{i,j-1})}{\Delta x_{j-1}(\Delta x_j + \Delta x_{j-1})} \\ & + \frac{\chi_{i,j} + \chi_{i,j-1}}{\Delta y_i(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})} \\ & \left. + \frac{\chi_{i-1,j} + \chi_{i-1,j-1}}{\Delta y_{i-1}(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})} \right] e_m^{(k)} \\ & + \left(\frac{\chi_{i-1,j} + \chi_{i-1,j-1}}{\Delta y_{i-1}(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})/2} \right) e_{m+N1}^{(k)} \\ & + \left(\frac{\chi_{i,j} + \chi_{i,j-1}}{\Delta y_i(\Delta y_i + \Delta y_{i-1})} \right) e_{m-N1}^{(k)} \end{aligned} \quad (4)$$

где $e_m^{(k)} = \delta_{k,m}$, $k, m = 1, 2, \dots$; $\delta_{k,m}$ – символ Кронекера, т. е.

$$\delta_{k,m} = \begin{cases} 1 & \text{при } m = k \\ 0 & \text{при } m \neq k \end{cases}$$

k – номер строки матрицы
 m – номер столбца

При замене (2) на полученное дискретное выражение, задача сводится к системе дифференциальных уравнений 1-го порядка (5). В матричном и векторном виде она может быть представлена как:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{U}(t)}{\partial t} = A\bar{U}(t) + \bar{H}(t) \\ \bar{U}(0) = \bar{\Psi} \end{cases} \quad (5)$$

Известным решением такой системы, согласно теории обыкновенных дифференциальных уравнений является вектор (6) [3]:

$$\bar{U} = e^{At}\bar{\Psi} + \int_0^t e^{A(t-\tau)}\bar{F}(\tau)d\tau \quad (6)$$

где $\bar{\Psi} = \bar{U}(0)$ – вектор начальных условий
Матричная экспонента e^{At} , фигурирующая в решении определяется для симметричных матриц в виде разложения Жордана (7).

$$e^{At} = Te^ST^{-1}, \quad (7)$$

где

$$e^S = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{\lambda_n t} \end{pmatrix},$$

T – матрица собственных векторов A ,
 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ – собственные числа A

4. ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС

Для реализации дискретно-аналитического метода решения был создан программный комплекс, предназначенный для решения двумерных нестационарных неоднородных задач теплопроводности при различных граничных и начальных условиях. В данном

комплексе реализована возможность задавать начальные и граничные условия, а также мощности источников тепла как числовыми значениями, так и аналитическими функциями от координат и времени. Также реализована возможность задавать теплотехнические параметры расчета, такие как температура и влажность внутри помещения. На основе этих данных производится автоматическое определение значений точки росы и в результирующих таблицах определяются области с температурами ниже этих значений, т.е. области с возможным выпадением конденсата, требования для которых регламентируются Строительными Правилами РФ.

Программный комплекс состоит из 2 отдельных программ, взаимодействующих между собой:

- программы, обеспечивающей интерфейс, подготовку исходных данных, обработку и вывод результатов («главный модуль»);
- программы, выполняющей основные математические расчеты («расчетный модуль»).

Главный модуль создан в среде разработки Microsoft Visual FoxPro, возможности которого позволили создать удобный интерфейс, а наличие функции макроподстановки обеспечило возможность задания исходных данных напрямую аналитическими функциями от координат или времени. Расчетный модуль написан на алгоритмическом языке Fortran, с использованием подключаемых математических библиотек IMSL.

Структура работы программного комплекса состоит из пунктов:

- *Постановка решаемой задачи* (задание необходимых параметров расчета) через формы ввода данных интерфейса
- *Предварительная стадия расчета*: обработка входных данных, формирование массивов и текстовых файлов, подготовительные расчеты, передача сформированных значений и массивов исходных данных через текстовые файлы в вызываемый расчетный модуль

- *Основная стадия расчета*: расчет с помощью вызываемого расчетного модуля на Fortran с использованием данных, полученных из главного модуля, построение картины нестационарного теплового поля в объекте, формирование массивов результатов, их передача обратно в главный модуль
- *Обработка полученных результатов* расчета, теплотехнический анализ, формирование результирующих таблиц и графических изображений, табличное и визуальное представление результатов расчета, вывод их в файлы Excel

Интерфейс программы содержит различные смысловые области с группами элементов для задания исходных данных и параметров. В некоторых областях есть выбор режима работы, при котором взаимно активируются и деактивируются некоторые элементы.

1. Пространственные параметры
 - a. Аппроксимация ортогональной сеткой
 - b. Аппроксимация неортогональной («мятой») сеткой
2. Параметры теплофизических свойств объекта
 - a. Однородная задача
 - b. Неоднородная задача
3. Задаваемые условия
4. Параметры рассчитываемого момента времени

Интерфейс комплекса представлен на Рис. 1.

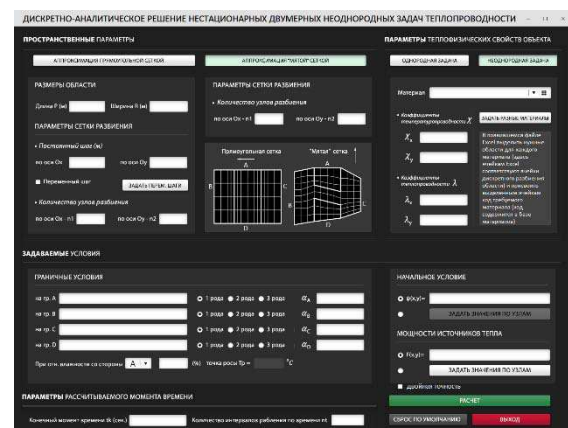


Рис. 1. Интерфейс программы.

Возможность при необходимости задавать исходные данные функциями в аналитическом виде прямо в форме ввода, не изменяя для этого программный код, представлена на Рис. 2.

Рис. 2. Задание функций.

5. ВЕРИФИКАЦИЯ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА

Для апробации алгоритма дискретно-аналитического метода решения задач теплопроводности были проведены тестовые расчеты. Результаты расчетов тестовых задач сопоставлялись с аналогичными, решенными аналитическим методом, а также с помощью верифицированного расчетного комплекса ANSYS Mechanical 16.2, конечные элементы для разбиения области брались типа PLANE55..

Тестовая задача №1.

Решение задачи проводится на двумерной области с заданным материалом (железобетон) и с приведенными на Рис. 3 размерами и краевыми условиями. Для задачи было определено распределение температуры в момент времени $t_k = 11868$ сек. (≈ 3 ч.) аналитическим, численным и численно-аналитическим методом. Шаги сетки разбиения устанавливались: по оси $Ox = 0.008$ м, по оси $Oy = 0.016$ м

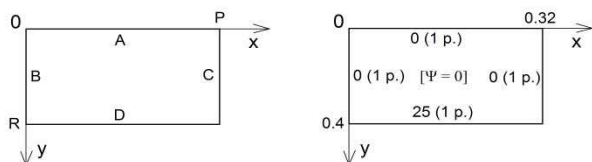


Рис. 3.

Аналитическое решение приводится в формуле (8):

$$U(x, y, t) = \frac{4}{R^2} \sum_{m=1}^{500} \sum_{n=1}^{500} \frac{25(1 - \cos(m\pi))n}{\pi^2 \left(\frac{m^2}{P^2} + \frac{n^2}{R^2} \right) m} (1 - e^{-\chi \pi^2 \left(\frac{m^2}{P^2} + \frac{n^2}{R^2} \right) t}) \sin\left(\frac{m\pi x}{P}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{R}\right) \quad (8)$$

Для заданного момента времени приводятся результаты расчетов, полученные аналитическим (Рис. 4), численным (Рис. 5) и дискретно-аналитическим (Рис. 6) методами.

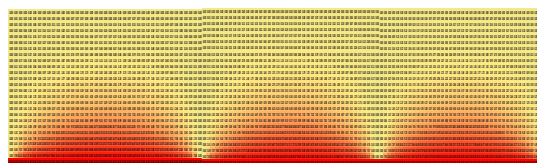


Рис. 4 Рис. 5 Рис. 6

В Таблице 1 показаны значения средних отклонений и максимальных отклонений результатов, полученных численным и численно-аналитическим методами, от эталона.

Таблица 1. Значения отклонений методов от эталона

Метод	Среднее отклонение °C	Максимальное отклонение °C
численный	0.06	1.98
дискретно-аналитический	0.03	0.87

Тестовая задача №2

Задача решается для двумерной области с заданным материалом (железобетон) и с приведенными на рис. 7 размерами и краевыми условиями. Для задачи было определено распределение температуры во многие моменты времени.

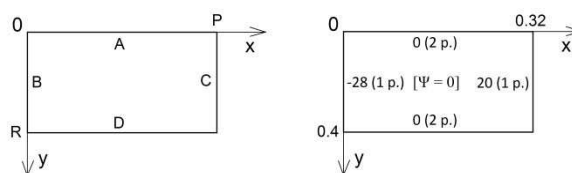


Рис. 7

В результате численного решения (рис. 8) в момент времени $t_k = 11085$ сек. (≈ 3 ч.) видно, что температура равномерно распределилась от левой границы (-28°C) к правой (20°C), а по высоте распределение температуры сохраняется одинаковым. Это физически оправдано исходя из постановки задачи.

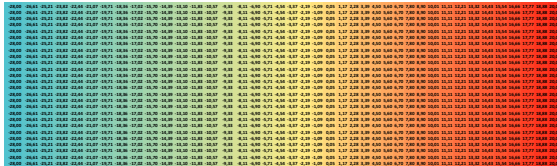


Рис. 8

Результат решения на программном комплексе, реализующим дискретно-аналитический метод показан на рис. 9.

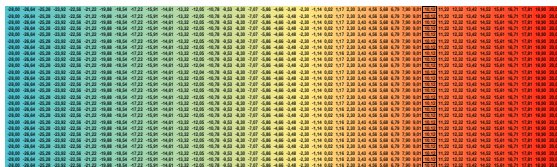


Рис. 9

Приведем отличия результатов, полученных обоими методами (Табл. 2). Запишем значения среднего отклонения температур для всех узлов, а также значения максимальных отклонений.

Сравнив отклонения температур для разных моментов времени можно увидеть, что максимальная разница рассчитанных температур не превышает 1°C , а среднее отклонение не превышает 0.3°C .

Таблица 2. Сравнение результатов.

Момент времени	Среднее отклонение $^\circ\text{C}$	Максимальное отклонение $^\circ\text{C}$
11085 сек.	0.1075	0.2214
36085 сек.	0.0159	0.0268
86085 сек.	0.0003	0.0011
стац. расчет / 120 часов	0.0001	0.0007

Тестовая задача №3

Задача решается для двумерной области с заданным материалом (железобетон) и с приведенными на Рис. 10 размерами и краевыми условиями. Граничные условия в данной задаче являются условиями 3-го рода. Для задачи было определено распределение температуры во многие моменты времени.

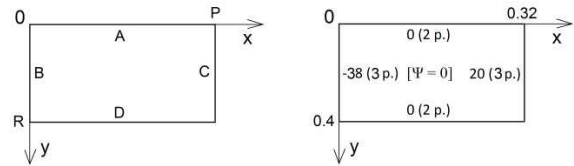


Рис.10

В результате численного решения (Рис.11) в момент времени $t_k = 86417$ сек. (≈ 3 ч.) видно, что температура равномерно распределилась от левой границы (-30°C) к правой (6°C). Это связано с законами теплоотдачи на границах В и С.

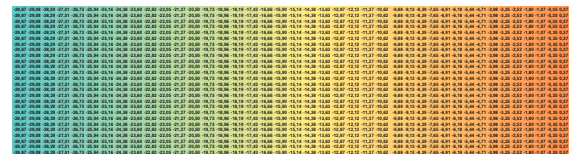


Рис. 11

Результат решения на программном комплексе, реализующим дискретно-аналитический метод показан на рис.12.

Приведем отличия результатов, полученных обоими методами (табл. 3). Запишем значения среднего отклонения температур для всех узлов, а также значения максимальных отклонений.

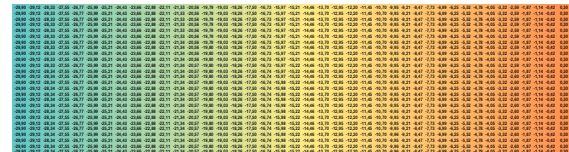


Рис. 12

Таблица 3. Сравнение результатов.

Момент времени	Ср. отклон. $^\circ\text{C}$	Макс. отклон. $^\circ\text{C}$
11417 сек.	0.2814	0.5047

36417 сек.	0.1455	0.1695
86417 сек.	0.0669	0.0810
стац. расчет / 120 часов	0.3741	0.7477

Сравнив отклонения температур для разных моментов времени можно увидеть, что максимальная разница рассчитанных температур не превышает 1.2°C , а среднее отклонение не превышает 0.33°C .

Тестовая задача №4

Задача решается для двумерной области с заданными материалами (железобетон, ПСБ(желт.)) и с приведенными на рис. 13 размерами и краевыми условиями. Для задачи было определено распределение температуры в отдаленный момент времени, когда процесс установился.

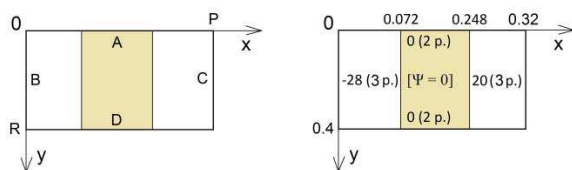


Рис. 13

Результат стационарного численного решения показан на рис. 14.

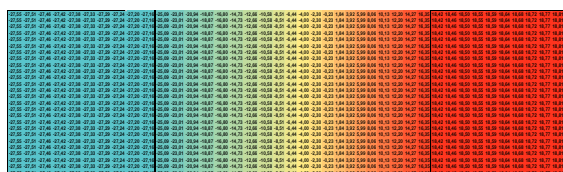


Рис. 14

Результат решения на программном комплексе, реализующим дискретно-аналитический метод показан на рис. 15.

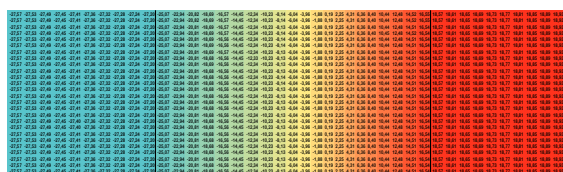


Рис. 15

Приведем отличия результатов, полученных обоими методами (табл. 4). Запишем значения среднего отклонения температур для всех узлов, а также значения максимальных отклонений.

Таблица 4. Сравнение результатов

Момент времени	Ср. отклон. $^{\circ}\text{C}$	Макс. отклон. $^{\circ}\text{C}$
стац. расчет / 120 часов	0.1819	0.4193

Сравнив отклонения температур для разных моментов времени отметим, что максимальная разница рассчитанных температур не превышает 1°C , а среднее отклонение не превышает 0.42°C .

7. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КОНСТРУКТИВНОГО УЗЛА

Используя разработанный программный комплекс выполнен теплофизический расчет конструктивного узла жилых зданий при переменных внешних температурных воздействиях, а также определено выполнение требований тепловой защиты зданий, регламентируемых Строительными Правилами (СП) РФ. Узел №1 (рис. 16) представляет собой стык несущих конструктивных элементов типового жилого здания серии ПЗМК: панели плиты перекрытия, панели плиты лоджии, а также ограждающей панели наружной стены. Смоделируем узел ортогональной сеткой 33×51 узлов в области $0.32 \times 0.5\text{м}$.

Для моделирования переменных во времени температурных воздействий возьмем функцию от времени (9), моделирующую однократное понижение температуры за период времени, а затем возвращение значения температуры на прежний уровень.

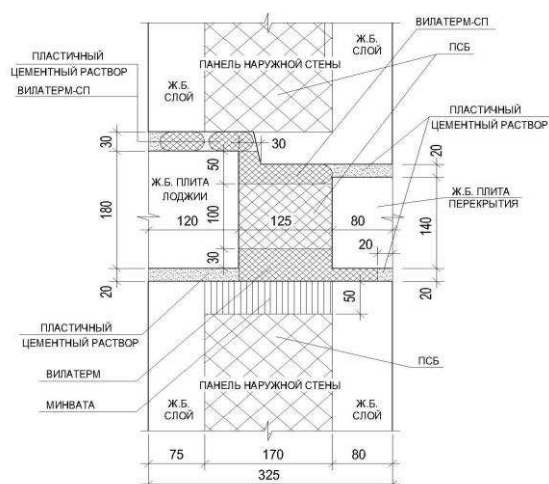


Рис. 16

$$f(t) = -14e^{-0.1 \cdot (0.0002 \cdot (t - 100000))^2} - 14 \quad (9)$$

Полученные для многих моментов времени результаты (рис. 17) показали, что однократное понижение температуры наружного воздуха существенно не влияет на распределение температуры в рассмотренном узле здания.

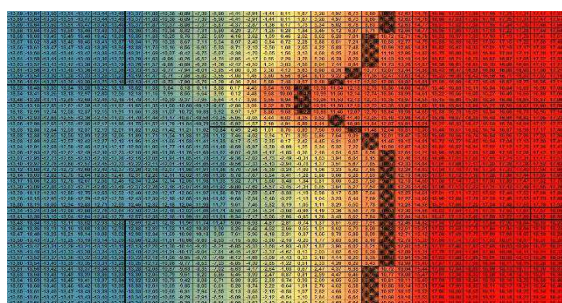


Рис. 17

С точки зрения требований, поставленных нормами тепловой защиты зданий, видно, что во все моменты времени температура на внутренней поверхности стен оставалась не ниже допустимого значения в 16 °С. При этом при заданных значениях температуры внутреннего воздуха 20 °С и относительной влажности 55% определено значение температуры точки росы, равное 10.67 °С. На рис. 17 видно, что для всех моментов времени зоны со значениями температуры, равными (или ниже) температуре точки росы (закрашены), находятся не на внутренней поверхности стен, а существенно дальше.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Акимов П.А., Мозгалева М.Л.** Многоуровневые дискретные и дискретно-континуальные методы локального расчета строительных конструкций. – М.: Издательство МИСИ-МГСУ, 2014.
2. **Мацкевич С.М., Сидоров В.Н.** Нестационарная задача теплопроводности в операторном виде и ее численно-аналитическое решение. М., // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering / Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций, Volume 10, Issue 3, 2014, pp. 121-127.
3. **Sidorov V.N., Matskevich S.M.** Discrete-analytic solution of unsteady-state heat conduction transfer problem based on a theory of matrix function // Procedia Engineering, Volume 111, 2015, pp. 726-733.

Сидоров Владимир Николаевич, советник РААСН, профессор, доктор технических наук, Московский архитектурный институт (государственная академия), кафедра высшей математики и строительной механики, 107031, Россия, г. Москва, ул. Рождественка, дом 11/4, корп. 1, стр. 4;
e-mail: sidorov.vladimir@gmail.com.

Мацкевич Сергей Михайлович, аспирант кафедры информатики и прикладной математики, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет; 129337, Россия, Москва, Ярославское ш., 26; e-mail: zext@mail.ru

Vladimir N. Sidorov, Professor, Dr.Sc., Department of Advanced Mathematics and Structural Mechanics; Moscow Institute of Architecture (State Academy); 11/4, Building 4, Ulitsa Rozhdestvenka, Moscow, 107031, Russia;
e-mail: sidorov.vladimir@gmail.com

Sergey M. Matskevich, Postgraduate Student, Department of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Moscow State University of Civil Engineering; 26, Yaroslavskoye Shosse, Moscow, 129337, Russia;
e-mail: zext@mail.ru

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СОВРЕМЕННЫХ ВИБРОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ МНОГОЭТАЖНОГО СТРОИТЕЛЬСТВА

В.Н. Алехин, А.А. Антипин, С.Н. Городилов, Л.Г. Пастухова

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина,
г. Екатеринбург, РОССИЯ

АННОТАЦИЯ: Авторами проведено численное исследование вибрационного воздействия на проектируемый 11-этажный жилой дом с нежилыми помещениями на 1-м этаже и подземной автостоянкой в г. Екатеринбурге, размещенного непосредственно над тоннелями линии действующего метрополитена, с целью сравнения изолирующей способности различных вибродемпфирующих материалов на примере эластомерного материала Nowelle™, mod 1.10 общего назначения (Россия) и полиуретановых виброизоляционных матов Sylomer AG5004 фирмы «Getzner» (Австрия).

Ключевые слова: численный анализ, виброизоляция, многоэтажное строительство, ПК ЛИРА.

COMPARATIVE DIGITAL ANALYSIS OF VIBRATION ISOLATING MATERIAL FOR MODERN MULTI-STOREY BUILDING

Vladimir N. Alekhin, Alexey A. Antipin, Sergey N. Gorodiliv, Lilia G. Pastukhova

Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, RUSSIA

ABSTRACT: The authors carried out digital study of vibration effects on the designed 11-storey residential building with residential spaces on the 1st floor and an underground car park in Ekaterinburg, placed directly over the existing subway line tunnels, in order to compare the ability of different vibration-damping insulating materials – elastomeric material Nowelle™, mod 1.10 for general purpose (Russia) and polyurethane vibration control mats Sylomer AG5004 company «Getzner» (Austria).

Key words: digital analysis, vibration isolating, multi-storey building, PK LIRA.

Авторами проведено численное исследование в ПК ЛИРА вибрационного воздействия на проектируемый 11-этажный жилой дом с нежилыми помещениями на 1-м этаже и подземной автостоянкой в г. Екатеринбурге. Площадь застройки 1453,3 м². Глубина заложения туннелей на участке планируемого строительства 30 м. Участок под проектируемое строительство выделен непосредственно над тоннелями линии метрополитена, практически посередине прогона между станциями.

В качестве исходных данных использованы результаты экспериментального исследования уровней виброускорения на поверхности грунта на территории проектируемой застройки, выполненные аккредитованной организацией [3]. Экспериментально установлено, что движение поездов создает повышенные уровни вибрации в трех направлениях – горизонтальных X и Y (X совпадает с осью тоннеля метро, а Y – с направлением, поперечным оси метро) и вертикальном Z – в

октавных полосах со среднегеометрическими частотами 31,5 (70...92 дБ) и 63 Гц (73...96 дБ). В октавных полосах со среднегеометрическими частотами 2, 4, 8 и 16 Гц уровень вибрации от прохождения поездов метро не превышает фоновых значений. Таким образом, общая вибрация носит высокочастотный характер. Уровни виброускорения, создаваемые поездами метрополитена на территории проектируемой застройки жилого дома, на 6...15 дБ превышают значения, допустимые для жилых помещений. Известно, что при распространении вибраций с грунта на конструкции здания их величина может изменяться – уменьшаться в конструкциях фундамента и увеличиваться в плитах перекрытий и стенах, что может вызывать повышенные уровни вибрации и шум в помещениях проектируемой застройки [4, 5]. Метод виброизоляции (снижение ее на пути распространения) заключается в использовании слоя упругого (виброизолирующего) материала под фундаментной плитой, а также между вертикальными конструкциями подземной части здания и грунтом.

С целью выбора материала виброизоляции проведен сравнительный численный анализ ожидаемых уровней виброускорений на перекрытиях этажей, на которых располагаются жилые и встроенные нежилые помещения для двух вариантов виброизоляционного слоя:

- 1 – полиуретановых виброизоляционных матов Sylomer AG5004 фирмы «Getzner» (Австрия);
- 2 – эластомерного материала Nowelle™, mod 1.10 общего назначения (Россия).

Для численного анализа была использована расчетная пространственная модель здания, построенная в ПК ЛИРА-САПР (рис. 1). В модель, нагруженную статической нагрузкой, были введены пластинчатые конечные элементы с характеристиками виброизолирующего материала, располагающиеся в основании (рис. 2).

Построено дополнительное нагружение от воздействия вибрации на конструкции здания, при котором спектры динамических воздействий прикладывались к одноузловым конечным элементам упругих связей и передавались в узлы конечных элементов, моделирующих виброизолирующий материал.

С целью достижения правдоподобности прогнозируемых результатов численную модель следовало максимально возможно приблизить к реальным условиям работы конструкций при прохождении электропоездов по тоннелям метрополитена. Представляло интерес учесть два обстоятельства:

- пространственную неравномерность распределения воздействия вибрации на фундаментную плиту,
- нестационарность этого процесса.

Для учета распределения уровней вибрации по площади фундаментной плиты использованы экспериментальные данные исследования уровней виброускорений, выполненные аккредитованной организацией [3].

Замеры были получены для 8-ми точек (№0...№7), по-разному сориентированных относительно оси стволов метрополитена (рис. 3).

Для учета нестационарности – нарастания и затухания уровней вибрации – выполнена цифровая обработка экспериментальных замеров. В нашем распоряжении были данные о динамике уровней виброускорений в период прохождения поездов в обоих направлениях по тоннелям метро.

Результатом обработки экспериментальных замеров зависимости уровней вибрации грунта от времени $La(t)$ (табл. 1) являются акселерограммы $a(t)$ – зависимости виброускорений от времени в период проходов электропоездов по тоннелям метрополитена (табл. 2).

В качестве расчетного интервала времени интегрирования выбран интервал прохождения электропоезда $t = 20$ с.

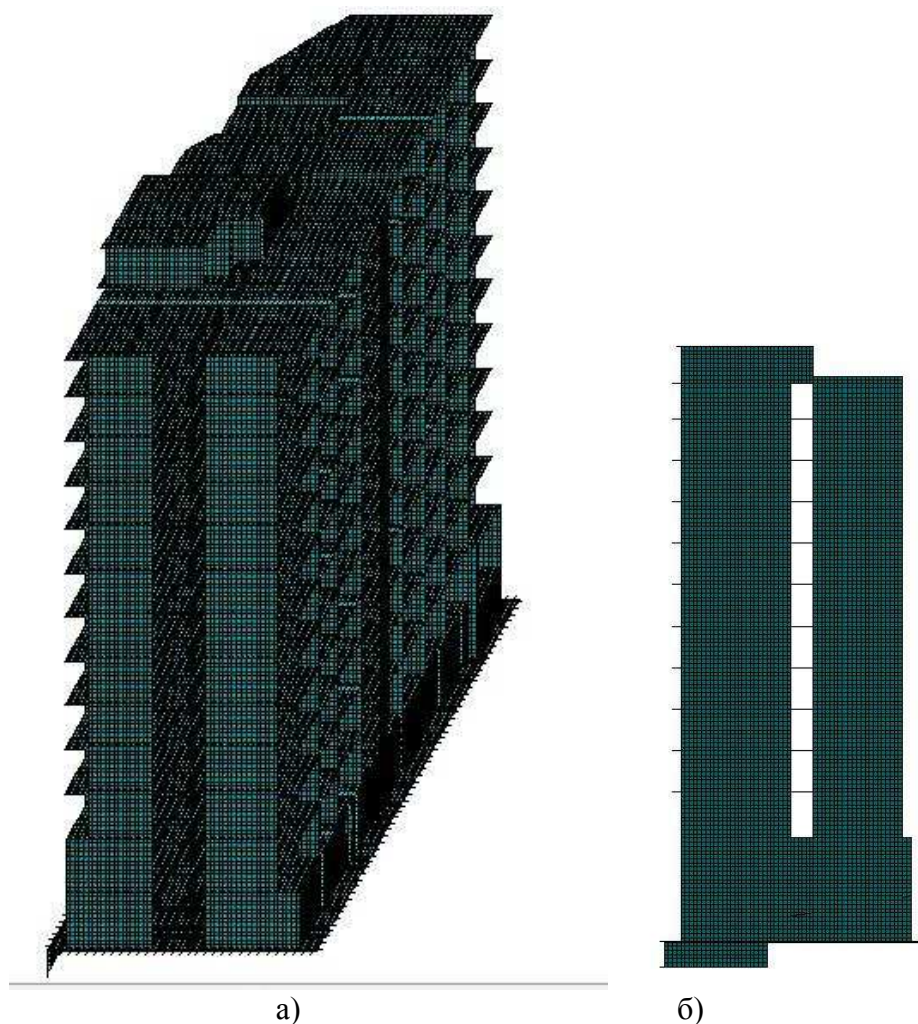


Рис. 1. Конечно-элементная модель в ПК ЛИРА:
а) пространственная конечно-элементная модель; б) поперечный разрез.

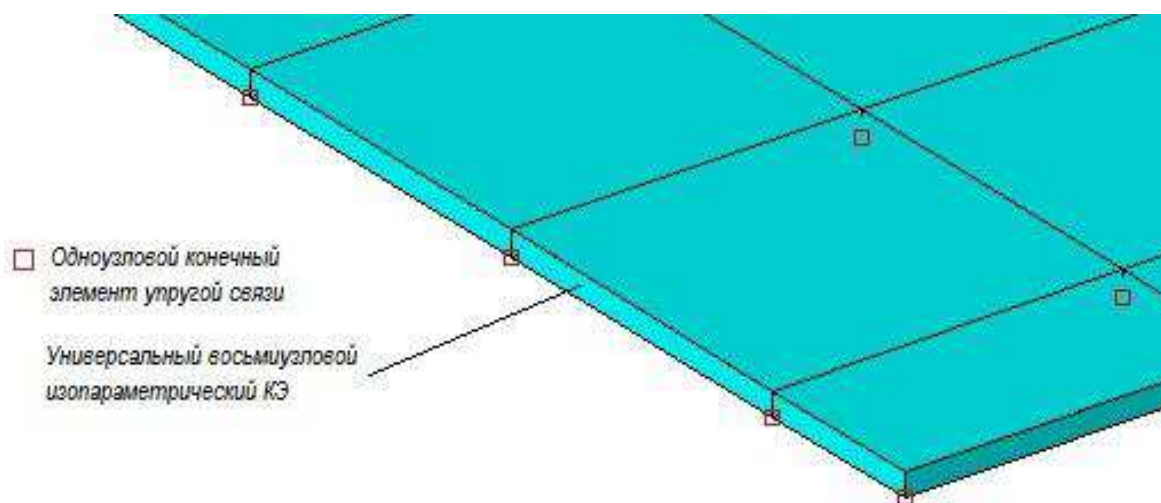


Рис. 2. Пластинчатые конечные элементы с характеристиками виброизолирующего материала.

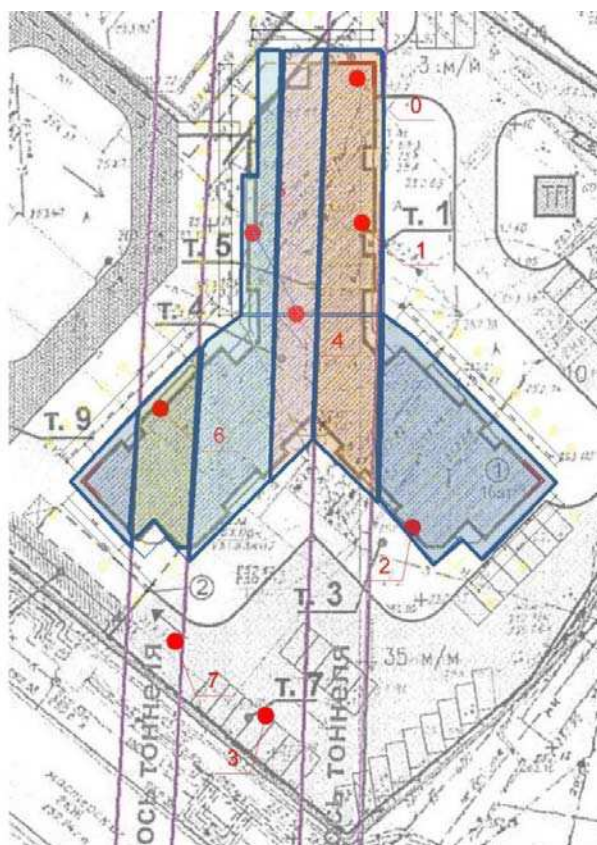


Рис. 3. Зонирование вибрационных нагрузений.

Таблица 1. Динамика уровней вибрации при прохождении электропоездов (пример данных для точки №1, частоты 63 Гц, в вертикальном направлении - по оси Z)

Время, t , с	Уровни вибрации, L_a , дБ	Среднеквадратические значения (СКЗ) виброускорения, a , м/с ²	Максимальные значения виброускорения, a_{max} , м/с ²
132	62,12	0,0013	0,00181
136	67,42	0,0024	0,00332
141	81,82	0,0123	0,01743
145	84,09	0,0160	0,02265
150	71,97	0,0040	0,00561

Переход от уровней виброускорения к среднеквадратическим значениям виброускорения производился по известной зависимости [1]:

$$L_a = 20 \lg \frac{a}{1 \cdot 10^{-6}}, \quad (1)$$

где a – среднеквадратическое значение (СКЗ) амплитуды виброускорения, м/с²; $1 \cdot 10^{-6}$ – опорное значение виброускорения, м/с².

Согласно ГОСТ [2] интервал времени осреднения амплитуд виброускорения составляет не менее 1 с, тогда как расчетный временной шаг Δt принят равным полупериоду максимальной анализируемой частоты

Таблица 2

Акселерограмма для экспорта в ПК ЛИРА
(пример данных для точки №1, частоты 63 Гц, в вертикальном направлении - по оси Z)

Ряды данных	Время, t , с	Максимальные значения виброускорения, a_{max} , м/с ²
1	0	0,001805
2	0,015873	-0,001815
3	0,031746	0,001805
4	0,047619	-0,001815
...	...	...
1420	14,23954	0,022646
1421	14,25542	-0,022646
1422	14,27129	0,022646
1423	14,28716	-0,022646
...	...	...
1996	19,94372	-0,005610
1997	19,95960	0,005610
1998	19,97547	-0,005610
1999	19,99134	0,005610
2000	20,00722	-0,005610

$$\Delta t = \frac{1}{2f_{max}}, \quad (2)$$

$$k = \frac{a_{max}}{a} \quad (3)$$

где f_{max} – частота 63 Гц.

Тогда $\Delta t = 1/(2 \cdot 63) = 1/126 = 0,0079 \approx 0,01$ с.

Для синусоидальных вибраций с постоянными амплитудами среднеквадратическое значение (СКЗ) амплитуды равны самой амплитуде. Очевидно, что вибрации от поездов метрополитена, передающиеся через грунт, носят сложный несинусоидальный полигармонический характер со сложным спектром и с возможными "внутри секундными пиками", для которых не существует простых соотношений между параметрами вибрации. Для учета этого обстоятельства при переводе среднеквадратических значений (СКЗ) амплитуд виброускорения в значения мгновенных амплитуд принято, в соответствии с [2], что отношение пиковых значений к средним квадратическим составляет

где k – пик-фактор, принятый в расчете равным $\sqrt{2} = 1,41$.

В результате реализации численного эксперимента на пространственной конечно-элементной модели получены изменения значения виброускорений во времени с шагом $\Delta t = 0,01$ с при почастотном нагружении в нормируемом диапазоне со среднегеометрическими частотами 2, 4, 8, 16, 31,5 и 63 Гц. Контрольные точки для сравнительного анализа выбраны в узлах модели, расположенных на перекрытиях в центре помещений с наибольшим удалением от стен, как наиболее неблагоприятные для возникновения вертикальных вибраций (рис. 4). Сравнительный анализ результатов пиковых максимумов уровней виброускорений на перекрытиях этажей для двух вариантов вибродемпфирующих слоев приведено в табл. 3.

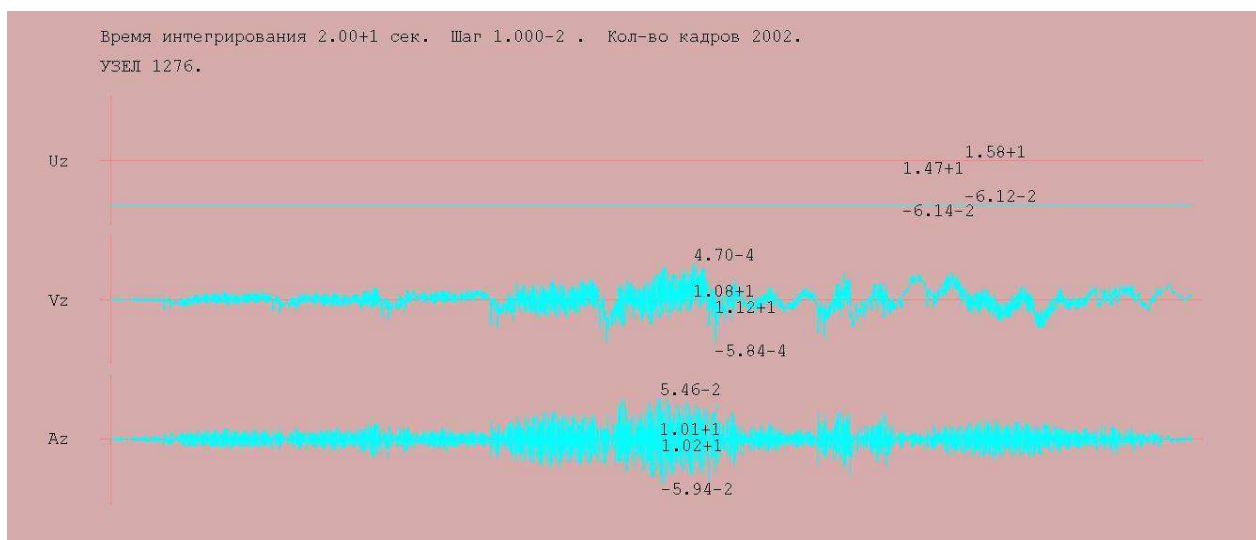


Рис. 4. Результаты численного эксперимента.

Таблица 3. Пиковые максимумы ожидаемых уровней вибрации на перекрытиях этажей, дБ

Этаж	Направление	Silomer (Австрия)	Nowelle (Россия)	Разница уровней вибрации Silomer и Nowelle
Покрытие	X	91	92	-1
	Y	94	94	0
	Z	90	90	0
12 этаж технический	X	87	89	-2
	Y	94	93	1
	Z	91	89	2
11 этаж	X	89	90	-1
	Y	92	93	-1
	Z	90	90	0
10 этаж	X	89	89	0
	Y	90	93	-3
	Z	89	89	0
9 этаж	X	89	88	1
	Y	96	96	0
	Z	89	92	-3
8 этаж	X	90	88	2
	Y	94	97	-3
	Z	91	91	0
7 этаж	X	94	90	4
	Y	97	99	-2
	Z	93	91	2
6 этаж	X	88	89	-1
	Y	99	97	2
	Z	91	92	-1
5 этаж	X	94	94	0
	Y	90	90	0
	Z	87	89	-2
4 этаж	X	94	93	1
	Y	91	89	2
	Z	89	90	-1

Этаж	Направление	Silomer (Австрия)	Nowelle (Россия)	Разница уровней вибрации Silomer и Nowelle
3 этаж	X	92	93	-1
	Y	90	90	0
	Z	90	89	0
2 этаж	X	90	94	-4
	Y	89	89	0
	Z	89	88	1
1 этаж	X	95	95	0
	Y	89	92	-3
	Z	90	88	2



Рис. 5. Процесс укладки виброизоляционного слоя на бетонную подготовку под фундаментную плиту.

В результате сравнительного численного анализа установлено:

1. Абсолютные мгновенные пики уровней виброускорений лежат в пределах:

- для полиуретановых виброизоляционных матов Sylomer

AG5004 фирмы «Getzner» (Австрия) – 85...99 дБ;

- для эластомерного материала Nowelle™, mod 1.10 общего назначения (Россия) – 88...98 дБ.

2. Виброизоляционный материал отечественного производства не уступает

импортному по эффективности в 61% случаев:

- виброизоляционные маты Sylomer AG5004 фирмы «Getzner» (Австрия) – оказались эффективнее на 1..3 дБ в 15 случаях из 39 (38%);
- эластомерный материал Nowelle™, mod 1.10 общего назначения (Россия) оказался на 1..4 дБ эффективнее виброизоляционных матов Sylomer AG5004 фирмы «Getzner» (Австрия) в 11 случаях из 39 (28%);
- оба материала виброизоляции показали одинаковые результаты в 13 случаях из 39 (33%).

3. Применение в проекте жилого дома виброизоляционного слоя из эластомерного материала Nowelle™, mod 1.10 общего назначения (Россия) (рис. 5) по сравнению с матами Sylomer AG5004 фирмы «Getzner» (Австрия) позволил сократить затраты на поставку и монтаж в 2,1 раза (в ценах марта 2015 года).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СН 2.2.4/2.1.8.566-96. Санитарные нормы. Производственная вибрация, вибрация в помещениях жилых и общественных зданий.
2. ГОСТ 31191.1-2004 (ИСО 2631-1:1997). Измерение общей вибрации и оценка ее воздействия на человека. Общие требования.
3. Отчет 04/13-021 об измерениях вибрации метрополитена на территории застройки жилого комплекса по адресу: г. Екатеринбург, ул. Челюскинцев, 82. Научно-технический отчет. ООО «ЛАИСФ», 2013 г.
4. Справочник по защите от шума и вибрации жилых и общественных зданий. Под.ред. Заборова В.И. – Киев. «Будивельнык», 1989 г.

5. **Иванов Н.И.** Инженерная акустика. Теория и практика борьбы с шумом. – М.: Университетская книга, Логос, 2008.

Алехин Владимир Николаевич, советник РААСН, профессор, кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Системы автоматизированного проектирования объектов строительства»; Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина; 620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19, каб. ГУК-100; e-mail: sapros_ustu@mail.ru

Антипин Алексей Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Системы автоматизированного проектирования объектов строительства»; Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина; 620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19, каб. ГУК-100; e-mail: sapros_ustu@mail.ru

Городилов Сергей Николаевич, кандидат технических наук, доцент кафедры «Системы автоматизированного проектирования объектов строительства»; Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина; 620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19, каб. ГУК-100; e-mail: sapros_ustu@mail.ru

Пастухова Лилия Германовна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Гидравлика»; Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина; 620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19, каб. ГУК-100; e-mail: sapros_ustu@mail.ru

Vladimir N. Alekhin, Professor, Ph.D, Head of Department of Computer-Aided Design System in Construction; 620002, 19 Mira street, Ekaterinburg, Russia; e-mail: sapros_ustu@mail.ru

Alexey A. Antipin, Ph.D, Associate Professor of Department of Computer-Aided Design System in Construction; 620002, 19 Mira street, Ekaterinburg, Russia; e-mail: sapros_ustu@mail.ru

Sergey N. Gorodilov, Ph.D, Associate Professor of Department of Computer-Aided Design System in Construction; 620002, 19 Mira street, Ekaterinburg, Russia; e-mail: sapros_ustu@mail.ru

Lilia G. Pastukhova, Ph.D, Associate Professor of Department of Hydraulics; 620002, 19 Mira street, Ekaterinburg, Russia; e-mail: sapros_ustu@mail.ru

О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОВЕДЕНИЯ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ «СООРУЖЕНИЕ – ЖИДКОСТЬ» ЧАСТЬ 1: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ

*А.М. Белостоцкий^{1,3}, П.А. Акимов^{1,2,3}, Т.Б. Кайтуков^{1,2}, И.Н. Афанасьева^{1,3},
В.В. Вершинин¹, Усманов А.Р.¹, Щербина С.В.¹*

¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
г. Москва, РОССИЯ

² Российская академия архитектуры и строительных наук, г. Москва, РОССИЯ

³ ЗАО «Научно-исследовательский центр «СтаДиО», г. Москва, РОССИЯ

Аннотация: В настоящей статье представлены математические постановки задач моделирования поведения связанных систем «сооружение – жидкость». В частности, приведены уравнения, описывающие поведение сооружения, жидкости и соответствующие уравнения условия контактного взаимодействия.

Ключевые слова: связанная система «сооружение – жидкость», математические постановки, математическое моделирование, численное моделирование, контактное взаимодействие

ABOUT NUMERICAL MODELLING OF COUPLED “FLUID – STRUCTURE” SYSTEMS PART 1: MATHEMATICAL FORMULATIONS OF PROBLEMS

*Alexander M. Belostotsky^{1,3}, Pavel A. Akimov^{1,2,3}, Taymuraz B. Kaytukov^{1,2},
Irina N. Afanasyeva^{1,3}, Vladislav V. Vershinin¹, Anton R. Usmanov¹,
Sergey V. Scherbina¹*

¹ National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

² Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, RUSSIA

³ Scientific Research Center “StaDyO”, Moscow, RUSSIA

Abstract: The distinctive paper is devoted to mathematical formulations of fluid – structure interaction problems (FSI). Governing equations for structures and fluids are presented, corresponding interaction equations are under consideration as well.

Keywords: coupled systems “fluid – structure”, mathematical formulations, mathematical modelling, numerical modelling, fluid – structure interaction

ВВЕДЕНИЕ

Задачи взаимодействия конструкций и сооружений с жидкостью (Fluid-Structure Interaction (FSI)) представляют, как известно, большой и неослабевающий интерес в науке, промышленности, биомедицине и других приложениях [1]. Основная сложность моде-

лирования при этом заключается в необходимости получения совместного согласованного решения уравнений динамики конструкции и уравнений движения жидкости. За последние десятилетия разработано большое количество аналитических и полуматематических методов. Однако, данные методы преимущественно применимы для уз-

кого класса задач, а для решения практических (промышленных) проблем в настоящее время, по существу, безальтернативным подходом для решения этих сложных задач является численное моделирование. При этом связанные трехмерные динамические задачи гидроупругости, характерные и научно значимые для различных технических приложений по сей день весьма далеки от своего исчерпывающего решения и требуют научно-методических и программно-алгоритмических разработок и исследований. Среди исследований российских и зарубежных специалистов, посвященных рассматриваемому кругу (и смежных) вопросов, следует отметить работы [1-72]. Представляемая серия работ ориентирована, в частности, на решение исключительно актуального, практически и теоретически значимого вопроса моделирования поведения резервуаров вертикальных стальных цилиндрических (в том числе с учетом наличия понтона (плавающей крыши)) при статических и динамических воздействиях.

1. УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ПОВЕДЕНИЕ СООРУЖЕНИЯ

Лагранжевы уравнения движения для сооружения имеют вид:

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \tau + \bar{f}^B, \quad (1.1)$$

где ρ – плотность; $\bar{u}$ – вектор перемещений сооружения; t – время; τ – тензор напряжений Коши; $\bar{f}^B$ – вектор объемных нагрузок; запись типа $\nabla \cdot$ здесь и далее обозначает действие оператора дивергенции (в деформированном состоянии).

Уравнения (1.1) могут быть линейными или нелинейными, в зависимости от применяемых определяющих соотношений для материала и характера перемещений сооружения (большие или малые).

Соответствующие граничные условия могут быть записаны следующим образом:

$$\bar{u} = \bar{u}_s \quad \text{на части границы } S_u; \quad (1.2)$$

$$\tau \bar{n} = \bar{f}_s \quad \text{на части границы } S_f, \quad (1.3)$$

где S_u и S_f – части границы, на которых соответственно заданы перемещения $\bar{u}_s$ и усилия $\bar{f}_s$; $\bar{n}$ – единичный вектор внешней нормали к границе.

2. УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ПОВЕДЕНИЕ ЖИДКОСТИ

Уравнения движения несжимаемой ньютоновской жидкости (т.е. вязкой жидкости, подчиняющейся при своем течении закону вязкого трения Ньютона) в постановке Лагранжа имеют вид:

$$\rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = \nabla \cdot \tau + \bar{f}^B; \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \bar{v} = 0; \quad (2.2)$$

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} = \tau \cdot D - \nabla \cdot \bar{q} + q^B, \quad (2.3)$$

где ρ – плотность жидкости; $\partial / \partial t$ – полная производная функции в пространственной (деформированной) системе координат; $\bar{v}$ – скорость жидкости; τ – тензор напряжений в жидкости; $\bar{f}^B$ – вектор объемных нагрузок в жидкости; e – удельная внутренняя энергия; D – тензор скоростей деформации,

$$2D = \nabla \bar{v} + (\nabla \bar{v})^T; \quad (2.4)$$

$\bar{q}$ – вектор теплового потока; q^B – теплота, порождаемая единицей объема; записи типа $(\nabla \cdot)$ и (∇) здесь и далее обозначают действие оператора дивергенции и градиента соответственно; запись типа $(\cdot)$ здесь и далее обозначает скалярное произведение.

Уравнения (2.1), (2.2), (2.3) представляет собой соответственно уравнения сохранения количества движения (импульсов), массы и энергии. Основополагающие соотношения для ньютоновской жидкости имеют следующий вид:

$$\tau = [-p + \lambda \nabla \cdot \bar{v}] I + 2\mu D, \quad (2.5)$$

где p – давление жидкости; I – единичный тензор; μ и λ – первый и второй параметры вязкости.

Во многих приложениях гипотеза Стокса

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (2.6)$$

достаточно точно и корректно описывает поведение потока жидкости.

Уравнения, определяющие теплопередачу внутри тела, имеют вид:

$$\bar{q} = -k \nabla \theta, \quad (2.7)$$

где k – тензор проводимости (представляющий собой скалярное значение в случае изотропной среды); θ – температура.

Для решения уравнений (2.1)-(2.3) необходимо использовать уравнения состояния:

$$\rho = \rho(p, \theta); \quad (2.8)$$

$$e = e(p, \theta). \quad (2.9)$$

Для несжимаемой жидкости плотность (каждой частицы жидкости) не зависит от времени, и уравнение (2.2) сводится к

$$\nabla \cdot \bar{v} = 0. \quad (2.10)$$

При рассмотрении идеальной невязкой жидкости зависимость между давлением жидкости p и объемной деформацией ε_V имеет вид:

$$p = -K_f \varepsilon_V, \quad (2.11)$$

где K_f – объемный модуль упругости;

$$\varepsilon_V = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}. \quad (2.12)$$

В условиях малости деформаций справедлива формула:

$$\bar{v} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t}. \quad (2.13)$$

На основании (2.13) и (1.1) в условиях пренебрежения нелинейными составляющими компонент вектора перемещений $\bar{u}$, имеем:

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = K \nabla \varepsilon_V + \bar{f}^B. \quad (2.14)$$

Уравнения (2.14) представляют собой уравнения равновесия линейно упругого тела, записанные в перемещениях в условиях отсутствия объемных сил и пренебрежения упругостью при сдвиге. Объемный модуль упругости является здесь важнейшим учитываемым расчетным параметром (имеем уравнение Навье). Таким образом, идеальная невязкая жидкость может приближенно рассматриваться как несжимаемое упругое твердое тело, при этом на этапе моделирования в Лагранжевой системе координат принимается во внимание лишь объемная упругость.

Уравнений (2.1) и (2.2) достаточно для решения задачи моделирования изотермичного поведения потока несжимаемой жидкости. Уравнение (2.3) в таких случаях можно не рассматривать.

При исследовании сжимаемой жидкости, напротив, требуется совместное решение уравнений (2.1)-(2.3).

Рассмотрение граничных условий, требуемых для корректного решения системы (2.1)-(2.3) в общем случае сжимаемой жидкости представляет собой весьма нетривиальную задачу.

Для подвижных границ задаются условия

$$\bar{u} \cdot \bar{n} = u_s \quad \text{на границе } S_u; \quad (2.15)$$

$$\bar{u} \cdot \bar{t} = u_t \quad \text{на границе } S_u, \quad (2.16)$$

где S_u – часть границы с заданными перемещениями u_s и u_t соответственно в направлении нормали и касательной к границе; $\bar{n}$ – единичный направляющий вектор внешней нормали к границе; $\bar{t}$ – единичный направляющий вектор касательной к границе; $\bar{u}$ – вектор перемещений границы.

Уравнение (2.16) не используется в случае моделирования невязкой жидкости.

При задании условий контакта типа «жидкость – жидкость» необходимо обеспечить выполнение уравнений совместности и равновесия на соответствующей границе. Условия совместности гарантируют равенство скоростей частиц контактирующих жидкостей (при отсутствии проскальзывания), в случае, если обе жидкости вязкие, или равенство составляющих скоростей по нормали к поверхности контакта для обеих жидкостей (при наличии проскальзывания), если хотя бы одна из жидкостей полагается невязкой. Условие равновесия на границе контакта «жидкость – жидкость» имеет вид:

$$(\tau_2 - \tau_1) \cdot \bar{n} = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \bar{n}, \quad (2.17)$$

где τ_1 и τ_2 – тензоры напряжений, соответствующие двум контактирующим жидкостям; $\bar{n}$ – единичный направляющий вектор внешней нормали к первой поверхности; α – коэффициент поверхностного натяжения на границе между жидкостями; R_1 и R_2 – главные радиусы кривизны поверхности контакта (полагаются положительными в случае, если центр кривизны расположен на стороне первой из контактирующих жидкостей и отрицательными в противоположном случае). В условиях пренебрежения эффектами поверхностного натяжения в уравнении (2.17) следует задать $\alpha = 0$.

При задании условий свободной поверхности можно использовать уравнение (2.17) задавая вторую жидкость (как правило, в качестве таковой условно принимается воздух)

лишь давлением p_0 (т.е. жидкость полагается невязкой). Условие равновесия на свободной поверхности имеет вид:

$$-p_0 \bar{n} - \tau \cdot \bar{n} = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \bar{n}, \quad (2.18)$$

где $\bar{n}$ – единичный направляющий вектор внешней нормали к свободной поверхности; R_1 и R_2 – главные радиусы кривизны поверхности контакта (полагаются положительными в случае, если центр кривизны расположен на стороне жидкости).

Ввиду того, что в уравнении (2.18) явным образом фигурирует лишь одна жидкость, этого уравнения недостаточно для описания движения свободной поверхности и требуется задание дополнительных условий. Полагается, что в момент времени t_0 поверхность описывается уравнением

$$S({}^0\bar{x}, t_0) = 0,$$

где ${}^0\bar{x}$ – вектор координат частиц свободной поверхности в момент времени t_0 . Соответствующее граничное условие имеет вид:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = 0. \quad (2.19)$$

Условие (2.19) гарантирует, что частицы, располагающиеся на свободной поверхности в момент времени t_0 остаются на этой поверхности во все остальные моменты времени.

В рамках настоящего исследования рассматриваются резервуар для хранения жидкости со свободной поверхностью и при наличии понтона (плавающей крыши) (рис. 2.1).

Используемые на рис. П.2.1 обозначения: V – область, занимаемая жидкостью; S_w – поверхность контакта типа «сооружение – жидкость»; S_B – нижняя поверхность (дно резервуара); S_F – свободная поверхность жидкости.

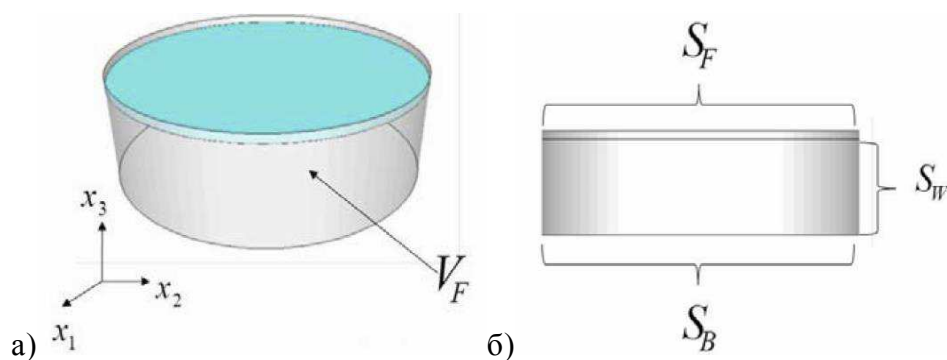


Рис. 2.1. Геометрия рассматриваемого резервуара с жидкостью:

а) область, занимаемая жидкостью; б) граничные поверхности (поверхности контакта).

В целях упрощения в простейшем случае можно полагать свободную поверхность жидкости плоской, причем соответствующая внешняя (наружная) нормаль полагается ориентированной вдоль направления соответствующего переменная x_3 .

Граничное условие на свободной поверхности S_F имеет вид:

$$p = p_0 + \rho_F g u_3, \quad (2.20)$$

где p_0 – давление на свободной поверхности жидкости в спокойном состоянии; g – ускорение свободного падения.

Принцип виртуальных работ, эквивалентный уравнению (2.14) и граничному условию (2.20) имеет вид:

$$\iiint_V \delta \varepsilon_V K_f \varepsilon_V dV = - \iiint_V \delta u_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} dV - \iint_{S_F} \delta u_3 (p_0 + \rho_F g u_3) ds, \quad (2.21)$$

где левая часть уравнения, а также первый и второй члены правой части уравнения представляют собой виртуальную работу, совершаемую внутренней силой, силой инерции и давлением на свободной поверхности соответственно.

3. УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СООРУЖЕНИЯ С ЖИДКОСТЬЮ

При взаимодействии потока вязкой жидкости с твердой средой на контактной поверхности I должны выполняться уравнения равновесия и совместности:

$$\tau^S \cdot \bar{n} = \tau^F \cdot \bar{n}; \quad (3.1)$$

$$\bar{u}^S(t) = \bar{u}^F(t); \quad (3.2)$$

$$\bar{\dot{u}}^S(t) = \bar{\dot{v}}^F(t); \quad (3.3)$$

$$\bar{\ddot{u}}^S(t) = \bar{\ddot{v}}^F(t), \quad (3.4)$$

где $\bar{n}$ – единичный направляющий вектор нормали к поверхности контакта «сооружение – жидкость»; $\bar{u}^S$ и $\bar{u}^F$ – соответственно перемещения сооружения и жидкости (или узлов соответствующей конечноэлементной сетки в рамках метода конечных элементов); $\bar{v}^F$ – скорость жидкости; символ верхней точки здесь и далее обозначает операцию дифференцирования по времени; верхние индексы I, S, F обозначают здесь соответственно контактную поверхность, твердое тело и жидкость.

ЗАМЕЧАНИЯ

Исследования проводились в рамках следующих работ:

1. Проект 7.1.7 «Разработка, исследование и верификация корректных численных методов решения геометрически, физически и конструктивно нелинейных задач деформирования, устойчивости и закритического поведения тонкостенных оболочечно-стержневых конструкций» в рамках Плана фундаментальных научных исследований Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации и Российской академии архитектуры и строительных наук на 2015 год (2013-2015 гг.).
2. Проект 7.1.8 «Разработка, исследование и верификация корректных многоуровневых численных и численно-аналитических методов локального расчета строительных конструкций на основе кратномасштабного вейвлет-анализа» в рамках Плана фундаментальных научных исследований Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации и Российской академии архитектуры и строительных наук на 2015 год (2013-2015 гг.).
3. **Белостоцкий А.М.** Численное моделирование статического и динамического напряженно-деформированного состояния пространственных систем «сооружение – основание – водохранилище» с учетом нелинейных эффектов открытия – закрытия швов и макротрещин: Дис. на соиск. учен. степ. д-ра техн. наук: 05.23.07. МГУП. М., 1998. – 367 с.
4. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н.** О моделировании систем «сооружение – жидкость». Библиографический обзор. Часть 1: Постановки и методы математического моделирования поведения сооружения и жидкости. // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, Volume 10, Issue 4, 2014, pp. 29-53.
5. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Дмитриев Д.С., Усманов А.Р., Чужинов А.С., Щербина С.В.** Постановка, конечноэлементная аппроксимация и алгоритмы решения задач расчетного обоснования связанных систем «сооружение–жидкость». // *Строительная механика и расчет сооружений*, №5, 2014, с. 21-27.
6. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Дмитриев Д.С., Усманов А.Р., Чужинов А.С., Щербина С.В., Мсхалая Ж.И.** О методах численного моделирования связанных систем «сооружение жидкость». // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, Volume 10, Issue 4, 2014, pp. 54-74.
7. Верификационный отчет по ПК ANSYS Mechanical (4 тома). – М.: ЗАО НИЦ «СтаДиО», ГОУ ВПО МГСУ, 2009 г. Свидетельство РААЧН о верификации ПС № 02/ANSYS/2009 от 10.07.2009 года.
8. **Голуб Дж., Ван Лоун Ч.** Матричные вычисления.–М.: Мир, 1999.–548 с.
9. **Гольденблат И.И., Николаенко Н.А.** Расчет конструкций на действие сейсми-

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Афанасьева И.Н.** Адаптивная методика численного моделирования трехмерных динамических задач строительной аэрогидроупругости. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». – М.: МГСУ, 2014. – 200 с.
2. **Басов К.А.** ANSYS для конструкторов. – М.: ДМК Пресс, 2009. – 248 с.
3. **Басов К.А.** ANSYS. Справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2011. – 640 с.
4. **Басов К.А.** CATIA и ANSYS. Твердотельное моделирование. – М.: ДМК пресс, 2009. – 240 с.
5. **Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.** Численные методы. – М.: Бинном. Лаборатория знаний, 2008. – 640 с.

- ческих и импульсивных сил. – М.: Госстройиздат, 1961. – 320 с.
13. **Гольденблат И.И., Николаенко Н.А., Поляков С.В., Ульянов С.В.** Модели сейсмостойкости конструкций. – М.: Наука, 1979. – 252 с.
 14. **Городецкий А.С., Евзеров И.Д.** Компьютерные модели конструкций. – Киев: Издательство «Факт», 2005. – 340 с.
 15. **Деммель Дж.** Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. – М.: Мир, 2001. – 430 с.
 16. **Джинчвелашвили Г.А.** Нелинейные динамические методы расчета зданий и сооружений с заданной обеспеченностью сейсмостойкости. : Дис. на соиск. учен. степ. д-ра техн. наук: 05.23.07. МГСУ. М., 2015. – 426 с.
 17. **Джордж А., Лю Дж.** Численное решение больших разреженных систем уравнений. – М.: Мир, 1984, 336 с.
 18. **Еленицкий Э.Я.** Обеспечение сейсмостойкости вертикальных цилиндрических стальных резервуаров. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2006, №5, с. 45-50.
 19. **Еленицкий Э.Я.** Несущая способность корпуса вертикальных цилиндрических стальных резервуаров в условиях сейсмического воздействия. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2009, №1.
 20. **Еленицкий Э.Я.** Проблемы нормативно-технической базы в отечественном резервуаростроении. // Нефть, Газ и Бизнес, 2006, №6, с. 62-63.
 21. **Зенкевич О.** Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1978. – 541 с.
 22. **Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А.** ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. – М.: ЛИБРОКОМ, 2009. – 269 с.
 23. **Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Микитаренко М.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А.** SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD. – М.: АСВ, 2008. – 592 с.
 24. **Клаф Р., Пензиен Дж.** Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
 25. **Лантух-Лященко А.И.** ЛИРА. Программный комплекс расчета и проектирования конструкций. – К.: – М.: «ФАКТ», 2001. – 359 с.
 26. **Перельмутер А.В., Сливкер В.И.** Расчетные модели сооружений и возможности их анализа. – Киев: Сталь, 2002. – 445 с.
 27. **Писсанецки С.** Технология разреженных матриц. – М.: Мир, 1988. – 410 с.
 28. **Секулович М.** Метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1993. – 664 с.
 29. **Сеницкий Ю.Э., Еленицкий Э.Я., Дидковский О.В.** К вопросу о нормативных требованиях по расчету вертикальных цилиндрических стальных резервуаров в условиях сейсмического воздействия. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2006, №4, с. 65-70.
 30. **Сеницкий Ю.Э., Еленицкий Э.Я., Дидковский О.В.** Определение импульсивной и конвективной составляющих гидродинамического давления жидкости в цилиндрических резервуарах при сейсмическом воздействии. // Известия вузов, 2005, № 5, с. 18-26.
 31. **Сухоруков В.В.** Autodesk Robot Structural Analysis Professional. Проектно-вычислительный комплекс. – М.: АСВ, 2009. – 128 с.
 32. **Уздин А.М.** Что скрывается за линейно-спектральной теорией сейсмостойкости. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2009, № 2, с. 18-22.
 33. **Хечумов Р.А., Кепплер Х., Прокопьев В.И.** Применение метода конечных элементов к расчету конструкций. – М.: АСВ, 1994. – 353 с.
 34. **ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко.** Рекомендации по расчету стальных вертикальных цилиндрических резервуаров на сейсмические воздействия (Пуховский А.Б., Складнев Н.Н., Денисов Б.Е., Марьямис А.Я.), Кишинев, 1994, 39 с.

35. **Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф.** ANSYS для инженеров. Справочное пособие. – М.: Машиностроение – 1, 2004. – 512 с.
36. **Шимкович Д.Г.** Femap & Nastran. Инженерный анализ методом конечных элементов. – М.: ДМК пресс, 2008. – 702 с.
37. **Anumod A.S., Harinarayanan S., Usha S.** Finite Element Analysis of Steel Storage Tank Under Siesmic Load. // International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA). Trends and Recent Advances in Civil Engineering (TRACE- 24th-25th January 2014), pp. 47-54.
38. **Atluri S.N.** Alternate stress and conjugate strain measures, and mixed variational formulations involving rigid rotations, for computational analysis of finitely deformed solids, with application to plates and shells. // I. Theory. Computers & Structures, 1984, Vol. 18, pp. 93-116.
39. **Bathe K.J.** Finite Element Procedures, Prentice-Hall, New York, 1996.
40. **Bathe K.J., Zhang H., Ji S.** Finite element analysis of fluid flows fully coupled with structural interactions. // Computers & Structures, 1999, Vol. 72, pp. 1-16.
41. **Bathe K.J., Zhang H., Wang M.H.** Finite element analysis of incompressible and compressible fluid flows with free surfaces and structural interactions. // Computers & Structures, 1995, Vol. 56, pp. 193-213.
42. **Bathe K.J., Zhang H., Zhang X.** Some advances in the analysis of fluid flows. // Computers& Structures, 1997, Vol. 64, pp. 909-930.
43. **Bathe K.J., Zhang H., Zhang X.** Some advances in the analysis of fluid flows. // Computers& Structures, 1997, Vol. 64, pp. 909-930.
44. **Belostosky A.M., Akimov P.A., Kaytukov T.B., Afanasyeva I.N., Usmanov A.R., Scherbina S.V., Vershinin V.V.** About Finite Element Analysis of Fluid – Structure Interaction Problems. // Procedia Engineering, Volume 91, 2014, pp. 37-42.
45. **Belostosky A.M., Akimov P.A., Kaytukov T.B., Afanasyeva I.N., Usmanov A.R., Scherbina S.V., Vershinin V.V.** Numerical simulation of oil tank behavior under seismic excitation. fluid – structure interaction problem solution. // Procedia Engineering, Volume 111, 2015, pp. 115-120.
46. **Belytschko T., Bindeman L.P.** Assumed strain stabilization of the eight node hexahedral element. // Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., 105(2), 1993, pp. 225-260.
47. **Belytschko T., Liu W.K., Moran B.** Non-linear Finite Elements for Continua and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2000.
48. BS 2654. British standard specification for manufacture of vertical steel welded non-refrigerated storage tanks with butt-welded shells for the petroleum industry.
49. **Calayir Y., Dumanoglu A.A.** Static and dynamic analysis of fluid and fluid-structure systems by the Lagrangian method. // Comput. Struct., 49(4), 1993, pp. 625-632.
50. **Chen H.C., Taylor R.L.** Vibration analysis of fluid-solid systems using a finite element displacement formulation. // Numer. Meth. Eng., 29(4), 1990, pp. 683-698.
51. **Dogangun A., Durmus A., Ayvaz Y.** Static and dynamic analysis of rectangular tanks by using the Lagrangian fluid finite element. // Comput. Struct., 59(3), 1996, pp. 547-552.
52. **Dokainish M.A., Subbaraj K.** A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics-I, Explicit methods. // Comput. Structures, 32 (6), 1989, pp. 1371-1386.
53. EN 14015. Specification for the design and manufacture of site built, vertical, cylindrical, flat-bottomed, above ground, welded, steel tanks for the storage of liquids at ambient temperature and above.
54. **Farhat C., Lesoinne M., Maman N.** Mixed explicit/implicit time integration of coupled aeroelastic problems: three-field formulation, geometric conservation and distributed solution. // International Journal

- for Numerical Methods in Fluids, 1995, Vol. 21, pp. 807-835.
55. **Fung Y.C.** Foundations of Solid Mechanics. Englewood Cliffs, NJ, USA, 1965.
56. **Golzar F.G., Shabani R., Tariverdilo S., Rezazadeh G.** Sloshing Response of Floating Roofed Liquid Storage Tanks Subjected to Earthquakes of Different Types. // Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 134, 2012, pp. 051801.
57. **Hamdan F.H.** Near-field fluid-structure interaction using Lagrangian fluid finite elements. // Comput. Struct., 71(2), 1999, pp. 123-141.
58. **Helwany S.** Applied Soil Mechanics with ABAQUS Applications. Wiley, 2007 – 400 pages.
59. **Kim Y.S., Yun C.B.** A spurious free four-node displacement-based fluid element for fluid-structure interaction. // Eng. Struct., 19(8), 1997, pp. 665-678.
60. **Matsui T.** Sloshing in a cylindrical liquid storage tank with a single-deck type floating roof under seismic excitation. // J. Press. Vess. T. – ASME, 131(2), 021303, 2009, pp. 1-10.
61. **Nagashima T.** Numerical simulation of the seismic response of a thin-walled cylindrical liquid storage tank. // Proceedings of the 1st International Symposium for Integrated Predictive Simulation System for Earthquake and Tsunami Disaster, Tokyo, Japan, October, 2006.
62. **Nagashima T., Tsukuda T.** Seismic response analysis of an oil storage tank using Lagrangian fluid elements. // Coupled Systems Mechanics, Vol. 2, No. 4, 2013, pp. 389-410.
63. **Ormeno M., Larkin T., Chouw N.** Influence of uplift on liquid storage tanks during earthquakes. // Coupled Syst. Mech. Int. J., 1(4), 2012, pp. 311-324.
64. **Park K.C.** Partitioned transient analysis procedures for coupled-field problems: stability analysis. // Journal of Applied Mechanics, 1980, Vol. 47, pp. 370-376.
65. **Park K.C., Felippa C.A.** Partitioned transient analysis procedures for coupled-field problems: accuracy analysis. // Journal of Applied Mechanics, 1980, Vol. 47, pp. 919-926.
66. **Parrinello F., Borino G.** Lagrangian finite element modelling of dam-fluid interaction: Accurate absorbing boundary conditions. // Comput. Struct., 85(11-14), 2007, pp. 923-943.
67. **Piperno S., Farhat C., Larrouturou B.** Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems. Part I: Model problem, theory and two-dimensional application. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1995, vol. 124, pp. 79-112.
68. **Rugonyi S., Bathe K.J.** On Finite Element Analysis of Fluid Flows Fully Coupled with Structural Interactions. // CMES, 2001, Vol. 2, no. 2, pp.195-212.
69. **Rugonyi S., Bathe K.J.** On the analysis of fully-coupled fluid flows with structural interaction – a coupling and condensation procedure. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2000, Vol. 1, pp. 29-41.
70. **Rugonyi S., Bathe K.J.** On the analysis of fully-coupled fluid flows with structural interaction – a coupling and condensation procedure. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2000, Vol. 1, pp. 29-41.
71. **Subbaraj K., Dokainish M.A.** A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics-II. Implicit methods. // Comput. Structures, 32 (6), 1989, pp. 1387-1401.
72. **Wilson E.L., Khalvati M.** Finite elements for the dynamic analysis of fluid-solid systems. // Numer. Meth., 19(11), 1983, pp. 1657-1668.

Белостоцкий Александр Михайлович, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, генеральный директор ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО», директор Научно-

образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (495) 737-40-81; +7 (499) 929-50-17; e-mail: stadyo@stadyo.ru, niccm@mgsu.ru

Акимов Павел Алексеевич, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук; Главный ученый секретарь РААСН; заведующий кафедрой информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94, e-mail: pavel.akimov@gmail.com

Кайтуков Таймураз Батразович, кандидат технических наук, доцент; заместитель главного ученого секретаря РААСН; доцент кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94, e-mail: tkaytukov@gmail.com

Афанасьева Ирина Николаевна, кандидат технических наук, старший инженер-расчетчик ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО» (ЗАО НИЦ «СтаДиО»), ассистент кафедры Информатики и прикладной математики, младший научный сотрудник Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», 129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, дом 26, e-mail: rena1986@mail.ru.

Вершинин Владислав Викторович, младший научный сотрудник Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Усманов Антон Равильевич, инженер Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Щербина Сергей Викторович, инженер Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Alexander M. Belostotsky, Corresponding Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, PhD, Professor, Director of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia; phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: stadyo@stadyo.ru, niccm@mgsu.ru

Pavel A. Akimov, Corresponding Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, PhD, Professor, Executive Scientific Secretary of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94, e-mail: pavel.akimov@gmail.com

Taymuraz B. Kaytukov, PhD, Associate Professor; Deputy Executive Scientific Secretary of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94, e-mail: tkaytukov@gmail.com

Irina N. Afanasyeva, PhD, senior engineer-analyst of Research Center StaDyO, Assistant of Department of Applied Mathematics and Information Technology, junior researcher of Center of computing modeling, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, e-mail: rena1986@mail.ru.

Vladislav V. Vershinin, Junior Research Scientist of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Anton R. Usmanov, Engineer of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Sergey V. Scherbina, Engineer of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОВЕДЕНИЯ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ «СООРУЖЕНИЕ – ЖИДКОСТЬ» ЧАСТЬ 2: АППРОКСИМАЦИЯ И ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ

*А.М. Белостоцкий^{1,3}, П.А. Акимов^{1,2,3}, Т.Б. Кайтуков^{1,2}, И.Н. Афанасьева^{1,3},
В.В. Вершинин¹, Усманов А.Р.¹, Щербина С.В.¹*

¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
г. Москва, РОССИЯ

² Российская академия архитектуры и строительных наук, г. Москва, РОССИЯ

³ ЗАО «Научно-исследовательский центр «СтаДиО», г. Москва, РОССИЯ

Аннотация: В настоящей статье рассматриваются вопросы аппроксимации и численного решения задач моделирования поведения связанных систем «сооружение – жидкость». В частности, представлены: конечноэлементная аппроксимация уравнений, описывающих поведение сооружения, конечноэлементная аппроксимация уравнений, описывающих поведение жидкости, связанная система уравнений взаимодействия сооружения с жидкостью, описана дискретизация по времени, приведен обзор алгоритмов (методов) решения разрешающих систем линейных алгебраических уравнений.

Ключевые слова: связанная система «сооружение – жидкость», математические постановки, математическое моделирование, численное моделирование, контактное взаимодействие

ABOUT NUMERICAL MODELLING OF COUPLED “FLUID – STRUCTURE” SYSTEMS PART 2: APPROXIMATION AND NUMERICAL SOLUTION

*Alexander M. Belostotsky^{1,3}, Pavel A. Akimov^{1,2,3}, Taymuraz B. Kaytukov^{1,2},
Irina N. Afanasyeva^{1,3}, Vladislav V. Vershinin¹, Anton R. Usmanov¹,
Sergey V. Scherbina¹*

¹ National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

² Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, RUSSIA

³ Scientific Research Center “StaDyO”, Moscow, RUSSIA

Abstract: The distinctive paper is devoted to approximation and numerical solution of coupled systems “fluid – structure”. Finite element approximation of governing equations for structure, finite element approximation of governing equations for fluid, coupled set of equations for fluid – structure interaction problems (FSI), corresponding time integration schemes and algorithms (methods) of solution of systems of linear algebraic equations are under consideration.

Keywords: coupled systems “fluid – structure”, mathematical formulations, mathematical modelling, numerical modelling, fluid – structure interaction

Для аппроксимации уравнений (1.1) и (2.1)-(2.3), приведенных в [8], используется метод конечных элементов (МКЭ), который позволяет выполнять комплексный расчет систем

типа «сооружение – жидкость» при самых общих принятых предположениях о поведении системы, видах нагрузок и граничных

условий, характере напряженно-деформированного и иного состояния [1-73]. В целях упрощения можно рассматривать уравнения Навье-Стокса для несжимаемой (почти несжимаемой) жидкости совместно с соответствующими уравнениями механики деформируемого твердого тела, дискретизируемые в рамках постановки задачи в перемещениях. Можно пренебречь тепловыми эффектами.

1. КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ПОВЕДЕНИЕ СООРУЖЕНИЯ

Линеаризованные конечноэлементные уравнения, описывающие поведение сооружения без учета диссипации, в момент времени t имеют вид:

$$M_u \ddot{u} + K_u \dot{u} = \bar{R}_u - \bar{F}_u, \quad (1.1)$$

где M_u – матрица масс; K_u – матрица касательной жесткости; $\dot{u}$ – вектор инкрементальных узловых перемещений; $\bar{R}_u$ – вектор приложенных внешних нагрузок; $\bar{F}_u$ – вектор известных параметров линеаризации. При линейном отклике конструкции также используется уравнение (1.1), причем $\bar{F}_u = 0$ и соответственно вектор $\dot{u}$ представляет собой вектор узловых тотальных (не инкрементальных) перемещений.

2. КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ПОВЕДЕНИЕ ЖИДКОСТИ

При использовании постановки Лагранжа для описания поведения жидкости линеаризованные дискретные аналоги уравнений Навье-Стокса имеют вид:

$$[M_v \quad \hat{M}_v] \begin{bmatrix} \dot{\bar{v}} \\ \dot{\bar{u}} \end{bmatrix} + [K_v \quad \hat{K}_v] \begin{bmatrix} \bar{v} \\ \bar{u} \end{bmatrix} = \bar{R}_v - \bar{F}_v, \quad (2.1)$$

где M_v – матрица масс жидкости; K_v – матрица касательной жесткости жидкости; $\hat{M}_v$ и $\hat{K}_v$ – матрицы масс и касательной жесткости, соответствующие линеаризованным членам постановки Лагранжа, связанные с аппроксимирующей сеткой; $\bar{v}$ – вектор инкрементальных узловых скоростей; $\bar{u}$ – вектор инкрементальных перемещений и скоростей узлов сетки; $\bar{R}_v$ – вектор приложенных внешних нагрузок после дискретизации; $\bar{F}_v$ – вектор соответствующих известных параметров линеаризации.

Узловые перемещения конечноэлементной сетки вычисляются на поверхностях контакта «сооружение – жидкость», «жидкость – жидкость», свободных поверхностях и непосредственным образом задаются на подвижных границах. Перемещения во внутренних узлах сетки (т.е. в тех, которые не находятся на поверхностях контакта) могут определяться произвольным образом, в соответствии с задачей обеспечения корректности (регулярности, невырожденности) сетки во все моменты времени. Для вычисления перемещений сетки могут использоваться различные процедуры. Один из наиболее эффективных и распространенных способов вычисления перемещений внутренних узлов сетки, аппроксимирующей жидкость, предусматривает решение уравнения Лапласа или соответствующего уравнения для псевдоупругого тела на заданной сетке с граничными условиями в перемещениях сетки на контактных поверхностях или подвижных границах. Данный подход традиционно достаточно удобен, за исключением ситуаций, когда сетка, аппроксимирующая жидкость, чрезмерно деформируется. При решении задач, в которых область занимаемая жидкостью на каком-то промежуточном этапе претерпевает существенные изменения по сравнению с начальным состоянием, требуется

предусматривать процедуру актуализации сетки, связанную с применением целого ряда продвинутых специализированных технологий (допущение проскальзывания узлов сетки вдоль контактных поверхностей; использование технологий «ведущий и ведомый узлы»; использование процедур коррекции (совершенствования) сетки).

В частности, при проведении динамического расчета в условиях действия теории малых деформаций и пренебрежения начальными напряжениями можно положить величину p_0 в (2.1) равной нулю. Левая часть (2.1) и первый член правой части (2.1) соответствуют деривации (производной) локальной матрицы жесткости и матрицы масс для конечного элемента жидкости. Второй член в правой части (2.1) соответствует деривации жесткости, обусловленной подъемом поверхности жидкости.

3. СВЯЗАННАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СООРУЖЕНИЯ С ЖИДКОСТЬЮ

Для решения задачи расчета связанной системы «сооружение – жидкость» в рамках метода конечных элементов требуется рассмотреть совместно дискретные уравнения (1.1) и (2.1) с использованием уравнений равновесия и кинематических соотношений на соответствующих контактных поверхностях.

С использованием введенных ранее индексов I, S, F , отражающих соответственно принадлежность к контактной поверхности, твердому телу или жидкости (и к соответствующим степеням свободы), в предположении, что на контактной поверхности не приложено каких-либо внешних нагрузок, уравнение равновесия имеет вид:

$$\bar{R}_u^I + \bar{R}_v^I = 0. \quad (3.1)$$

Уравнения совместности имеют вид:

$$\bar{u}^S = \bar{u}^F; \quad (3.2)$$

$$\bar{\dot{u}}^S = \bar{\dot{u}}^F; \quad (3.3)$$

$$\bar{\ddot{u}}^S = \bar{\ddot{u}}^F, \quad (3.4)$$

Здесь, следуя (1.1) и (2.1), $\bar{u}$ и $\bar{v}$ – соответственно приращения узловых перемещений и скоростей (и непосредственно тотальные узловые перемещения и скорости сетки, удовлетворяющие тем же уравнениям).

Уравнению (3.4), как правило, удовлетворить наиболее трудно – на практике соответствующее равенство в общем случае не выполняется точно для всего временного интервала. Условие (3.4) может быть несколько ослаблено, если искать численное решение связанной системы линеаризованных уравнений в рамках безусловно устойчивой схемы интегрирования по времени.

После отделения контактных степеней свободы от степеней свободы во внутренних узлах сетки, уравнения (2.1) принимают вид:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_v^{II} & M_v^{IF} \\ M_v^{FI} & M_v^{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\dot{v}}^I \\ \bar{\dot{v}}^F \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} K_v^{II} + \hat{M}_v^{II} & K_v^{IF} \\ K_v^{FI} + \hat{M}_v^{FI} & K_v^{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v}^I \\ \bar{v}^F \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} \hat{K}_v^{II} & 0 \\ \hat{K}_v^{FI} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}^I \\ \bar{u}^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{R}_v^I \\ \bar{R}_v^F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{F}_v^I \\ \bar{F}_v^F \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где $\bar{u}^F$ – вектор приращений внутренних частиц жидкости, которые, разумеется, не вычисляются.

На основании уравнений (1.1) и (3.1)-(3.5) связанная система уравнений для расчета системы «сооружение – жидкость» имеет вид:

$$A\bar{\ddot{U}} + B\bar{\dot{U}} + C\bar{U} = \bar{G}, \quad (3.6)$$

$$\text{где } A = \begin{bmatrix} M_u^{SS} & M_u^{SI} & 0 \\ M_u^{IS} & M_u^{II} + M_v^{II} & M_v^{IF} \\ 0 & M_v^{FI} & M_v^{FF} \end{bmatrix}; \quad (3.7)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_v^{II} + \hat{M}_v^{II} & K_v^{IF} \\ 0 & K_v^{FI} + \hat{M}_v^{FI} & K_v^{FF} \end{bmatrix}; \quad (3.8)$$

$$C = \begin{bmatrix} K_u^{SS} & K_u^{SI} & 0 \\ K_u^{IS} & K_u^{II} + \hat{K}_v^{II} & 0 \\ 0 & \hat{K}_v^{FI} & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.9)$$

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} \bar{R}_u^S \\ 0 \\ \bar{R}_u^F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{F}_u^S \\ \bar{F}_u^I + \bar{F}_v^I \\ \bar{F}_v^F \end{bmatrix}; \quad \bar{U} = \begin{bmatrix} \bar{u}^S \\ \bar{u}^I \\ \bar{u}^F \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Для решения системы (3.6) необходимо перейти от непрерывного характера дифференцирования по времени к дискретному. Система (3.6) после использования соответствующей схемы интегрирования по времени имеет вид:

$$\begin{bmatrix} \tilde{K}_u^{SS} & \tilde{K}_u^{SI} & 0 \\ \tilde{K}_u^{IS} & \tilde{K}_u^{II} + \tilde{K}_v^{II} & \tilde{K}_v^{IF} \\ 0 & \tilde{K}_v^{FI} & \tilde{K}_v^{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}^S \\ \bar{U}^I \\ \bar{U}^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{R}_u^S \\ 0 \\ \bar{R}_v^F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{F}_u^S \\ \tilde{F}_u^I + \tilde{F}_v^I \\ \tilde{F}_v^F \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

где $\tilde{K}$ – соответствующая линеаризованная матрица коэффициентов; $\bar{U}$ – вектор инкрементальных узловых перемещений/скоростей; $\bar{R}$ – вектор приложенных внешних сил после дискретизации; $\tilde{F}$ – вектор, содержащих известные параметры линеаризации и дискретизации по времени.

Вектор $\bar{U}^S$ содержит перемещения, вектор $\bar{U}^F$ – скорости, а в векторе $\bar{U}^I$ в общем случае могут находиться как перемещения, так и скорости (перемещения являются основными переменными (и более предпочтительными)).

На практике, как правило, удобно дискретизировать сооружение и жидкость, используя совершенно разные аппроксимирующие сетки. Для моделирования жидкости, ввиду специфики соответствующих задач традиционно применяются более густые сетки (при использовании уравнений Навье-Стокса), по сравнению с теми, которые применяются для моделирования сооружения.

Вне зависимости от характера конечноэлементных сеток, применяемых на этапе дискретизации жидкости и сооружения, должны вы-

полняться уравнения равновесия и совместности (3.1)-(3.4) на поверхности их контакта.

Для обеспечения выполнения условий равновесия следует вычислить нагрузки, действующие на сооружение и обусловленные наличием жидкости, и далее использовать результаты вычислений при формировании соответствующей матрицы коэффициентов для связанной системы «сооружение – жидкость», относящейся к скоростям (матрицы $\tilde{K}_v^{IF}$ и $\tilde{K}_v^{II}$ при использовании скоростей в качестве соответствующих векторов). Для вычисления элементов указанной матрицы коэффициентов определяются напряжения в жидкости на контактной поверхности $\tilde{f}_F^I(s)$, где s – переменная, отвечающая контактной поверхности и далее на основании найденных напряжений вычисляются нагрузки на конструкции, обусловленные действием жидкости:

$$\bar{F} = \int_{S_I} (H^S)^T \tilde{f}_F^I(s) ds, \quad (3.12)$$

где H^S – матрица функций формы (интерполяционная матрица) для перемещений сооружения, определенная на контактной поверхности; верхний индекс T здесь и далее обозначает операцию транспонирования; S_I – поверхность контакта «сооружение – жидкость». Используя разложение в ряд Тейлора для силы $\bar{F}$, имеем:

$$\bar{F} = \bar{F}_0 + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{v}} \bar{v}, \quad (3.13)$$

где $\bar{F}_0$ – исходное значение $\bar{F}$ (полученное на предыдущей итерации или шаге по времени/шаге приложения нагрузки); $\bar{v}$ – вектор приращений узловых скоростей; $\partial \bar{F} / \partial \bar{v}$ – соответственно матрица коэффициентов, связанная с узловыми скоростями в жидкости. Условия совместности должны также выполняться на поверхности контакта двух сред. Ввиду того, что скорости и перемеще-

ния в этой зоне связаны между собой в рамках схемы интегрирования по времени, все контактные степени свободы могут быть выражены в перемещениях. Далее с помощью функций формы, используемых для аппроксимации соответствующих полей в конструкциях, степени свободы жидкости выражаются в терминах перемещений. Таким образом, перемещения (и следовательно скорости) жидкости выражаются через перемещения сооружения, удовлетворяя в таком виде условиям совместности.

4. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ПО ВРЕМЕНИ

Выбор схемы интегрирования по времени – один из определяющих факторов при решении динамических задач расчета связанных систем «сооружение – жидкость».

Для большинства приложений целесообразно использовать неявную схему, которая является безусловно устойчивой (для линейаризованной задачи). Таким образом, отсутствуют ограничения, налагаемые на шаг по времени по причине отсутствия опасности вычислительной неустойчивости процесса, остается руководствоваться только лишь требованиями по обеспечению необходимого уровня точности.

Безусловная устойчивость уравнений, описывающих поведение жидкости и сооружения, достигается, прежде всего, за счет грамотного выбора схемы интегрирования по времени, при этом для связанных систем такая задача является весьма нетривиальной. С одной стороны непосредственное решение задачи диктует необходимость использования одного и того же шага интегрирования по времени для жидкости и для сооружения, но с другой – здесь дает о себе знать специфическая проблема: в уравнения, описывающие поведение сооружения, входит вторая производная по времени, а в уравнения, описывающие поведение жидкости – только лишь первая. Переход от n дифференциальных уравнений второго порядка, описываю-

щих поведение сооружения, к соответствующим $2n$ дифференциальным уравнениям первого порядка влечет за собой существенное увеличение объема вычислительной работы.

Сложность анализа устойчивости связанных систем «сооружение – жидкость» обусловлена отсутствием симметричности и положительной определенности соответствующих матриц, формируемых на основе конечноэлементной аппроксимации уравнений Навье-Стокса.

Неявный метод Ньюмарка основан на методе конечных разностей (МКР) в интервале времени Δt , в котором предполагается, что

$$\bar{\ddot{U}}_{k+1} = \bar{\ddot{U}}_k + [(1-\delta)\bar{\ddot{U}}_k + \delta\bar{\ddot{U}}_{k+1}]\Delta t; \quad (4.1)$$

$$\bar{U}_{k+1} = \bar{U}_k + \bar{\dot{U}}_k \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \bar{\ddot{U}}_k + \alpha \bar{\ddot{U}}_{k+1} \right] \Delta t^2, \quad (4.2)$$

где α , δ – параметры Ньюмарка, выбираемые из условия получения оптимальной устойчивости и точности (Ньюмарк предложил в качестве безусловно устойчивой схемы метод постоянного среднего ускорения, для которого $\delta = 0.5$ и $\alpha = 0.25$); $\Delta t = t_{k+1} - t_k$; $\bar{U}_k$ – вектор узловых перемещений в момент времени t_k ; $\bar{\dot{U}}_k$ – вектор узловых скоростей в момент времени t_k ; $\bar{\ddot{U}}_k$ – вектор узловых ускорений в момент времени t_k .

Так как основной целью является вычисление перемещений $\bar{U}_{k+1}$, уравнение равновесия (3.6) рассматривается в момент времени t_{k+1} :

$$A\bar{\ddot{U}}_{k+1} + B\bar{\dot{U}}_{k+1} + C\bar{U}_{k+1} = \bar{G}, \quad (4.3)$$

а перемещения $\bar{U}_{k+1}$ в момент времени t_{k+1} вычисляются по формулам

$$\bar{\ddot{U}}_{k+1} = a_0(\bar{U}_{k+1} - \bar{U}_k) - a_2\bar{\dot{U}}_k - a_3\bar{\ddot{U}}_{k+1}; \quad (4.4)$$

$$\bar{\dot{U}}_{k+1} = \bar{\dot{U}}_k + a_6\bar{\ddot{U}}_k + a_7\bar{\ddot{U}}_{k+1}, \quad (4.5)$$

$$\text{где } a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}; \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t}; \quad a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t};$$

$$a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1; \quad a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1; \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha \Delta t} - 2 \right);$$

$$a_6 = \Delta t(1 - \delta); \quad a_7 = \delta \Delta t. \quad (4.6)$$

С учетом уравнений (4.4) и (4.5) уравнение равновесия (4.3) имеет вид:

$$(a_0 A + a_1 B + C) \bar{U}_{k+1} =$$

$$= \bar{G} + M(a_0 \bar{U}_k + a_2 \bar{\dot{U}}_k + a_2 \bar{\ddot{U}}_k) + \quad (4.7)$$

$$+ C(a_1 \bar{U}_k + a_4 \bar{\dot{U}}_k + a_5 \bar{\ddot{U}}_k),$$

Метод Ньюмарка с коэффициентами $\delta = 0.5$ и $\alpha = 0.25$ (метод постоянного среднего ускорения или трапециидальный метод) безусловно устойчив и не вносит в результаты численного демпфирования. Однако этот метод вызывает удлинение периодов собственных колебаний.

Для линейных задач матрицы A , B и C не зависят от времени и, следовательно, обращение матрицы $a_0 A + a_1 B + C$ требуется выполнить однократно, на первом шаге алгоритма.

3. АЛГОРИТМЫ (МЕТОДЫ) РЕШЕНИЯ РАЗРЕШАЮЩИХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Для решения задач расчета связанных систем «сооружение – жидкость» могут использоваться прямые алгоритмы одновременного решения соответствующих уравнений для жидкости и твердого тела и итерационные алгоритмы, связанные с расщеплением исходной системы на соответствующие уравнения для различных сред, решаемые раздельно.

В итерационных подходах решение задачи расчета связанной системы «сооружение – жидкость» строится на основе алгоритмов, успешно применяемых для расчетного обоснования сооружений и исследования поведе-

ния жидкости. Таким образом, достигается некая модульность и рассматриваемая система разделяется на подсистемы (соответствующие жидкости и сооружению, которые, в свою очередь, также могут разделяться на более мелкие фрагменты (метод подконструкций, метод суперэлементов)). Таким способом могут быть решены системы очень большого порядка. При использовании итерационных алгоритмов элементы матрицы коэффициентов системы (3.6) выражаются как сумма явной и неявной частей (составляющих). Явная составляющая размещается в правой части уравнений равновесия и известные компоненты (степени свободы) связываются с ней. При решении уравнений факторизуется таким образом лишь неявная составляющая матрицы коэффициентов. Итак, основной идеей данного подхода является раздельное решение соответствующих уравнений для различных сред, причем в качестве определенного рода их «перевязки» выступают члены правых частей системы. В дальнейшем необходимы итерации для увязки уравнений, справедливых для различных сред, в каждый момент времени или в каждый шаг нагружения (требуется обеспечить сходимость процесса). Аналогом рассматриваемого подхода, связанного с расщеплением исходной системы, является известный итерационный алгоритм Гаусса-Зейделя, причем в качестве известного члена правой части (явной составляющей) может быть взята линейная комбинация каких-либо предыдущих решений и их производных. Здесь могут использоваться самые разные схемы в зависимости от разделения матрицы коэффициентов системы (3.6) на подматрицы (блоки) и от того, какие именно переменные (или комбинации переменных) используются при задании условий между средами. Основным преимуществом итерационных алгоритмов является хорошая проработанность соответствующих решателей для задач о течениях жидкостей и для проблем оценки прочности и надежности конструкций, зданий и сооружений (вместе с тем, контактное взаимодействие между сре-

дами требует отдельного моделирования со специализированной программно-алгоритмической реализацией). Итерационные подходы наиболее актуальны и целесообразны в случаях слабого взаимодействия жидкости и сооружения, т.е. когда отклик каждой из сред меняется несущественно. Слабое взаимодействие имеет место, например, когда сооружение очень жесткое (по сравнению с жидкостью) и деформируется крайне слабо. При использовании итерационного алгоритма в случае сильного взаимодействия сооружения с жидкостью потребуются либо сделать весьма значительное количество итераций на каждом шаге нагружения или на каждом шаге по времени, либо задать достаточно малый шаг по времени / малый шаг приращения нагрузки.

При использовании прямых алгоритмов уравнения (3.10) решаются совместно. Такой подход особенно эффективен, если взаимодействие сооружения с жидкостью является достаточно сильным (т.е. деформации сооружения являются значимыми). Если же сооружение жесткое по сравнению с жидкостью, то прямой подход, напротив, покажет свою несостоятельность, которая найдет отражение в появлении плохо обусловленной матрицы для соответствующей линеаризованной связанной системы. Наиболее критичным для прямых алгоритмов является количество уравнений в разрешающей системе. Научно-инженерные приложения, связанные с расчетным обоснованием сложных и ответственных объектов, характеризуются достаточно густыми сетками, призванными обеспечить высокоточное конечноэлементное моделирование, следствием чего является исключительно большое количество неизвестных. Размерности решаемых при этом задач, по сути, ограничены, прежде всего, возможностями современных ЭВМ. Кроме того, конечноэлементная аппроксимация уравнений, описывающих поведение жидкости сопряжена с формированием несимметричной матрицы коэффициентов (при учете конвективных членов). Преодоление данного

обстоятельства связано со значительным объемом дополнительной вычислительной работы. Такое увеличение не критично, если количество степеней свободы у дискретной модели сооружения много меньше соответствующего количества у жидкости. Эффективность прямых методов можно повысить, если при аппроксимации поведения сооружения использовать технику метода подконструкций, предусматривая перед решением разрешающей системы уравнений процедуру статической конденсации внутренних степеней свободы. В результате лишь степени свободы, соответствующие контактной поверхности сооружения с жидкостью будут учитываться при нахождении решения, определяющего движение жидкости. Тем не менее, влияние сооружения должно в полной мере учитываться на каждой итерации при решении соответствующей нелинейной проблемы. Еще одним положительным фактором является симметричность матрицы коэффициентов, соответствующей дискретной модели сооружения. Вместе с тем, процедура статической конденсации увеличивает длину ленты оставшихся уравнений. В целом, указанная численная процедура эффективна в случае, если степени свободы дискретной модели сооружения составляют большую часть числа степеней свободы дискретной модели всей связанной системы.

ЗАМЕЧАНИЯ

Исследования проводились в рамках следующих работ:

1. Проект 7.1.7 «Разработка, исследование и верификация корректных численных методов решения геометрически, физически и конструктивно нелинейных задач деформирования, устойчивости и закритического поведения тонкостенных оболочечно-стержневых конструкций» в рамках Плана фундаментальных научных исследований Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Рос-

сийской Федерации и Российской академии архитектуры и строительных наук на 2015 год (2013-2015 гг.).

2. Проект 7.1.8 «Разработка, исследование и верификация корректных многоуровневых численных и численно-аналитических методов локального расчета строительных конструкций на основе кратномасштабного вейвлет-анализа» в рамках Плана фундаментальных научных исследований Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации и Российской академии архитектуры и строительных наук на 2015 год (2013-2015 гг.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Афанасьева И.Н.** Адаптивная методика численного моделирования трехмерных динамических задач строительной аэрогидроупругости. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». – М.: МГСУ, 2014. – 200 с.
2. **Басов К.А.** ANSYS для конструкторов. – М.: ДМК Пресс, 2009. – 248 с.
3. **Басов К.А.** ANSYS. Справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2011. – 640 с.
4. **Басов К.А.** CATIA и ANSYS. Твердотельное моделирование. – М.: ДМК пресс, 2009. – 240 с.
5. **Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.** Численные методы. – М.: Бин.ом. Лаборатория знаний, 2008. – 640 с.
6. **Белостоцкий А.М.** Численное моделирование статического и динамического напряженно-деформированного состояния пространственных систем «сооружение – основание – водохранилище» с учетом нелинейных эффектов открытия – закрытия швов и макротрещин: Дис. на соиск. учен. степ. д-ра техн. наук: 05.23.07. МГУП. М., 1998. – 367 с.
7. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н.** О моделировании систем «сооружение – жидкость». Библиографический обзор. Часть 1: Постановки и методы математического моделирования поведения сооружения и жидкости. // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, Volume 10, Issue 4, 2014, pp. 29-53.
8. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Дмитриев Д.С., Усманов А.Р., Чужинов А.С., Щербина С.В.** О численном моделировании поведения связанных систем «сооружение – жидкость». Часть 1: Математические постановки задач. // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, Volume 11, Issue 3, 2015, pp. 37-46.
9. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Дмитриев Д.С., Усманов А.Р., Чужинов А.С., Щербина С.В.** Постановка, конечноэлементная аппроксимация и алгоритмы решения задач расчетного обоснования связанных систем «сооружение–жидкость». // *Строительная механика и расчет сооружений*, №5, 2014, с. 21-27.
10. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Дмитриев Д.С., Усманов А.Р., Чужинов А.С., Щербина С.В., Мсхала Я.И.** О методах численного моделирования связанных систем «сооружение жидкость». // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, Volume 10, Issue 4, 2014, pp. 54-74.
11. Верификационный отчет по ПК ANSYS Mechanical (4 тома). – М.: ЗАО НИЦ «СтаДиО», ГОУ ВПО МГСУ, 2009 г. Свидетельство РААЧН о верификации ПС № 02/ANSYS/2009 от 10.07.2009 года.
12. **Голуб Дж., Ван Лоун Ч.** Матричные вычисления. – М.: Мир, 1999. – 548 с.

13. **Гольденблат И.И., Николаенко Н.А.** Расчет конструкций на действие сейсмических и импульсивных сил. – М.: Госстройиздат, 1961. – 320 с.
14. **Гольденблат И.И., Николаенко Н.А., Поляков С.В., Ульянов С.В.** Модели сейсмостойкости конструкций. – М.: Наука, 1979. – 252 с.
15. **Городецкий А.С., Евзеров И.Д.** Компьютерные модели конструкций. – Киев: Издательство «Факт», 2005. – 340 с.
16. **Деммель Дж.** Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. – М.: Мир, 2001. – 430 с.
17. **Джинчвелашвили Г.А.** Нелинейные динамические методы расчета зданий и сооружений с заданной обеспеченностью сейсмостойкости. : Дис. на соиск. учен. степ. д-ра техн. наук: 05.23.07. МГСУ. М., 2015. – 426 с.
18. **Джордж А., Лю Дж.** Численное решение больших разреженных систем уравнений. – М.: Мир, 1984, 336 с.
19. **Еленицкий Э.Я.** Обеспечение сейсмостойкости вертикальных цилиндрических стальных резервуаров. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2006, №5, с. 45-50.
20. **Еленицкий Э.Я.** Несущая способность корпуса вертикальных цилиндрических стальных резервуаров в условиях сейсмического воздействия. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2009, №1.
21. **Еленицкий Э.Я.** Проблемы нормативно-технической базы в отечественном резервуаростроении. // Нефть, Газ и Бизнес, 2006, №6, с. 62-63.
22. **Зенкевич О.** Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1978. – 541 с.
23. **Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А.** ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. – М.: ЛИБРОКОМ, 2009. – 269 с.
24. **Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Микитаренко М.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А.** SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD. – М.: АСВ, 2008. – 592 с.
25. **Клаф Р., Пензиен Дж.** Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
26. **Лантух-Лященко А.И.** ЛИРА. Программный комплекс расчета и проектирования конструкций. – К.: – М.: «ФАКТ», 2001. – 359 с.
27. **Перельмутер А.В., Сливкер В.И.** Расчетные модели сооружений и возможности их анализа. – Киев: Сталь, 2002. – 445 с.
28. **Писсанецки С.** Технология разреженных матриц.–М.: Мир, 1988.–410 с.
29. **Секулович М.** Метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1993.–664с.
30. **Сеницкий Ю.Э., Еленицкий Э.Я., Дидковский О.В.** К вопросу о нормативных требованиях по расчету вертикальных цилиндрических стальных резервуаров в условиях сейсмического воздействия. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2006, №4, с. 65-70.
31. **Сеницкий Ю.Э., Еленицкий Э.Я., Дидковский О.В.** Определение импульсивной и конвективной составляющих гидродинамического давления жидкости в цилиндрических резервуарах при сейсмическом воздействии. // Известия вузов, 2005, № 5, с. 18-26.
32. **Сухоруков В.В.** Autodesk Robot Structural Analysis Professional. Проектно-вычислительный комплекс. – М.: АСВ, 2009. – 128 с.
33. **Уздин А.М.** Что скрывается за линейно-спектральной теорией сейсмостойкости. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2009, № 2, с. 18-22.
34. **Хечумов Р.А., Кепплер Х., Прокопьев В.И.** Применение метода конечных элементов к расчету конструкций. – М.: АСВ, 1994. – 353 с.
35. **ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко.** Рекомендации по расчету стальных вертикальных цилиндрических резервуаров на сейсмические воздействия (Пуховский

- А.Б., Складнев Н.Н., Денисов Б.Е., Марьямис А.Я.), Кишинев, 1994, 39 с.
36. **Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф.** ANSYS для инженеров. Справочное пособие. – М.: Машиностроение – 1, 2004. – 512 с.
37. **Шимкович Д.Г.** Femap & Nastran. Инженерный анализ методом конечных элементов. – М.: ДМК пресс, 2008. – 702 с.
38. **Anumod A.S., Harinarayanan S., Usha S.** Finite Element Analysis of Steel Storage Tank Under Siesmic Load. // International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA). Trends and Recent Advances in Civil Engineering (TRACE- 24th-25th January 2014), pp. 47-54.
39. **Atluri S.N.** Alternate stress and conjugate strain measures, and mixed variational formulations involving rigid rotations, for computational analysis of finitely deformed solids, with application to plates and shells. // I. Theory. Computers & Structures, 1984, Vol. 18, pp. 93-116.
40. **Bathe K.J.** Finite Element Procedures, Prentice-Hall, New York, 1996.
41. **Bathe K.J., Zhang H., Ji S.** Finite element analysis of fluid flows fully coupled with structural interactions. // Computers & Structures, 1999, Vol. 72, pp. 1-16.
42. **Bathe K.J., Zhang H., Wang M.H.** Finite element analysis of incompressible and compressible fluid flows with free surfaces and structural interactions. // Computers & Structures, 1995, Vol. 56, pp. 193-213.
43. **Bathe K.J., Zhang H., Zhang X.** Some advances in the analysis of fluid flows. // Computers & Structures, 1997, Vol. 64, pp. 909-930.
44. **Bathe K.J., Zhang H., Zhang X.** Some advances in the analysis of fluid flows. // Computers & Structures, 1997, Vol. 64, pp. 909-930.
45. **Belostosky A.M., Akimov P.A., Kaytukov T.B., Afanasyeva I.N., Usmanov A.R., Scherbina S.V., Vershinin V.V.** About Finite Element Analysis of Fluid – Structure Interaction Problems. // Procedia Engineering, Volume 91, 2014, pp. 37-42.
46. **Belostosky A.M., Akimov P.A., Kaytukov T.B., Afanasyeva I.N., Usmanov A.R., Scherbina S.V., Vershinin V.V.** Numerical simulation of oil tank behavior under seismic excitation. fluid – structure interaction problem solution. // Procedia Engineering, Volume 111, 2015, pp. 115-120.
47. **Belytschko T., Bindeman L.P.** Assumed strain stabilization of the eight node hexahedral element. // Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., 105(2), 1993, pp. 225-260.
48. **Belytschko T., Liu W.K., Moran B.** Non-linear Finite Elements for Continua and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2000.
49. BS 2654. British standard specification for manufacture of vertical steel welded non-refrigerated storage tanks with butt-welded shells for the petroleum industry.
50. **Calayir Y., Dumanoglu A.A.** Static and dynamic analysis of fluid and fluid-structure systems by the Lagrangian method. // Comput. Struct., 49(4), 1993, pp. 625-632.
51. **Chen H.C., Taylor R.L.** Vibration analysis of fluid-solid systems using a finite element displacement formulation. // Numer. Meth. Eng., 29(4), 1990, pp. 683-698.
52. **Dogangun A., Durmus A., Ayvaz Y.** Static and dynamic analysis of rectangular tanks by using the Lagrangian fluid finite element. // Comput. Struct., 59(3), 1996, pp. 547-552.
53. **Dokainish M.A., Subbaraj K.** A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics-I, Explicit methods. // Comput. Structures, 32 (6), 1989, pp. 1371-1386.
54. EN 14015. Specification for the design and manufacture of site built, vertical, cylindrical, flat-bottomed, above ground, welded, steel tanks for the storage of liquids at ambient temperature and above.
55. **Farhat C., Lesoinne M., Maman N.** Mixed explicit/implicit time integration of coupled aeroelastic problems: three-field

- formulation, geometric conservation and distributed solution. // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 1995, Vol. 21, pp. 807-835.
56. **Fung Y.C.** *Foundations of Solid Mechanics*. Englewood Cliffs, NJ, USA, 1965.
57. **Golzar F.G., Shabani R., Tariverdilo S., Rezazadeh G.** Sloshing Response of Floating Roofed Liquid Storage Tanks Subjected to Earthquakes of Different Types. // *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 134, 2012, pp. 051801.
58. **Hamdan F.H.** Near-field fluid-structure interaction using Lagrangian fluid finite elements. // *Comput. Struct.*, 71(2), 1999, pp. 123-141.
59. **Helwany S.** *Applied Soil Mechanics with ABAQUS Applications*. Wiley, 2007 – 400 pages.
60. **Kim Y.S., Yun C.B.** A spurious free four-node displacement-based fluid element for fluid-structure interaction. // *Eng. Struct.*, 19(8), 1997, pp. 665-678.
61. **Matsui T.** Sloshing in a cylindrical liquid storage tank with a single-deck type floating roof under seismic excitation. // *J. Press. Vess. T. – ASME*, 131(2), 021303, 2009, pp. 1-10.
62. **Nagashima T.** Numerical simulation of the seismic response of a thin-walled cylindrical liquid storage tank. // *Proceedings of the 1st International Symposium for Integrated Predictive Simulation System for Earthquake and Tsunami Disaster*, Tokyo, Japan, October, 2006.
63. **Nagashima T., Tsukuda T.** Seismic response analysis of an oil storage tank using Lagrangian fluid elements. // *Coupled Systems Mechanics*, Vol. 2, No. 4, 2013, pp. 389-410.
64. **Ormeno M., Larkin T., Chouw N.** Influence of uplift on liquid storage tanks during earthquakes. // *Coupled Syst. Mech. Int. J.*, 1(4), 2012, pp. 311-324.
65. **Park K.C.** Partitioned transient analysis procedures for coupled-field problems: stability analysis. // *Journal of Applied Mechanics*, 1980, Vol. 47, pp. 370-376.
66. **Park K.C., Felippa C.A.** Partitioned transient analysis procedures for coupled-field problems: accuracy analysis. // *Journal of Applied Mechanics*, 1980, Vol. 47, pp. 919-926.
67. **Parrinello F., Borino G.** Lagrangian finite element modelling of dam-fluid interaction: Accurate absorbing boundary conditions. // *Comput. Struct.*, 85(11-14), 2007, pp. 923-943.
68. **Piperno S., Farhat C., Larroutrou B.** Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems. Part I: Model problem, theory and two-dimensional application. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1995, vol. 124, pp. 79-112.
69. **Rugonyi S., Bathe K.J.** On Finite Element Analysis of Fluid Flows Fully Coupled with Structural Interactions. // *CMES*, 2001, Vol. 2, no. 2, pp.195-212.
70. **Rugonyi S., Bathe K.J.** On the analysis of fully-coupled fluid flows with structural interaction – a coupling and condensation procedure. // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2000, Vol. 1, pp. 29-41.
71. **Rugonyi S., Bathe K.J.** On the analysis of fully-coupled fluid flows with structural interaction – a coupling and condensation procedure. // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2000, Vol. 1, pp. 29-41.
72. **Subbaraj K., Dokainish M.A.** A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics-II. Implicit methods. // *Comput. Structures*, 32 (6), 1989, pp. 1387-1401.
73. **Wilson E.L., Khalvati M.** Finite elements for the dynamic analysis of fluid-solid systems. // *Numer. Meth.*, 19(11), 1983, pp. 1657-1668.

Белостоцкий Александр Михайлович, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук,

профессор, генеральный директор ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО», директор Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (495) 737-40-81; +7 (499) 929-50-17; e-mail: stadyo@stadyo.ru, niccm@mgsu.ru

Акимов Павел Алексеевич, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук; Главный ученый секретарь РААСН; заведующий кафедрой информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94, e-mail: pavel.akimov@gmail.com

Кайтуков Таймураз Батразович, кандидат технических наук, доцент; заместитель главного ученого секретаря РААСН; доцент кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94, e-mail: tkaytukov@gmail.com

Афанасьева Ирина Николаевна, кандидат технических наук, старший инженер-расчетчик ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО» (ЗАО НИЦ «СтаДиО»), ассистент кафедры Информатики и прикладной математики, младший научный сотрудник Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», 129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, дом 26, e-mail: rena1986@mail.ru.

Вершинин Владислав Викторович, младший научный сотрудник Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Усманов Антон Равильевич, инженер Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Щербина Сергей Викторович, инженер Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Alexander M. Belostotsky, Corresponding Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, PhD, Professor, Director of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia; phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: stadyo@stadyo.ru, niccm@mgsu.ru

Pavel A. Akimov, Corresponding Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, PhD, Professor, Executive Scientific Secretary of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94, e-mail: pavel.akimov@gmail.com

Taymuraz B. Kaytukov, PhD, Associate Professor; Deputy Executive Scientific Secretary of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94, e-mail: tkaytukov@gmail.com

Irina N. Afanasyeva, PhD, senior engineer-analyst of Research Center StaDyO, Assistant of Department of Applied Mathematics and Information Technology, junior researcher of Center of computing modeling, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, e-mail: rena1986@mail.ru.

Vladislav V. Vershinin, Junior Research Scientist of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Anton R. Usmanov, Engineer of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Sergey V. Scherbina, Engineer of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОВЕДЕНИЯ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ «СООРУЖЕНИЕ – ЖИДКОСТЬ» ЧАСТЬ 3: ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЖИДКОСТИ

*А.М. Белостоцкий^{1,3}, П.А. Акимов^{1,2,3}, Т.Б. Кайтуков^{1,2}, И.Н. Афанасьева^{1,3},
В.В. Вершинин¹, Усманов А.Р.¹, Щербина С.В.¹*

¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
г. Москва, РОССИЯ

² Российская академия архитектуры и строительных наук, г. Москва, РОССИЯ

³ ЗАО «Научно-исследовательский центр «СтаДиО», г. Москва, РОССИЯ

Аннотация: В настоящей статье рассматриваются особенности конечноэлементного моделирования жидкости. Излагаются формулы аппроксимации неизвестных, приводятся формулы для функций формы, локальной матрицы жесткости, матрицы масс, описываются алгоритмы устранения характерных паразитических эффектов.

Ключевые слова: связанная система «сооружение – жидкость», математические постановки, математическое моделирование, численное моделирование, контактное взаимодействие

ABOUT NUMERICAL MODELLING OF COUPLED “FLUID – STRUCTURE” SYSTEMS PART 3: SPECIAL ASPECTS OF FINITE ELEMENT MODELLING OF FLUID

*Alexander M. Belostotsky^{1,3}, Pavel A. Akimov^{1,2,3}, Taymuraz B. Kaytukov^{1,2},
Irina N. Afanasyeva^{1,3}, Vladislav V. Vershinin¹, Anton R. Usmanov¹,
Sergey V. Scherbina¹*

¹ National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

² Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Moscow, RUSSIA

³ Scientific Research Center “StaDyO”, Moscow, RUSSIA

Abstract: The distinctive paper is devoted to special aspects of finite element modelling of fluid. Formulas of approximation of unknowns, formulas of shape functions, formulas of local stiffness matrix and mass matrix and several additional vital algorithms are under consideration.

Keywords: coupled systems “fluid – structure”, mathematical formulations, mathematical modelling, numerical modelling, fluid – structure interaction

При создании конечноэлементных моделей жидкости (в частности и в особенности, при расчете связанных систем «сооружение – жидкость» [1-74] целесообразно использовать рассматриваемые в настоящей статье трехмерные восьмиузловые шестигранные конечные элементы (рис. 1).

Выражения для координат x_i ($i = 1, 2, 3$) и перемещений u_i могут быть записаны следующим образом:

$$x_i = \sum_{l=1}^8 N_l(r_1, r_2, r_3) x_i^l; \quad (1)$$

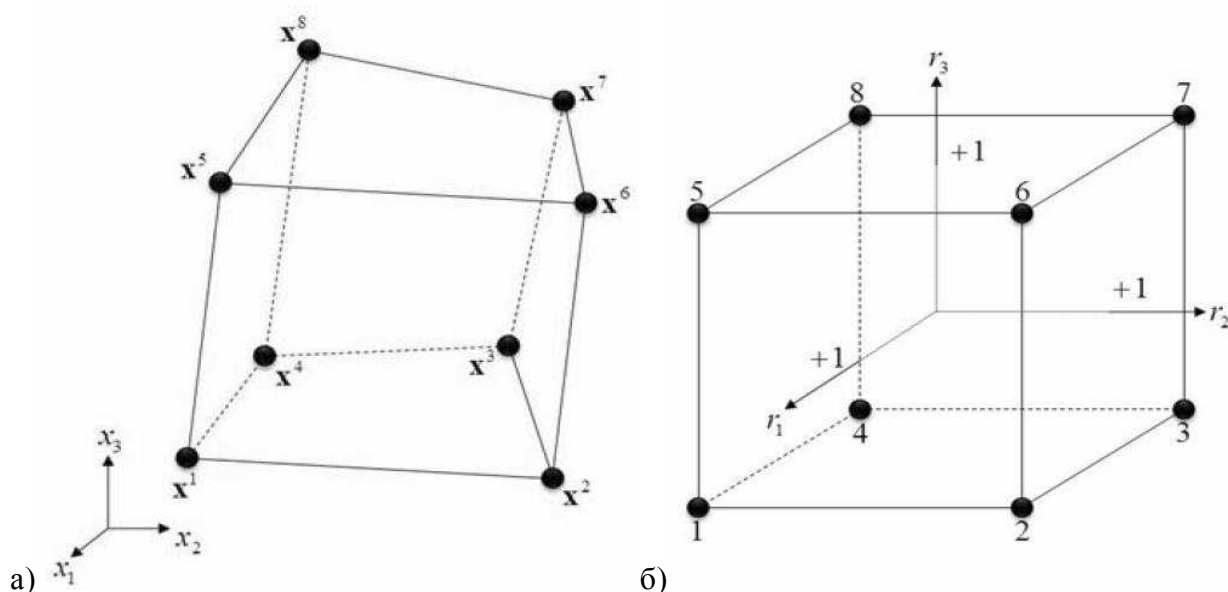


Рис. 1. Восьмиузловой шестигранный изопараметрический конечный элемент с линейной функцией формы: а) в глобальной системе координат; б) в естественной (локальной) системе координат.

$$u_i = \sum_{l=1}^8 N_l(r_1, r_2, r_3) u_i^l, \quad (2)$$

Уравнение (2) может быть переписано следующим образом:

где x_i^l – соответствующая координата узла с номером l ; u_i^l – соответствующая компонента перемещения узла с номером l ; r_1, r_2, r_3 – естественные (локальные) координаты. Формула для функции формы (интерполяционной функции) N_l имеет вид:

$$N_l(r_1, r_2, r_3) = \frac{1}{8} (1 + r_1^l r_1) (1 + r_2^l r_2) (1 + r_3^l r_3), \quad (3)$$

где r_1^l, r_2^l, r_3^l – локальные координаты узла с номером l в локальной системе координат r_1, r_2, r_3 конечного элемента (рис. 1).

Выражения для функции формы и жесткости для рассматриваемого конечного элемента были построены с использованием аппарата вычислительной механики сплошной среды (в частности с привлечением прямого явного метода (ПДМ), использующего схему с одной точкой интегрирования).

$$u_i = (\bar{a} + x_1 \bar{b}_1^T + x_2 \bar{b}_2^T + x_3 \bar{b}_3^T + h_1 \bar{\gamma}_1^T + h_2 \bar{\gamma}_2^T + h_3 \bar{\gamma}_3^T + h_4 \bar{\gamma}_4^T) \bar{u}_i, \quad (4)$$

$$\text{где} \quad \bar{a} = \frac{1}{8} \left(\bar{s}^T - \sum_{i=1}^3 (\bar{s}^T \bar{x}_i) \bar{b}_i^T \right); \quad (5)$$

$$\bar{b}_i^T = \left[\frac{\partial N_1(0,0,0)}{\partial x_i} \quad \frac{\partial N_2(0,0,0)}{\partial x_i} \quad \dots \quad \frac{\partial N_8(0,0,0)}{\partial x_i} \right]; \quad (6)$$

$$\bar{u}_i^T = [u_i^1 \quad u_i^2 \quad u_i^3 \quad u_i^4 \quad u_i^5 \quad u_i^6 \quad u_i^7 \quad u_i^8]; \quad (7)$$

$$h_1 = r_2 r_3; \quad h_2 = r_1 r_3; \quad h_3 = r_1 r_2; \quad h_4 = r_1 r_2 r_3; \quad (8)$$

$$\bar{\gamma}_j = \frac{1}{8} \left(\bar{h}_j - \sum_{i=1}^3 (\bar{h}_j^T \bar{x}_i) \bar{b}_i^T \right), \quad j = 1, 2, 3, 4; \quad (9)$$

$$\bar{x}_i^T = [x_i^1 \quad x_i^2 \quad x_i^3 \quad x_i^4 \quad x_i^5 \quad x_i^6 \quad x_i^7 \quad x_i^8]; \quad (10)$$

$$\bar{s}^T = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]; \quad (11)$$

$$\bar{h}_1^T = [1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1]; \quad (12)$$

$$\bar{h}_2^T = [1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1]; \quad (13)$$

$$\bar{h}_3^T = [1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1]; \quad (14)$$

$$\bar{h}_4^T = [-1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1]; \quad (15)$$

Объемная деформация, определяемая в соответствии с формулой (2.12) из [8] может быть найдена с использованием (4) по следующей формуле:

$$\varepsilon_V = \sum_{i=1}^3 \bar{b}_i^T \bar{u}_i + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 \frac{\partial h_j}{\partial x_i} \bar{\gamma}_j^T \bar{u}_i. \quad (16)$$

Уравнение (16) можно переписать в виде

$$\varepsilon_V = (B_C^T + B_{NC}^T) \bar{U}, \quad (17)$$

$$\text{где } \bar{B}_C^T = [\bar{b}_1^T \quad \bar{b}_2^T \quad \bar{b}_3^T]; \quad (18)$$

$$\bar{B}_C^T = \left[\sum_{j=1}^4 \frac{\partial h_j}{\partial x_1} \bar{\gamma}_j^T \quad \sum_{j=1}^4 \frac{\partial h_j}{\partial x_2} \bar{\gamma}_j^T \quad \sum_{j=1}^4 \frac{\partial h_j}{\partial x_3} \bar{\gamma}_j^T \right]; \quad (19)$$

$$\bar{U} = [\bar{u}_1^T \quad \bar{u}_2^T \quad \bar{u}_3^T]; \quad (20)$$

Левая часть уравнения (3.6) из [9] может быть аппроксимирована с использованием техники метода конечных элементов с учетом (11). Выражение для локальной матрицы жесткости элемента имеет вид:

$$k_V^e = K_f \bar{B}_C \bar{B}_C^T V^e + K_f \iiint_{V^e} \bar{B}_{NC} \bar{B}_{NC}^T dV, \quad (21)$$

где V^e – объем конечного элемента.

После дифференцирования (13) имеем следующее уравнение, справедливое для восьмиузловое шестигранного изопараметрического конечного элемента с линейной функцией формы:

$$\iiint_{V^e} \frac{\partial h_j}{\partial x_i} dV = 0. \quad (22)$$

Выражение (21) определяет локальную матрицу жесткости конечного элемента при использовании полной схемы интегрирования. Вместе с тем соответствующая характеристика жесткости элемента представляется завышенной и не позволяет получать корректных (адекватных, правильных) результатов. Простейшая схема с одной точкой интегрирования традиционно используется для оценки

параметров жесткости, однако при решении трехмерных задач схема с одной точкой интегрирования не позволяет полностью устранить паразитические формы деформаций. Следовательно, второй член в правой части (21), по существу, представляет собой жесткость, препятствующую появлению нефизичных деформационных мод с нулевой энергией. Таким образом, (21) переписывается следующим образом:

$$k_V^e = K_f \bar{B}_C \bar{B}_C^T V^e + \alpha_{HC} K_f \iiint_{V^e} \bar{B}_{NC} \bar{B}_{NC}^T dV, \quad (23)$$

где α_{HC} – безразмерный параметр, используемый для контроля (мониторинга) нефизичных деформационных мод с нулевой энергией (параметр контроля искажения Hourglass). Для случая, когда $\alpha_{HC} = 0$ в формуле (23), локальная матрица жесткости конечного элемента может быть получена с использованием простейшей схемы с одной точкой интегрирования. При $\alpha_{HC} = 1$ необходимо применять полную схему интегрирования. Таким образом соответствующий параметр жесткости может контролироваться посредством задания того или иного значения α_{HC} .

Для подавления вихревого движения жидкости с целью исключения возможности появления некорректных мод вращения как жесткого целого можно использовать специальную «штрафную» жесткость. Соответствующая деформация вращения ω_i определяется через перемещения u_i по формуле:

$$\omega_i = \frac{1}{2} e_{ijk} u_{k,j}, \quad (24)$$

где e_{ijk} – символ перестановки.

Определяющие выражения для компонент вращения в центре элемента имеют вид:

$$\omega_1 = \frac{1}{2} (\bar{b}_2^T \bar{u}_3 - \bar{b}_3^T \bar{u}_2) = \bar{B}_{1\omega}^T \bar{U}; \quad (25)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2}(\bar{b}_3^T \bar{u}_1 - \bar{b}_1^T \bar{u}_3) = \bar{B}_{2\omega}^T \bar{U}; \quad (26)$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2}(\bar{b}_1^T \bar{u}_2 - \bar{b}_2^T \bar{u}_1) = \bar{B}_{3\omega}^T \bar{U}, \quad (27)$$

где $\bar{B}_{1\omega}^T = [0 \quad -\bar{b}_3^2/2 \quad \bar{b}_2^2/2]^T; \quad (28)$

$$\bar{B}_{2\omega}^T = [\bar{b}_3^2/2 \quad 0 \quad -\bar{b}_1^2/2]^T; \quad (29)$$

$$\bar{B}_{3\omega}^T = [-\bar{b}_2^2/2 \quad \bar{b}_1^2/2 \quad 0]^T. \quad (30)$$

Штрафная жесткость, призванная подавить вихревое движение жидкости, определяется по формуле:

$$k_{RP}^e = \alpha_{RP} K_f (\bar{B}_{1\omega} \bar{B}_{1\omega}^T + \bar{B}_{2\omega} \bar{B}_{2\omega}^T + \bar{B}_{3\omega} \bar{B}_{3\omega}^T) V^e, \quad (31)$$

где α_{RP} – безразмерный параметр, используемый для контроля (управления) параметрами «штрафной» жесткости.

Формула для локальной матрицы жесткости конечного элемента имеет вид:

$$k^e = K_f \bar{b}_C \bar{b}_C^T V^e + \alpha_{RP} (\bar{b}_{1\omega} \bar{b}_{1\omega}^T + \bar{b}_{2\omega} \bar{b}_{2\omega}^T + \bar{b}_{3\omega} \bar{b}_{3\omega}^T) V^e + \alpha_{HC} K_f \iiint_{V^e} \bar{b}_{NC} \bar{b}_{NC}^T dV. \quad (32)$$

Первое слагаемое в правой части (32) представляет собой жесткостной член, полученный с привлечением схемы с одной точкой интегрирования в центре элемента, второе слагаемое – это параметр штрафа для подавления вихревого движения жидкости, а третье слагаемое используется для контроля (мониторинга) нефизичных деформационных мод с нулевой энергией. Для вычисления объемного интеграла в правой части (32) применяется схема интегрирования по Гауссу, использующая 2х2х2 точек. Оптимальные значения параметров α_{RP} , α_{HC} определяются на основе предварительных расчетов.

Матрица масс конечного элемента жидкости может быть получена в результате аппроксимации первого слагаемого в правой части уравнения (3.6) из [9], при этом используется

схема интегрирования по Гауссу с количеством точек 2х2х2 (в рамках классической реализации МКЭ в перемещениях):

$$m^e = \rho_F \iiint_{V^e} N^T N dV, \quad (33)$$

где

$$N = \begin{bmatrix} N_1(r_1, r_2, r_3) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & N_1(r_1, r_2, r_3) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & N_1(r_1, r_2, r_3) & \dots & N_8(r_1, r_2, r_3) \end{bmatrix}. \quad (34)$$

В соответствии с (4) конечный элемент имеет 12 зависимых нефизичных деформационных мод с нулевой энергией, которые строятся на основе соответствующих четырех форм в каждом координатном направлении x_i . Данные формы могут быть описаны в терминах перемещений узлов элемента следующим образом:

$$\bar{g}_{1j}^T = [\bar{h}_j^T \quad 0 \quad 0]^T; \quad (35)$$

$$\bar{g}_{2j}^T = [0 \quad \bar{h}_j^T \quad 0]^T; \quad (36)$$

$$\bar{g}_{3j}^T = [0 \quad 0 \quad \bar{h}_j^T]^T. \quad (37)$$

Для устранения таких паразитических форм можно применять метод расчетных масс (projected mass method) и использовать при этом схему с одной точкой интегрирования и модифицированную матрицу масс двумерного конечного элемента жидкости. Данный подход эффективно применяется в том числе и для решения трехмерных задач. В частности, вместо формулы (33) матрица масс определяется по формуле:

$$m_{MP}^e = Q^T m^e Q, \quad (38)$$

$$\text{где } Q = I_{24} - \frac{1}{8} \sum_{j=1}^4 (\bar{g}_{1j} \bar{g}_{1j}^T + \bar{g}_{2j} \bar{g}_{2j}^T + \bar{g}_{3j} \bar{g}_{3j}^T); \quad (39)$$

I_{24} – единичная матрица размером 24х24.

Можно показать, что произведение матрицы Q и векторов $\bar{g}_{1j}^T$, $\bar{g}_{2j}^T$, $\bar{g}_{3j}^T$ представляют собой нулевые векторы:

$$\begin{aligned} Q\bar{g}_{1j}^T &= \bar{g}_{1j} - \\ &- \frac{1}{8} \sum_{j=1}^4 (\bar{g}_{1j}\bar{g}_{1j}^T + \bar{g}_{2j}\bar{g}_{2j}^T + \bar{g}_{3j}\bar{g}_{3j}^T) \bar{g}_{1j} = \\ &= \bar{g}_{1j} - \frac{1}{8} \bar{g}_{1j} (\bar{g}_{1j}^T \bar{g}_{1j}) = 0; \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} Q\bar{g}_{2j}^T &= \bar{g}_{2j} - \\ &- \frac{1}{8} \sum_{j=1}^4 (\bar{g}_{1j}\bar{g}_{1j}^T + \bar{g}_{2j}\bar{g}_{2j}^T + \bar{g}_{3j}\bar{g}_{3j}^T) \bar{g}_{2j} = \\ &= \bar{g}_{2j} - \frac{1}{8} \bar{g}_{2j} (\bar{g}_{2j}^T \bar{g}_{2j}) = 0; \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} Q\bar{g}_{3j}^T &= \bar{g}_{3j} - \\ &- \frac{1}{8} \sum_{j=1}^4 (\bar{g}_{1j}\bar{g}_{1j}^T + \bar{g}_{2j}\bar{g}_{2j}^T + \bar{g}_{3j}\bar{g}_{3j}^T) \bar{g}_{3j} = \\ &= \bar{g}_{3j} - \frac{1}{8} \bar{g}_{3j} (\bar{g}_{3j}^T \bar{g}_{3j}) = 0. \end{aligned} \quad (42)$$

Следовательно, при использовании матриц масс, определяемой согласно (38), справедливы равенства (40)–(42), на основании которых можно сделать вывод, что матрица масс не оказывает никакого влияния на нефизичные деформационные моды с нулевой энергией. Итак, можно ожидать, что удалось подавить возможность появления такого рода форм.

При использовании восьмиузловое шестигранного конечного элемента жидкости с линейной функцией формы грань элемента, соответствующая свободной поверхности жидкости, представляет собой четырехугольник. Таким образом матрица жесткости, соответствующая подъему поверхности жидкости в направлении противоположном действию силы тяжести (вдоль x_3), может быть построена после аппроксимации второго члена в правой части уравнения (3.6) из [9], причем при соответствующей конечноэлементной дискре-

тизации используются четырехузловые четырехугольные элементы, т.е.

$$k_s^e = \rho_F g \iint_{S^e} N_3 N_3^T dS, \quad (43)$$

где

$$N_3^T = [0 \ 0 \ N_1(r_1, r_2, 1) \ \dots \ N_8(r_1, r_2, 1)]. \quad (44)$$

Вертикальные поверхности массива жидкости ограничиваются по горизонтальным степеням свободы, нижняя поверхность массива жидкости ограничивается вертикально.

ЗАМЕЧАНИЯ

Исследования проводились в рамках следующих работ:

1. Проект 7.1.7 «Разработка, исследование и верификация корректных численных методов решения геометрически, физически и конструктивно нелинейных задач деформирования, устойчивости и закритического поведения тонкостенных оболочечно-стержневых конструкций» в рамках Плана фундаментальных научных исследований Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации и Российской академии архитектуры и строительных наук на 2015 год (2013-2015 гг.).
2. Проект 7.1.8 «Разработка, исследование и верификация корректных многоуровневых численных и численно-аналитических методов локального расчета строительных конструкций на основе кратномасштабного вейвлет-анализа» в рамках Плана фундаментальных научных исследований Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации и Российской академии архитектуры и строительных наук на 2015 год (2013-2015 гг.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Афанасьева И.Н.** Адаптивная методика численного моделирования трехмерных динамических задач строительной аэрогидроупругости. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». – М.: МГСУ, 2014. – 200 с.
2. **Басов К.А.** ANSYS для конструкторов. – М.: ДМК Пресс, 2009. – 248 с.
3. **Басов К.А.** ANSYS. Справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2011. – 640 с.
4. **Басов К.А.** CATIA и ANSYS. Твердотельное моделирование. – М.: ДМК пресс, 2009. – 240 с.
5. **Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.** Численные методы. – М.: Бинном. Лаборатория знаний, 2008. – 640 с.
6. **Белостоцкий А.М.** Численное моделирование статического и динамического напряженно-деформированного состояния пространственных систем «сооружение – основание – водохранилище» с учетом нелинейных эффектов открытия – закрытия швов и макротрещин: Дис. на соиск. учен. степ. д-ра техн. наук: 05.23.07. МГУП. М., 1998. – 367 с.
7. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н.** О моделировании систем «сооружение – жидкость». Библиографический обзор. Часть 1: Постановки и методы математического моделирования поведения сооружения и жидкости. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, Volume 10, Issue 4, 2014, pp. 29-53.
8. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Дмитриев Д.С., Усманов А.Р., Чужинов А.С., Щербина С.В.** О численном моделировании поведения связанных систем «сооружение – жидкость». Часть 1: Математические постановки задач. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, Volume 11, Issue 3, 2015, pp. 37-46.
9. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Дмитриев Д.С., Усманов А.Р., Чужинов А.С., Щербина С.В.** О численном моделировании поведения связанных систем «сооружение – жидкость». Часть 2: Аппроксимация и численное решение. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, Volume 11, Issue 3, 2015, pp. 47-58.
10. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Дмитриев Д.С., Усманов А.Р., Чужинов А.С., Щербина С.В.** Постановка, конечноэлементная аппроксимация и алгоритмы решения задач расчетного обоснования связанных систем «сооружение–жидкость». // Строительная механика и расчет сооружений, №5, 2014, с. 21-27.
11. **Белостоцкий А.М., Акимов П.А., Кайтуков Т.Б., Афанасьева И.Н., Вершинин В.В., Дмитриев Д.С., Усманов А.Р., Чужинов А.С., Щербина С.В., Мсхала Ж.И.** О методах численного моделирования связанных систем «сооружение жидкость». // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, Volume 10, Issue 4, 2014, pp. 54-74.
12. Верификационный отчет по ПК ANSYS Mechanical (4 тома). – М.: ЗАО НИЦ «СтаДиО», ГОУ ВПО МГСУ, 2009 г. Свидетельство РААСН о верификации ПС № 02/ANSYS/2009 от 10.07.2009 года.
13. **Голуб Дж., Ван Лоун Ч.** Матричные вычисления. – М.: Мир, 1999. – 548 с.
14. **Гольденблат И.И., Николаенко Н.А.** Расчет конструкций на действие сейсмических и импульсивных сил. – М: Госстройиздат, 1961. – 320 с.
15. **Гольденблат И.И., Николаенко Н.А., Поляков С.В., Ульянов С.В.** Модели

- сейсмостойкости конструкций. – М.: Наука, 1979. – 252 с.
16. **Городецкий А.С., Евзеров И.Д.** Компьютерные модели конструкций. – Киев: Издательство «Факт», 2005. – 340 с.
17. **Деммель Дж.** Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. – М.: Мир, 2001. – 430 с.
18. **Джинчвелашвили Г.А.** Нелинейные динамические методы расчета зданий и сооружений с заданной обеспеченностью сейсмостойкости. : Дис. на соиск. учен. степ. д-ра техн. наук: 05.23.07. МГСУ. М., 2015. – 426 с.
19. **Джордж А., Лю Дж.** Численное решение больших разреженных систем уравнений. – М: Мир, 1984, 336 с.
20. **Еленицкий Э.Я.** Обеспечение сейсмостойкости вертикальных цилиндрических стальных резервуаров. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2006, №5, с. 45-50.
21. **Еленицкий Э.Я.** Несущая способность корпуса вертикальных цилиндрических стальных резервуаров в условиях сейсмического воздействия. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2009, №1.
22. **Еленицкий Э.Я.** Проблемы нормативно-технической базы в отечественном резервуаростроении. // Нефть, Газ и Бизнес, 2006, №6, с. 62-63.
23. **Зенкевич О.** Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1978. – 541 с.
24. **Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А.** ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. – М.: ЛИБРОКОМ, 2009. – 269 с.
25. **Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Микитаренко М.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А.** SCAD Office. Вычислительный комплекс SCAD. – М.: АСВ, 2008. – 592 с.
26. **Клаф Р., Пензиен Дж.** Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
27. **Лантух-Лященко А.И.** ЛИРА. Программный комплекс расчета и проектирования конструкций. – К.: – М.: «ФАКТ», 2001. – 359 с.
28. **Перельмутер А.В., Сливкер В.И.** Расчетные модели сооружений и возможности их анализа. – Киев: Сталь, 2002. – 445 с.
29. **Писсанецки С.** Технология разреженных матриц.–М.: Мир, 1988.–410 с.
30. **Секулович М.** Метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1993.–664с.
31. **Сеницкий Ю.Э., Еленицкий Э.Я., Дидковский О.В.** К вопросу о нормативных требованиях по расчету вертикальных цилиндрических стальных резервуаров в условиях сейсмического воздействия. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2006, №4, с. 65-70.
32. **Сеницкий Ю.Э., Еленицкий Э.Я., Дидковский О.В.** Определение импульсивной и конвективной составляющих гидродинамического давления жидкости в цилиндрических резервуарах при сейсмическом воздействии. // Известия вузов, 2005, № 5, с. 18-26.
33. **Сухоруков В.В.** Autodesk Robot Structural Analysis Professional. Проектно-вычислительный комплекс. – М.: АСВ, 2009. – 128 с.
34. **Уздин А.М.** Что скрывается за линейно-спектральной теорией сейсмостойкости. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений, 2009, № 2, с. 18-22.
35. **Хечумов Р.А., Кепплер Х., Прокопьев В.И.** Применение метода конечных элементов к расчету конструкций. – М.: АСВ, 1994. – 353 с.
36. ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. Рекомендации по расчету стальных вертикальных цилиндрических резервуаров на сейсмические воздействия (Пуховский А.Б., Складнев Н.Н., Денисов Б.Е., Марьямис А.Я.), Кишинев, 1994, 39 с.
37. **Чигарев А.В., Кравчук А.С., Смалюк А.Ф.** ANSYS для инженеров. Справоч-

- ное пособие. – М.: Машиностроение – 1, 2004. – 512 с.
38. **Шимкович Д.Г.** Femap & Nastran. Инженерный анализ методом конечных элементов. – М.: ДМК пресс, 2008. – 702 с.
 39. **Anumod A.S., Harinarayanan S., Usha S.** Finite Element Analysis of Steel Storage Tank Under Siesmic Load. // International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA). Trends and Recent Advances in Civil Engineering (TRACE- 24th-25th January 2014), pp. 47-54.
 40. **Atluri S.N.** Alternate stress and conjugate strain measures, and mixed variational formulations involving rigid rotations, for computational analysis of finitely deformed solids, with application to plates and shells. // I. Theory. Computers & Structures, 1984, Vol. 18, pp. 93-116.
 41. **Bathe K.J.** Finite Element Procedures, Prentice-Hall, New York, 1996.
 42. **Bathe K.J., Zhang H., Ji S.** Finite element analysis of fluid flows fully coupled with structural interactions. // Computers & Structures, 1999, Vol. 72, pp. 1-16.
 43. **Bathe K.J., Zhang H., Wang M.H.** Finite element analysis of incompressible and compressible fluid flows with free surfaces and structural interactions. // Computers & Structures, 1995, Vol. 56, pp. 193-213.
 44. **Bathe K.J., Zhang H., Zhang X.** Some advances in the analysis of fluid flows. // Computers& Structures, 1997, Vol. 64, pp. 909-930.
 45. **Bathe K.J., Zhang H., Zhang X.** Some advances in the analysis of fluid flows. // Computers& Structures, 1997, Vol. 64, pp. 909-930.
 46. **Belostosky A.M., Akimov P.A., Kaytukov T.B., Afanasyeva I.N., Usmanov A.R., Scherbina S.V., Vershinin V.V.** About Finite Element Analysis of Fluid – Structure Interaction Problems. // Procedia Engineering, Volume 91, 2014, pp. 37-42.
 47. **Belostosky A.M., Akimov P.A., Kaytukov T.B., Afanasyeva I.N., Usmanov A.R., Scherbina S.V., Vershinin V.V.** Numerical simulation of oil tank behavior under seismic excitation. fluid – structure interaction problem solution. // Procedia Engineering, Volume 111, 2015, pp. 115-120.
 48. **Belytschko T., Bindeman L.P.** Assumed strain stabilization of the eight node hexahedral element. // Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., 105(2), 1993, pp. 225-260.
 49. **Belytschko T., Liu W.K., Moran B.** Non-linear Finite Elements for Continua and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2000.
 50. BS 2654. British standard specification for manufacture of vertical steel welded non-refrigerated storage tanks with butt-welded shells for the petroleum industry.
 51. **Calayir Y., Dumanoglu A.A.** Static and dynamic analysis of fluid and fluid-structure systems by the Lagrangian method. // Comput. Struct., 49(4), 1993, pp. 625-632.
 52. **Chen H.C., Taylor R.L.** Vibration analysis of fluid-solid systems using a finite element displacement formulation. // Numer. Meth. Eng., 29(4), 1990, pp. 683-698.
 53. **Dogangun A., Durmus A., Ayvaz Y.** Static and dynamic analysis of rectangular tanks by using the Lagrangian fluid finite element. // Comput. Struct., 59(3), 1996, pp. 547-552.
 54. **Dokainish M.A., Subbaraj K.** A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics-I, Explicit methods. // Comput. Structures, 32 (6), 1989, pp. 1371-1386.
 55. EN 14015. Specification for the design and manufacture of site built, vertical, cylindrical, flat-bottomed, above ground, welded, steel tanks for the storage of liquids at ambient temperature and above.
 56. **Farhat C., Lesoinne M., Maman N.** Mixed explicit/implicit time integration of coupled aeroelastic problems: three-field formulation, geometric conservation and distributed solution. // International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1995, Vol. 21, pp. 807-835.

57. **Fung Y.C.** Foundations of Solid Mechanics. Englewood Cliffs, NJ, USA, 1965.
58. **Golzar F.G., Shabani R., Tariverdilo S., Rezazadeh G.** Sloshing Response of Floating Roofed Liquid Storage Tanks Subjected to Earthquakes of Different Types. // Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 134, 2012, pp. 051801.
59. **Hamdan F.H.** Near-field fluid-structure interaction using Lagrangian fluid finite elements. // Comput. Struct., 71(2), 1999, pp. 123-141.
60. **Helwany S.** Applied Soil Mechanics with ABAQUS Applications. Wiley, 2007 – 400 pages.
61. **Kim Y.S., Yun C.B.** A spurious free four-node displacement-based fluid element for fluid-structure interaction. // Eng. Struct., 19(8), 1997, pp. 665-678.
62. **Matsui T.** Sloshing in a cylindrical liquid storage tank with a single-deck type floating roof under seismic excitation. // J. Press. Vess. T. – ASME, 131(2), 021303, 2009, pp. 1-10.
63. **Nagashima T.** Numerical simulation of the seismic response of a thin-walled cylindrical liquid storage tank. // Proceedings of the 1st International Symposium for Integrated Predictive Simulation System for Earthquake and Tsunami Disaster, Tokyo, Japan, October, 2006.
64. **Nagashima T., Tsukuda T.** Seismic response analysis of an oil storage tank using Lagrangian fluid elements. // Coupled Systems Mechanics, Vol. 2, No. 4, 2013, pp. 389-410.
65. **Ormeno M., Larkin T., Chouw N.** Influence of uplift on liquid storage tanks during earthquakes. // Coupled Syst. Mech. Int. J., 1(4), 2012, pp. 311-324.
66. **Park K.C.** Partitioned transient analysis procedures for coupled-field problems: stability analysis. // Journal of Applied Mechanics, 1980, Vol. 47, pp. 370-376.
67. **Park K.C., Felippa C.A.** Partitioned transient analysis procedures for coupled-field problems: accuracy analysis. // Journal of Applied Mechanics, 1980, Vol. 47, pp. 919-926.
68. **Parrinello F., Borino G.** Lagrangian finite element modelling of dam-fluid interaction: Accurate absorbing boundary conditions. // Comput. Struct., 85(11-14), 2007, pp. 923-943.
69. **Piperno S., Farhat C., Larrouturou B.** Partitioned procedures for the transient solution of coupled aeroelastic problems. Part I: Model problem, theory and two-dimensional application. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1995, vol. 124, pp. 79-112.
70. **Rugonyi S., Bathe K.J.** On Finite Element Analysis of Fluid Flows Fully Coupled with Structural Interactions. // CMES, 2001, Vol. 2, no. 2, pp.195-212.
71. **Rugonyi S., Bathe K.J.** On the analysis of fully-coupled fluid flows with structural interaction – a coupling and condensation procedure. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2000, Vol. 1, pp. 29-41.
72. **Rugonyi S., Bathe K.J.** On the analysis of fully-coupled fluid flows with structural interaction – a coupling and condensation procedure. // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2000, Vol. 1, pp. 29-41.
73. **Subbaraj K., Dokainish M.A.** A survey of direct time-integration methods in computational structural dynamics-II. Implicit methods. // Comput. Structures, 32 (6), 1989, pp. 1387-1401.
74. **Wilson E.L., Khalvati M.** Finite elements for the dynamic analysis of fluid-solid systems. // Numer. Meth., 19(11), 1983, pp. 1657-1668.

Белостоцкий Александр Михайлович, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор, генеральный директор ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО», директор Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный

университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (495) 737-40-81; +7 (499) 929-50-17; e-mail: stadyo@stadyo.ru, niccm@mgsu.ru

Акимов Павел Алексеевич, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук; Главный ученый секретарь РААСН; заведующий кафедрой информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94, e-mail: pavel.akimov@gmail.com

Кайтуков Таймураз Батразович, кандидат технических наук, доцент; заместитель главного ученого секретаря РААСН; доцент кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, тел./факс: +7(499) 183-59-94, e-mail: tkaytukov@gmail.com

Афанасьева Ирина Николаевна, кандидат технических наук, старший инженер-расчетчик ЗАО «Научно-исследовательский центр СтаДиО» (ЗАО НИЦ «СтаДиО»), ассистент кафедры Информатики и прикладной математики, младший научный сотрудник Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», 129337, Россия, г. Москва, Ярославское шоссе, дом 26, e-mail: rena1986@mail.ru.

Вершинин Владислав Викторович, младший научный сотрудник Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Усманов Антон Равильевич, инженер Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Щербина Сергей Викторович, инженер Научно-образовательного центра компьютерного моделирования уникальных зданий, сооружений и комплексов (НОЦ КМ) ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный

университет», Россия, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; тел/факс: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Alexander M. Belostotsky, Corresponding Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, PhD, Professor, Director of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavl'skoe Shosse, Moscow, 129337, Russia; phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: stadyo@stadyo.ru, niccm@mgsu.ru

Pavel A. Akimov, Corresponding Member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, PhD, Professor, Executive Scientific Secretary of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavl'skoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94, e-mail: pavel.akimov@gmail.com

Taymuraz B. Kaytukov, PhD, Associate Professor; Deputy Executive Scientific Secretary of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavl'skoe Shosse, Moscow, 129337, Russia, phone/fax: +7(499) 183-59-94, e-mail: tkaytukov@gmail.com

Irina N. Afanasyeva, PhD, senior engineer-analyst of Research Center StaDyO, Assistant of Department of Applied Mathematics and Information Technology, junior researcher of Center of computing modeling, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavl'skoe Shosse, 129337, Moscow, RUSSIA, e-mail: rena1986@mail.ru.

Vladislav V. Vershinin, Junior Research Scientist of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavl'skoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Anton R. Usmanov, Engineer of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavl'skoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

Sergey V. Scherbina, Engineer of Research & Education Center of Computation Simulation, Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavl'skoe Shosse, Moscow, 129337; Russia, phone/fax: +7 (499) 929-50-17; e-mail: niccm@mgsu.ru

РАСЧЕТ И ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ НЕСУЩИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КАРКАСОВ ЗДАНИЙ

Т.Л. Дмитриева, В.В. Кажарский, Нгуен Ван Ты

Иркутский государственный технический университет, г. Иркутск, РОССИЯ

АННОТАЦИЯ: Рассмотрена задача расчета и оптимального проектирования несущих железобетонных конструкций каркаса здания с использованием численных методов оптимизации и статического анализа. Разработан программный комплекс, с использованием которого выполнен автоматизированный расчет по подбору оптимальных параметров стержневых железобетонных конструкций.

Ключевые слова: железобетонные конструкция, несущий каркас, метод конечных элементов, метод оптимизации

CALCULATION AND OPTIMAL DESIGN BEARING REINFORCED CONCRETE FRAME OF THE BUILDING

Tatiana L. Dmitrieva, Vitaly V. Kazharsky, Nguyen Van Tu

Irkutsk State Technical University, Irkutsk, RUSSIA

ABSTRACT: The problem of calculation and optimal design of reinforced concrete structures bearing frame of the building using numerical optimization techniques and static analysis. Developed software package, which is made using the automated calculation of the optimal parameters for the selection of core concrete.

Key words: reinforced concrete structures, supporting frame, finite element method, optimization method.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу оптимального проектирования стержневых железобетонных конструкций при статических воздействиях по критерию минимального вес. Приведём математическую модель этой задачи в форме задачи нелинейного математического программирования (НМП):

$$\text{найти } \min f(x, C(x)), \quad x \in E^{nx} \quad (1)$$

при ограничениях

$$g_j(x, C(x)) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i = 1, 2, \dots, nx \quad (3)$$

Здесь $\{X\}$ – вектор варьируемых параметров на интервале $\{X^L\} - \{X^U\}$.

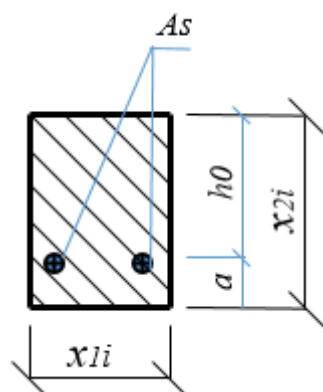
Целевая функция $f(x)$ представляет собой приведенный вес стержневых железобетонных конструкций;

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n_e} A_{bi} \cdot l_{bi} \cdot \rho_{bi} + \sum_{i=1}^{n_e} A_{si} \cdot l_{si} \cdot \rho_{si}, \quad (4)$$

где n_e – число элементов, A_{bi} , l_{bi} – площадь сечения и длина i -ого элемента, A_{si} – площадь сечения арматуры i -ого элемента, ρ_b , ρ_s – плотность бетона и арматуры.

Варьируются геометрические параметры сечений с учетом армирования, физические параметры бетона, координаты узлов конечно-элементной модели, которые могут меняться непрерывно.

В качестве варьируемых были использованы следующие параметры (рис. 1):

Рисунок 1. Сечение i -го элемента

- B_i – ширина сечения элементов i -той группы;
- H_i – высота сечения элементов i -той группы ($i=1 \dots n_e$).

Площадь арматуры A_s принята как часть площади прямоугольного сечения элементов.

Функции ограничений $g_i(x)$ представляют собой проверки по прочности и жесткости задаются в соответствии с разделами СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции». Эти функции связаны с варьируемыми параметрами через параметры состояния $C(x)$:

$$\{C(x)\} = \varphi(\delta, N, Q, M),$$

где M (изгибающие моменты), Q (поперечные силы), N (продольные силы), δ - узловые перемещения, которые определяются решением задачи конечно-элементного анализа в линейной постановке:

$$[K(x)]\{\delta\} = \{F(x)\}, \quad (5)$$

где $[K(x)]$ - матрица жесткости системы; $\{F(x)\}$ – вектор внешней нагрузки.

В данной работе рассмотрены железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры, удовлетворяющие требованиям предельных состояний I группы а) по прочности; б) по местной прочности.

АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В блоке оптимизации использованы численные методы условной и безусловной минимизации [4, 5]. Задача на условный экстремум (1-3) решается переходом к задаче на безусловный экстремум с использованием модифицированной функции Лагранжа F_p [1]. Оптимальный проект соответствует условию стационарности функции F_p по переменным варьирования X и по двойственным переменным (или множителям Лагранжа) Y :

$$\max_Y \min_X F_p(X, Y). \quad (6)$$

Таким образом, алгоритм решения стандартной задачи НМП сводится к двум поперечным шагам: а) определение переменных варьирования x , путем минимизации модифицированной функции Лагранжа F_p методом деформируемого многогранника; б) поиск двойственных переменных y (множителей Лагранжа) путем максимизации функции F_p . Критерием окончания итерационного процесса являются проверки

$$|X^{t+1} - X^t| \leq \varepsilon_x |X^t|, \quad |\bar{g}| \leq \varepsilon_g, \quad (7)$$

где $|\bar{g}|$ – множество потенциально активных ограничений; ε_x , ε_g - заданная точность вычислений; t – номер итерации.

Алгоритм реализован таким образом, что при каждом обращении к целевой и ограничительным функциям (1, 2) решается задача статического анализа в форме МКЭ (5).

ПРИМЕР ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ НЕСУЩЕГО ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО КАРКАСА ЗДАНИЯ

В качестве примера рассмотрим плоскую железобетонную раму, входящую в состав каркаса здания. Примем следующие харак-

теристики конструкции [3]:

- бетон класса В25 (плотность в 2350 кг/м³ или 0,0235·10⁻³ кН/см³, $E_b=3000$ кН/см², $R_b=1,45$ кН/см²);
- арматура класса А400 (плотность в 7850 кг/м³ или 0,0785·10⁻³ кН/см³, $E_s=20000$ кН/см², $R_s=35,5$ кН/см²);
- защитный слой арматуры $a=4$ см;
- коэффициент армирования $\mu=0,01$

Рассмотрено железобетонное пятиэтажное здание (рис. 2)

При конструировании каркаса была выполнена группировка его элементов по нескольким типам. Всего принято 13 групп: группа 1-го типа – элементы 1, 2, 4, 5; *тип 2* – элементы 7, 8, 10, 11, 13, 14; *тип 3* – элемент 3, 6, 9, 12, 15; *тип 4* – элемент 16; *тип 5* – элемент 17; *тип 6* – элемент 18; *тип 7* – элемент 19; *тип 8* – элемент 20; *тип 9* – элемент 21; *тип 10* – элемент 22; *тип 11* – элемент 23; *тип 12* – элемент 24; *тип 13* – элемент 25.

Реализовано 3 вида проверок *по прочности* для каждой группы элементов [6]:

а) обеспечение прочности сечений изгибаемых элементов из условия п. 8.1.8, ф. (8.3), а именно:

- условие ограничения относительной высоты сжатой зоны сечения:

$$\frac{R_s \cdot A_s}{R_b \cdot b \cdot h_0} \leq \xi_R. \quad (8)$$

где ξ_R - значение граничной относительной высоты сжатой зоны.

-обеспечение прочности в растянутой зоне:

$$M_{\max} \leq R_s \cdot A_s [(h_0 \cdot R_b \cdot b - 0.5 R_s \cdot A_s) / R_b \cdot b], \quad (9)$$

При действии равномерно распределенной нагрузки на элемент расчетные (экстремальные) моменты выбирались по опорным и пролетным сечениям.

б) обеспечение прочности железобетонных элементов при действии поперечных сил по

п. 8.1.32, ф. (8.55):

$$Q_{\max} \leq \phi_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0, \quad (10)$$

где ϕ_{b1} - коэффициент, принимаемый равным 0,3.

в) обеспечение прочности железобетонных внецентренно-сжатых элементов (колонн) по п. 8.1.14, ф. (8.10):

$$N \cdot e \leq (R_s \cdot A_s - N) \times (R_b \cdot b \cdot h_0 - 0,5(R_s \cdot A_s - N)) / (R_b \cdot b), \quad (11)$$

$$e = e_0 - \frac{h}{2} + a - \text{эксцентриситет, где } e_0 = \frac{M}{N}.$$

Ограничения проверялись для наиболее нагруженного элемента в каждой группе. Таким образом, ограничения g_1 - g_4 были отнесены к группе элементов, имеющих тип 1, g_5 - g_8 – для элементов типа 2, g_9 - g_{12} – тип 3, g_{13} - g_{15} – тип 4, g_{16} - g_{18} – тип 5, g_{19} - g_{21} – тип 6, g_{22} - g_{24} – тип 7, g_{25} - g_{27} – тип 8, g_{28} - g_{30} – тип 9, g_{31} - g_{33} – тип 10, g_{34} - g_{36} – тип 11, g_{37} - g_{39} – тип 12, g_{40} - g_{42} – тип 13.

Была учтена также проверка *по жесткости* рамы: ограничение на перемещения узла 16:

$$g_{43} = \frac{\delta_{16}}{[\delta]} - 1 \leq 0; \quad (12)$$

Предельное значение перемещения было принято $[\delta]=1,8$ см, что составляло Н/1000.

Получена следующая размерность задачи (1-3):

$n_x=26$ (число варьируемых параметров);

$m=43$ (число функции ограничений).

Нагрузки и воздействия на несущий каркас, показаны на рис. 3. Принято 2 случая загрузки. Единицы измерения сосредоточенных сил: кН, равномерно распределенной нагрузки: кН/м.

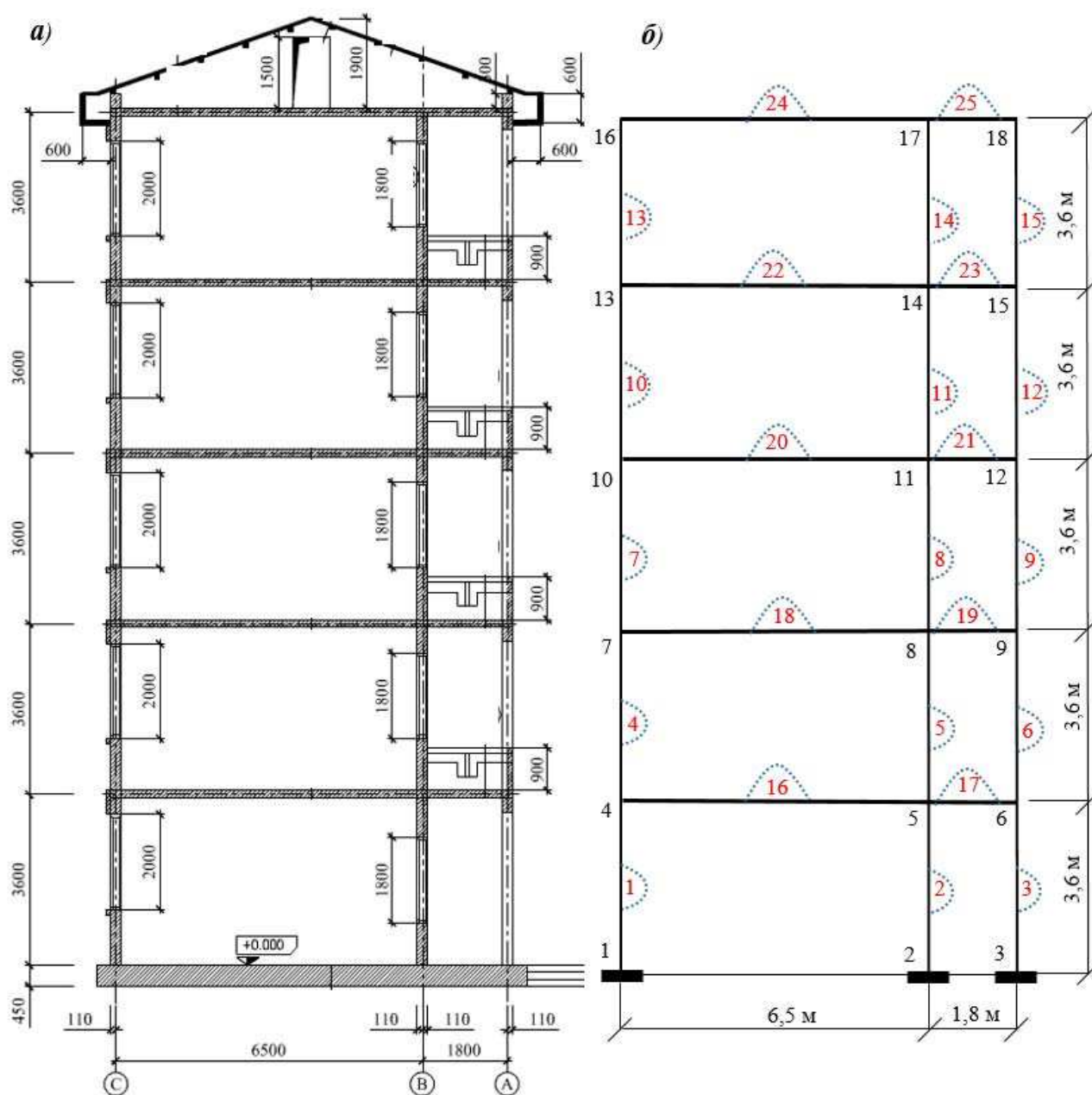


Рисунок 2. Несущий железобетонный каркас здания
а) сечения несущего каркаса; б) расчетная схема

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ РОСКЖБ

Поставленная задача оптимального проектирования элементов плоской рамы была решена с использованием программного комплекса РОСКЖБ.

Приняты следующие начальные значения и

пределы изменения:

- ширина сечения колонн: ($B_{min} = 30$ см; $B_{max} = 80$ см);
- высота сечения колонн: ($H_{min} = 40$ см; $H_{max} = 120$ см);
- ширина сечения ригелей: ($B_{min} = 25$ см; $B_{max} = 80$ см);
- высота сечения ригелей: ($H_{min} = 40$ см; $H_{max} = 120$ см).

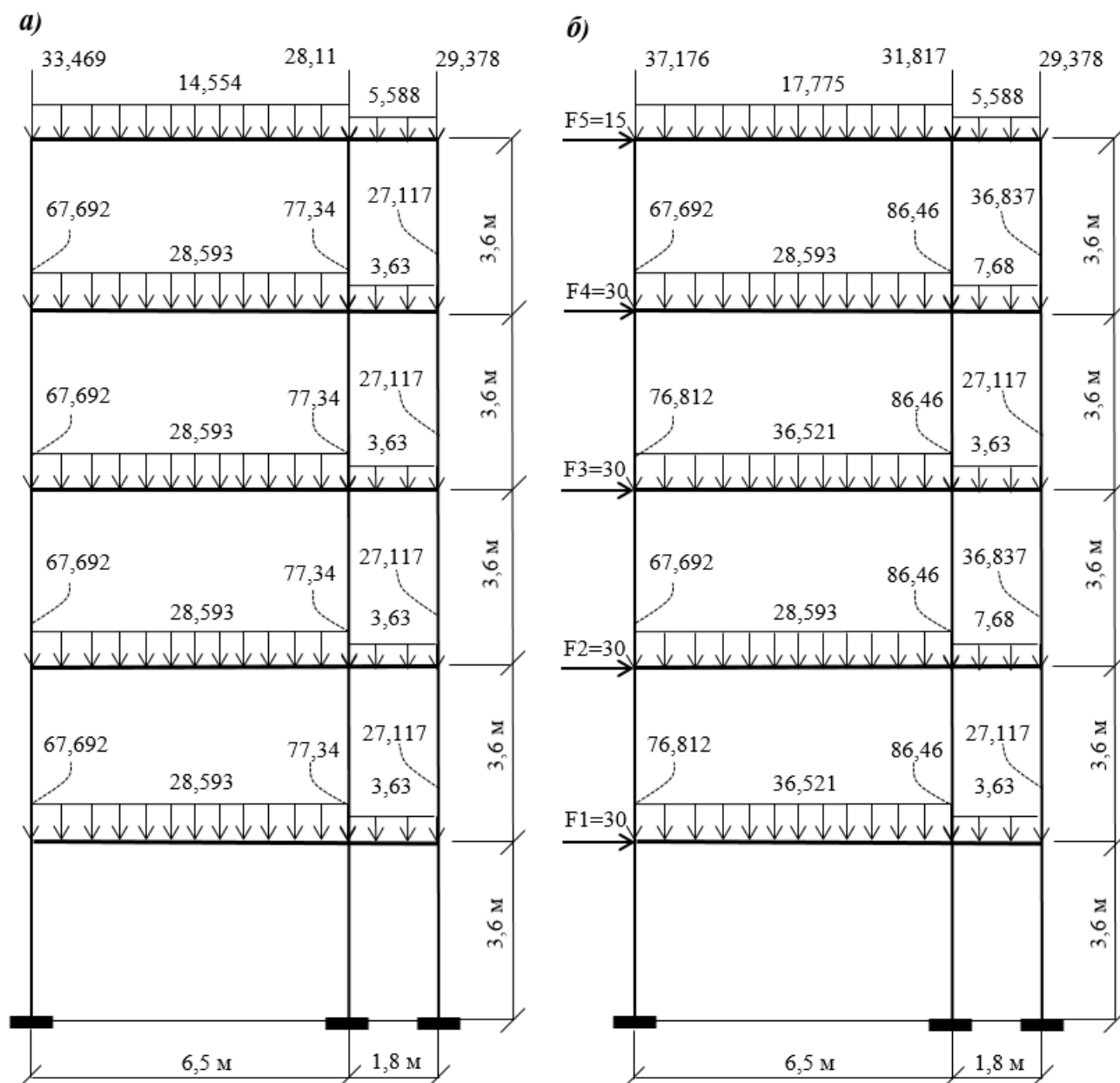


Рисунок 3. Нагрузки, действующие на несущий каркас;
а) первый случай загрузки; б) второй случай загрузки.

Параметры задачи оптимизации: $k_{min}=300$; $\Delta Z_{max}=0,3$.

В рис. 4. приведено изменение целевой функции на итерациях. Показано, что решение имеет устойчивую сходимость. Числовые результаты решения приведены в табл. 1 и 2.

Были получены следующие потенциально активные ограничения по нормальным напряжениям $g_{14}= 0,2700 \cdot 10^{-4}$ в элементе 16

(группа элементов, имеющих тип 4), $g_{20}= -0,2300 \cdot 10^{-4}$ в элементе 18 (элементы, имеющие тип 6), $g_{26}= 0,3000 \cdot 10^{-4}$ в элементе 20 (тип 8).

Точность полученных результатов можно оценить по невязке ограничения g_{26} , которая превышает допустимое значение на 0,003%.

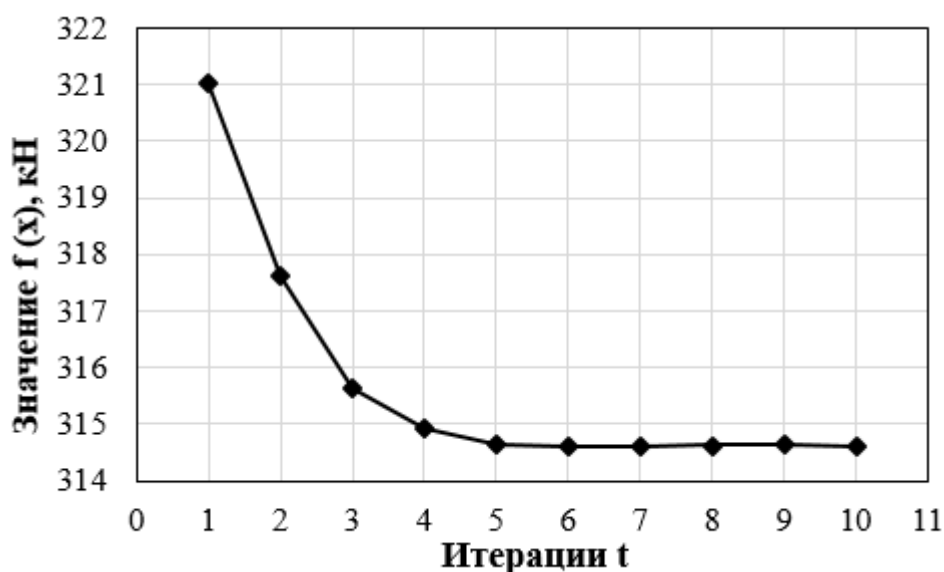


Рисунок 4. Изменение целевой функции на итерациях

Таблица 1. Результаты расчета

Значение целевой функции $f(x)$	314,62091 кН
Число обращений к целевой функции	18549
Число итераций	10

Таблица 2. Значения оптимальных параметров варьирования

Тип элементов	Оптимальные параметры			Округленные значения оптимальных параметров		
	B (см)	H (см)	As (см ²)	B (см)	H (см)	As (см ²)
1	30,0000	63,1488	17,7446	30,0000	65,0000	18,47
2	39,3487	30,1785	10,2999	40,0000	30,0000	9,82
3	30,0000	40,0493	12,3092	30,0000	40,0000	12,32
4	45,3929	41,4319	10,8148	45,0000	40,0000	9,82
5	25,0010	40,0030	9,0011	25,0000	40,0000	9,82
6	30,0002	45,4196	9,0001	30,0000	45,0000	9,82
7	25,0000	40,0002	12,4259	25,0000	40,0000	12,32
8	32,4593	45,5131	13,4749	32,0000	45,0000	12,32
9	25,0003	40,0007	9,0003	25,0000	40,0000	9,82
10	30,0016	40,0011	10,8009	30,0000	40,0000	9,82
11	25,0000	40,0000	9,0000	25,0000	40,0000	9,82
12	30,0003	40,0001	10,800	30,0000	40,0000	9,82
13	25,0000	40,0000	9,0000	25,0000	40,0000	9,82

Для использования в практическом проектировании полученные значения параметров сечений были округлены (табл. 2). Соответственно были скорректированы значение целевой функции и значения ограничений:

$$f(x) = 314,659385 \text{ кН}, \\ g_{14} = 0,20598 \cdot 10^{-2}, g_{20} = 0,1968 \cdot 10^{-2}, \\ g_{26} = -0,14397.$$

Таблица 3

Оптимальное решение с разных начальных проектов

Тип эл.	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3	
	B_0 (см)	H_0 (см)	B_0 (см)	H_0 (см)	B_0 (см)	H_0 (см)
1	30,000	50,000	40,000	40,000	40,000	40,000
2	30,000	50,000	40,000	40,000	40,000	40,000
3	30,000	40,000	40,000	40,000	40,000	40,000
4	30,000	40,000	30,000	40,000	30,000	40,000
5	30,000	40,000	25,000	40,000	30,000	40,000
6	30,000	40,000	30,000	40,000	30,000	40,000
7	30,000	40,000	25,000	40,000	30,000	40,000
8	30,000	40,000	30,000	40,000	30,000	40,000
9	30,000	40,000	25,000	40,000	30,000	40,000
10	30,000	40,000	30,000	40,000	30,000	40,000
11	30,000	40,000	25,000	40,000	30,000	40,000
12	30,000	40,000	30,000	40,000	30,000	40,000
13	30,000	40,000	25,000	40,000	30,000	40,000
$f(x)_{opt}$ (кН)	314,62091		314,56857		314,56889	
Число итераций	10		10		10	
$g^{(max)}$	$0,30 \cdot 10^{-4}$		$0,11 \cdot 10^{-3}$		$-0,16 \cdot 10^{-4}$	

Полученные значения потенциально активных ограничений не выходит за пределы значений, допустимых при проектировании строительных конструкций (как правило, в пределах 3-х процентов), поэтому скорректированное решение может быть принято, как оптимальное.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ НА ЕДИНСТВЕННОСТЬ

В качестве начального проекта использовались различные величины ширины (B_0) и высоты (H_0) сечения элементов. Результаты 3-х решений приведены в табл. 3.

При решении задачи с различных начальных проектов было получено практическое совпадение оптимальных значений целевой функции (разброс составил 0,016%).

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Разработан алгоритм и программная реализация задачи оптимального проектирования несущего железобетонного каркаса здания. Получена устойчивая сходимость к оптимальному решению при различных начальных проектах.
2. Принятая модель вычислительного алгоритма обеспечивает независимую работу основных её блоков, что позволяет дополнять каждый блок (например, расширять список проверок в конструктивном расчете железобетонных конструкций).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитриева Т.Л. Параметрическая оптимизация в проектировании конструкций, подверженных статическому и динамиче-

- скому воздействию: монография. Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2010. 176 с.
2. **Дмитриева Т.Л., Нгуен Ван Ты** Реализация условной задачи нелинейного математического программирования с использованием метода деформируемого многогранника в программе *MATHCAD*. Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. Иркутск: Из-во ИрГТУ. № 4(44) 2014. С. 63–69.
 3. **Нгуен Ван Ты, Кажарский В.В.** Расчет стержневых железобетонных конструкций с учетом неупругой работы методом конечных элементов. Вестник Иркутского государственного технического университета. № 5(88) 2014. С. 107 - 114.
 4. **Химмельблау Д.** Прикладное нелинейное программирование. – М., 1975.
 5. **Банди Б.** Методы Оптимизации. Вводный курс. М.: Радио и связь, 1988.
 6. СП 63.13330.2012 "Бетонные и железобетонные конструкции".
 7. **Nelder J.A., Mead R.,** A Simplex Method for Function Minimization // Computer Journal, № 7, 1965, P. 308-313.

Дмитриева Татьяна Львовна, доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов и строительной механики; ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный технический университет»; Россия, 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, e-mail: dmitrievat@list.ru

Кажарский Виталий Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций; ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный технический университет»; Россия, 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, тел: (3952) 40-51-37

Нгуен Ван Ты, аспирант кафедры сопротивления материалов и строительной механики; ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный технический университет»; Россия, 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, e-mail: nguyentuad@gmail.com

Tatiana L. Dmitrieva, Professor, Dr.Sc., Department of Strength of Materials and Structural Mechanics; Irkutsk State Technical University; 83, Ul. Lermontova, Irkutsk, 664071, Russia; e-mail: dmitrievat@list.ru

Vitaly V. Kazharsky, Associate Professor, Ph.D, Department of Building Structures; Irkutsk State Technical University; 83, Ul. Lermontova, Irkutsk, 664071, Russia; tel. (3952) 40-51-37

Nguyen Van Tu, Ph.D Student, Department of Strength of Materials and Structural Mechanics; Irkutsk State Technical University; 83, Ul. Lermontova, Irkutsk, 664071, Russia; e-mail: nguyentuad@gmail.com

ЗАДАЧА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ОСЦИЛЛЯТОРА С ВЯЗКОУПРУГИМ ДЕМПФИРОВАНИЕМ

С.В. Ерохин¹, Т.С. Алероев², Л.Ю. Фриштер¹

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
г. Москва, РОССИЯ

²Институт прикладной математики и автоматизации, г. Нальчик, РОССИЯ

АННОТАЦИЯ: Рассматривается модель осциллятора с вязкоупругим демпфированием, содержащая производную дробного порядка. Для данного уравнения сформулирована задача Штурма-Лиувилля, вычислены ее собственные значения и собственные функции, доказаны основные осцилляционные свойства.

Ключевые слова: осциллятор с вязкоупругим демпфированием, производная дробного порядка, задача Штурма-Лиувилля

STURM-LIOUVILLE PROBLEM FOR EQUATION OF THE VISCOELASTIC DAMPING OSCILLATOR

Sergey V. Erokhin¹, Temirkhan S. Aleroev², Ludmila Yu. Frishter¹

¹ National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

² Institute of Applied Mathematics and Automation, Nalchik, RUSSIA

ABSTRACT: The paper is devoted to the viscoelastic damping oscillator model which is based on fractional derivatives. Sturm-Liouville problem is formulated for this equation, its eigenvalues and eigenfunctions are calculated, basic oscillation features are proven.

Keywords: viscoelastic damping oscillator, fractional derivative, Sturm-Liouville problem

1. ОСЦИЛЛЯТОР С ВЯЗКОУПРУГИМ ДЕМПФИРОВАНИЕМ

В данной работе рассматривается оператор A , порожденный дифференциальным выражением вида

$$l(u) = -u'' + \varepsilon D_x^\alpha u \quad (1)$$

и краевыми условиями типа Штурма-Лиувилля:

$$u(0) = 0, \quad u(1) = 0. \quad (2)$$

Здесь $0 < \alpha < 1$, D_x^α - оператор дробного (в смысле Капуто) дифференцирования порядка α :

$$D_x^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_a^x \frac{f'(\tau) d\tau}{(x-\tau)^\alpha}.$$

Отметим, что задача (1)-(2) привлекает внимание многих авторов [1]-[4]. Это связано, в первую очередь с тем, что она моделирует различные физические процессы, в частности, движение осциллятора под действием упругих сил, характерных для вязкоупругих сред [2]. Оператор A описывает движение осциллятора, поэтому этот оператор должен обладать целым комплексом осцилляционных свойств. В работе [2] была выдвинута гипотеза о том, что оператор A обладает основными осцилляционными свойствами:

1) все частоты являются простыми (т. е. амплитудная функция собственного колебания данной частоты определяется однозначно с точностью до постоянного множителя);
 2) собственные колебания с наименьшей частотой не имеют узлов;
 3) все частоты являются положительными.
 Следует отметить, что эти утверждения были приведены в [2] после многочисленных наблюдений за движением осциллятора с вязкоупругим демпфированием, изображенным на рис. 1.

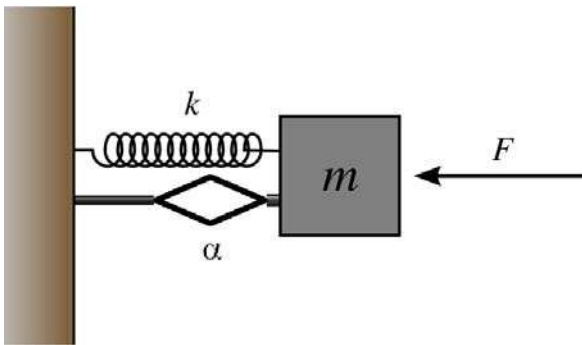


Рис. 1. Осциллятор с вязкоупругим демпфированием.

Закон колебаний

$$mu'' + \eta D^\alpha u + ku = F(x)$$

осциллятора, изображенного на рис. 1 (здесь m – масса осциллятора; η , α – параметры демпфера, k – жесткость пружины, $F(x)$ – внешняя сила), перепишем в виде:

$$u'' + cD^\alpha u + \lambda u = f(x).$$

На рис. 2 приведены численные решения следующей задачи:

$$\begin{aligned} u'' + cD_{0x}^\alpha u + \lambda u &= 0, \\ u(0) &= 0, \quad u'(0) = 1, \end{aligned}$$

при различных значениях параметров c , α и $\lambda = 10$.

Хотя графики, приведенные на рис. 2 и подтверждают гипотезу, выдвинутую в работе [2], строгое математическое обоснование основных осцилляционных свойств сопряжено со значительными аналитическими трудностями.

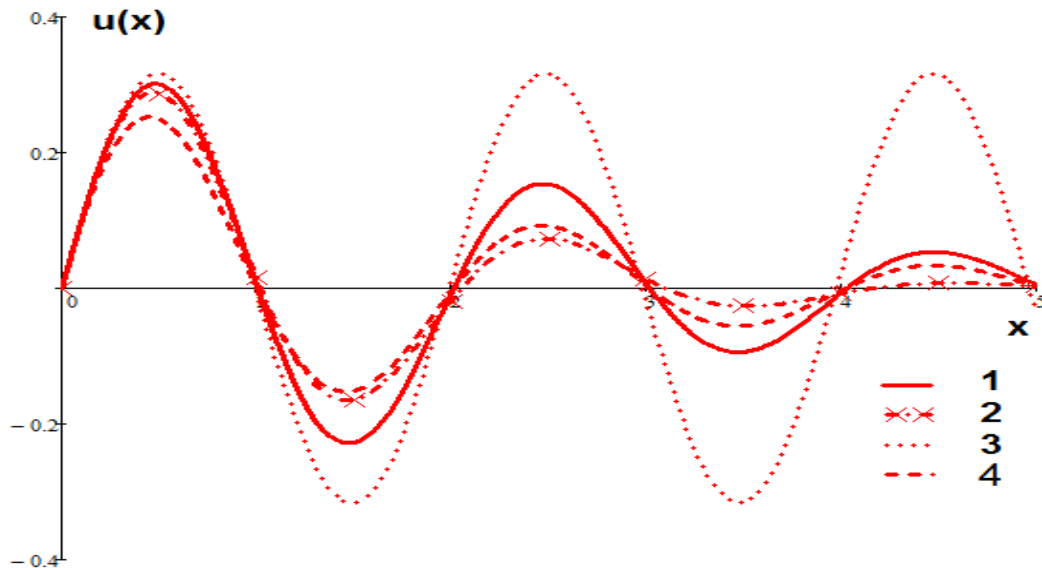


Рис. 2. Решения задачи Коши:

- 1) $c = 0,5$, $\alpha = 0,5$ – осциллятор с вязкоупругим демпфированием;
- 2) $c = 1$, $\alpha = 0,5$ – осциллятор с вязкоупругим демпфированием;
- 3) $c = 0$ – гармонический осциллятор;
- 4) $c = 1$, $\alpha = 1$ – осциллятор с вязким демпфированием.

2. ОСНОВНЫЕ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫЕ СВОЙСТВА МОДЕЛИ

В данной работе доказывается, что оператор A обладает основными осцилляционными свойствами (все собственные числа просты и положительны).

Теорема 1. Если $\varepsilon < (2,1)^{-1}$, то все собственные числа задачи (1)-(2) простые и вещественные.

Доказательство. Рассмотрим семейство $T(\varepsilon) = T + \varepsilon T_1$, где T - дифференциальный оператор

$$Tu = \begin{cases} -u'', \\ u(0) = 0, \quad u(1) = 0, \end{cases}$$

а оператор $T_1 = D_x^\alpha$. Так как все собственные числа оператора T изолированы и имеют кратность, равную 1, то соответствующие собственные числа $\lambda_m(\varepsilon)$ и собственные функции $\varphi_m(\varepsilon)$ оператора $T(\varepsilon)$ голоморфные, по крайней мере, для малых ε [8]:

$$\lambda_m(\varepsilon) = \lambda_m^{(0)} + \varepsilon \lambda_m^{(1)} + \varepsilon^2 \lambda_m^{(2)} + \dots, \quad (3)$$

$$\varphi_m(\varepsilon) = \varphi_m^{(0)} + \varepsilon \varphi_m^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_m^{(2)} + \dots. \quad (4)$$

Имеются различные формулы для вычисления нижней границы радиуса сходимости r_0 рядов Тейлора (3)-(4). Воспользуемся формулой [8, стр. 475]:

$$r_0 = \min_{\xi \in \Gamma} (a \|R(\xi, T)\| + b \|TR(\xi, T)\| + c)^{-1}. \quad (5)$$

В формуле (5) в качестве контура Γ возьмем окружность $|\xi - \frac{1}{\pi^2}| = \frac{\rho}{2}$, где ρ - расстояние от $\frac{1}{\pi^2}$ до множества остальных собственных чисел оператора T , а параметры a, b, c будут вычислены далее.

В нашем случае $c = 0$ [8]. Чтобы найти параметры a, b , воспользуемся формулой

$$\|I^\alpha \varphi\|_p \leq \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \|\varphi\|_p.$$

Здесь I^α - оператор дробного интегрирования Римана-Лиувилля порядка α [3]. Известно [8]:

$$\begin{aligned} \|D_x^\alpha u\|_p &\leq \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \|u'\|_p \leq \\ &\leq \frac{1}{n-1} \|u''\|_p + \frac{2n(n+1)}{n-1} \|u\|_p. \end{aligned} \quad (6)$$

Так как здесь n - любое положительное число, то границу возмущения T_1 , можно выбрать сколь угодно малой. Поэтому в формуле (5) значения параметров можно выбрать $a = \frac{2m(m+1)}{m-1}$, $b = \frac{1}{m-1}$.

Выбрав в формуле (5) в качестве Γ окружность $|\xi - (m\pi)^2| = \frac{\rho}{2}$, где ρ - расстояние от $(m\pi)^2$ до множества остальных собственных чисел оператора T , получим:

$$r_0 \leq \frac{1}{\frac{2m(m+1) + (m+1)^2}{(m-1)(m-\frac{1}{2})} + 1}.$$

Здесь мы воспользовались тем, что

$$\begin{aligned} R(\xi) &= \frac{1}{\text{dist}(\xi; \Sigma(T))}, \\ TR(\xi) &= I + \xi R(\xi). \end{aligned}$$

Осталось доказать, что все собственные числа задачи (1)-(2) вещественны. Обратимся к формулам (3)-(4):

$$\lambda_1(\varepsilon) = \lambda_1^{(0)} + \varepsilon \lambda_1^{(1)} + \varepsilon^2 \lambda_1^{(2)} + \dots, \quad (7)$$

$$\varphi_1(\varepsilon) = \varphi_1^{(0)} + \varepsilon \varphi_1^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi_1^{(2)} + \dots. \quad (8)$$

Коэффициенты $\lambda_1^{(n)}$ и $\varphi_1^{(n)}$ будем вычислять по формулам, указанным в работе [7]:

$$\begin{aligned} \lambda_1^{(n)} &= \sum_{k=1}^n \left(\bar{A}_k \varphi_1^{(n-k)}, \varphi_1^{(0)} \right), \varphi_1^{(n)} = \\ &= \sum_{k=1}^n R(\lambda_1^{(k)} - \bar{A}_k) \varphi_1^{(n-k)} \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь R - приведенная резольвента оператора T , соответствующая собственному значению $\lambda_1^{(0)}$, является интегральным оператором с ядром $S(x, y)$:

$$S(x, y) = -y \cos \sqrt{\lambda_1^{(0)}} y \sin \sqrt{\lambda_1^{(0)}} x + \\ + (1-x) \sin \sqrt{\lambda_1^{(0)}} y \cos \sqrt{\lambda_1^{(0)}} x + \\ + \frac{1}{2} \sin \sqrt{\lambda_1^{(0)}} y \sin \sqrt{\lambda_1^{(0)}} x, y \leq x$$

(при $x \leq y$ в правой части этой формулы нужно поменять местами y и x). Ясно, что R преобразовывает взаимнооднозначно H_0 (ортogonalное дополнение функции $\sin \sqrt{\lambda_1^{(0)}} x$) в себя и аннулирует $\sin \sqrt{\lambda_1^{(0)}} x$, а $\bar{A}_1 = T_1$, и $\bar{A}_k = 0$ при $k = 2, 3, \dots$. Из (7) следует, что

$$\lambda_1^{(1)} = (T_1 \varphi_1^{(0)}, \varphi_1^{(0)}).$$

Так как ядро оператора T_1 является вещественнозначным, то $Im \lambda_1^{(1)} = 0$. Далее из (9) следует, что

$$\varphi_1^{(1)} = R(\lambda_1^{(1)} - B_1) \varphi_1^{(0)}.$$

Так как ядра операторов R и T_1 вещественнозначные, то $Im \varphi_1^{(1)} = 0$.

Таким образом, последовательно можно установить, что $Im \lambda_1^{(n)} = Im \varphi_1^{(n)} = 0$ для всех n . Итак, если ε вещественное, то $\lambda_1(\varepsilon)$ также вещественное число, что и доказывает теорему 1.

Известно, что система собственных функций задачи (1)-(2) образует базис в L_2 .

Конечно, эта система не является ортонормированной. В этой связи стоит отметить работу [6], в которой строится система, биортogonalная к системе собственных функций задачи (1)-(2). Приведем некоторые факты из этой работы.

Число λ является собственным значением задачи (A):

$$u'' + c D_x^\alpha u + \lambda u = 0, \\ u(0) = 0, \quad u(1) = 0,$$

тогда и только тогда, когда λ является нулем функции:

$$\omega(\lambda) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n (-1)^n \frac{C_n^m \lambda^{n-m}}{\Gamma(2n - m\alpha + 2)},$$

Собственные функции задачи (A) имеют вид:

$$\chi_i(x) = x + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n (-1)^n \frac{C_n^m c^m \lambda_i^{n-m}}{\Gamma(2n - m\alpha + 2)} x^{2n+1-m\alpha},$$

где λ_i — нули функции $\omega(\lambda)$.

Система функций, биортogonalная к системе собственных функций $\{\chi_i(x)\}$, является система $\{\bar{\chi}_i(x)\}$ где

$$\bar{\chi}_i(x) = 1 - x - \\ - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n (-1)^{n+1} \frac{C_n^m \lambda_i^{n-m}}{\Gamma(2n - m\alpha)} (1-x)^{2n+1-m\alpha}.$$

Рассмотрим вспомогательную задачу:

$$u'' - \varepsilon D_x^\alpha u = \lambda u, \quad (10)$$

$$u(0) = 0, \quad u(1) = 0. \quad (11)$$

Теорема 2. Все собственные значения задачи (10)-(11) отрицательные.

Доказательство. Известно [6], что число λ является собственным числом задачи (10)-(11) тогда и только тогда, когда λ является нулем функции:

$$\omega(\lambda) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \varepsilon^n \frac{C_n^m \lambda^{n-m}}{\Gamma(2n - m\alpha + 2)}.$$

Запишем функцию $\omega(\lambda)$ в виде:

$$\omega(\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \lambda^k. \quad (12)$$

Так как $\frac{c_n^m}{\Gamma(2n-m\alpha+2)} > 0$ при любых n, m , то $a_k > 0$ при любом k . Теперь из (12) следует, что число $\lambda > 0$ не может быть нулем функции $\omega(\lambda)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Алероев Т. С., Алероева Х. Т.** О базисности системы собственных и присоединенных функций операторов, порожденных дифференциальными уравнениями второго порядка с дробной производной в младшем члене // Вестник НИЯУ МИФИ. 2014. Т. 3. № 6. с. 646.
2. **Ingman D., Suzdalnitsky J.** Iteration method for equation of viscoelastic motion with fractional differential operator of damping // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 190 (2001) 5027–5036.
3. **Нахушев А. М.** Дробное исчисление и его применение. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
4. **Ларионов Е. А., Зверьев Е. М., Алероев Т. С.** К теории слабого возмущения нормальных операторов. // Препринт ИПМ № 14, Москва, 2014.
5. **Алероев Т.С.** Краевые задачи для дифференциальных уравнений с дробными производными. // Диссертация доктора физ.-мат. наук. М.: МГУ, 2000.
6. **Aleroev T. S., Kirane M., Yi-Fa Tang.** Boundary Value Problems for Differential Equations of Fractional Order. // Journal of Mathematical Sciences. November 2013, vol. 194, Issue 5, pp. 499-512.
7. **Логинов Б. В.** К оценке точности метода возмущений. // Известия АН УзССР. Сер. физ.-мат. наук, 6, 1963, 14-19.
8. **Като Т.** Теория возмущений линейных операторов. М.: "Мир", 1972.

Ерохин Сергей Владимирович, аспирант, старший преподаватель; Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет; РОССИЯ 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; email: kabrus@mail.ru

Алероев Темирхан Султанович, доктор физико-математических наук, профессор; Институт прикладной математики и автоматизации; РОССИЯ, 360000, г. Нальчик, ул. Шортанова 89-А; email: aleroev@mail.ru

Фриштер Людмила Юрьевна, доктор технических наук, доцент, заведующая кафедрой высшей математики; Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет; РОССИЯ 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; email: lfrishter@mail.ru

Sergey V. Erokhin, PhD Student; National Research Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoye shosse, Moscow, 129337, Russia; email: kabrus@mail.ru

Temirkhan S. Aleroev, Ph.D, Institute of Applied Mathematics and Automation, 89-A Shortanova st., Nalchik, 360000, Russia; email: aleroev@mail.ru

Ludmila Yu. Frishter, PhD, Head of the Department of Mathematics; National Research Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoye shosse, Moscow, 129337, Russia; email: lfrishter@mail.ru

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВЯЗКОУПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОИЗВОДНЫХ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

С. В. Ерохин¹, Т. С. Алероев², Л. Ю. Фриштер¹, А. В. Колесниченко³

¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
г. Москва, РОССИЯ

² Институт прикладной математики и автоматизации, г. Нальчик, РОССИЯ

³ Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, г. Москва, РОССИЯ

АННОТАЦИЯ: Представлена модель напряженно-деформированного состояния вязкоупругих материалов, основанная на производных дробного порядка. Данная модель хорошо согласуется с результатами экспериментов над полимерными пленками. Предложена методика параметрической идентификации модели по экспериментальным данным. Согласно методике определены ключевые параметры модели для двух типов полимеров.

Ключевые слова: математическая модель, вязкоупругость, производные дробного порядка, параметрическая идентификация

PARAMETER IDENTIFICATION OF THE VISCOELASTIC MATERIALS MATHEMATICAL MODEL USING FRACTIONAL DERIVATIVES

*Sergey V. Erokhin¹, Temirkhan S. Aleroev², Ludmila Yu. Frishter³,
Alexander V. Kolesnichenko³*

¹ National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

² Institute of Applied Mathematics and Automation, Nalchik, RUSSIA

³ Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences), Moscow, RUSSIA

ABSTRACT: The model of stress-strain state of viscoelastic materials based on derivatives of fractional order is submitted. This model is in good agreement with the experimental results on polymer films. The method of the parametric identification of the model from experimental data is developed. The main parameters of the model are calculated for two types of polymers using this method.

Keywords: mathematical model, viscoelasticity, fractional derivative, parameter identification

Работа посвящена исследованию деформационно-прочностных характеристик полиэфиров, полученных на основе диана и ди-хлорангидридов некоторых кислот [1]. Известно, что стандартная модель вязкоупругого тела имеет вид [2]:

$$\sigma(t) + \sum_{i=1}^m b_i D^{\alpha_i} \sigma(t) = E_0 \varepsilon(t) + \sum_{j=1}^m E_j D^{\beta_j} \varepsilon(t), \quad (1)$$

где $\sigma(t)$, $\varepsilon(t)$ - напряжение и деформация в момент времени t , b_i , E_j , α_i , β_j - параметры модели, а

$$D^\beta x(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \int_0^t \frac{x'(\tau)}{(t-\tau)^\beta} d\tau$$

- дробная производная Капуто [3].

Частным случаем уравнения (1) является известная модель Максвелла [3]:

$$\sigma + \tau \frac{d\sigma}{dt} = E\tau \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (2)$$

В линейном уравнении (2) τ означает время релаксации, а E - модуль упругости. Обобщением модели (2), которая не учитывает наличие памяти у системы, является следующее реологическое уравнение состояния [3]:

$$\sigma(t) + bD^\alpha \sigma(t) = E_0 D^\beta \varepsilon(t). \quad (3)$$

Как показано в [2], для моделирования многих вязкоупругих материалов достаточно ограничиться моделью:

$$\sigma(t) + bD^\alpha \sigma(t) = E_0 \varepsilon(t) + E_1 D^\beta \varepsilon(t),$$

которая при достаточно малом E_0 сводится к уравнению:

$$\sigma(t) = E_1 D^\beta \varepsilon(t). \quad (4)$$

Так как рассматриваемые полимеры не имеют мгновенной упругости, то мы можем пользоваться уравнением (4). При таком подходе к моделированию деформационно-прочностных характеристик вязкоупругих тел, одним из ключевых вопросов является вопрос об идентификации параметров модели по данным натурных измерений. В работе рассматривается простой и эффективный метод идентификации безразмерного параметра памяти β .

Для этого рассматриваются закономерности процессов деформирования серии стеклообразных аморфных полиарилатов и ряда бисфенолов: диана «1», тетрахлордиана (ТХД) «2», диоксидифенилсульфена (ДОДФС) «3», фенолфталеина (Ф/Ф) «4», тетрабромфенолфталеина (ТБФ/Ф) «5» и 1,1-дихлор-2,2-диэтилена (ЭОДХ) «6», триптицендиол «7».

Все исследованные полиэфиры относятся к негорючим полимерам и предназначаются для использования в тех областях техники, где необходимы пленочные материалы и покрытия с повышенной огнестойкостью и высокими физико-механическими свойствами.

Для исследования использованы пленки из вышеуказанных полиэфиров [1]. Механические испытания проведены на машине для растяжения с постоянной скоростью деформирования (0,05 м/мин) при комнатной температуре.

На рис.1 приведены зависимости напряжение-деформация для шести полиэфиров. Все полиэфиры, за исключением ХАЭТИК - ТБФ/Ф, разрушаются пластично с достаточно высоким пределом вынужденной эластичности (σ_B). Характерной особенностью зависимостей напряжение-деформация на рис. 1 (кроме, естественно, ХАЭТИК - ТБФ/Ф) является отсутствие максимума (напряжение за пределом вынужденной эластичности нигде не снижается ниже σ_B).

Заметим, что при всем разнообразии методик исследования моделей, задачам определения параметров уделено значительно меньше внимания.

В общем случае $\varepsilon(t)$ - функция не линейная. По теореме существования и единственности решения задачи Коши для уравнения (4) следует, что параметр β является инвариантным и не зависит от формы функции $\varepsilon(t)$. Поэтому параметр β определяется для случая линейного нагружения.

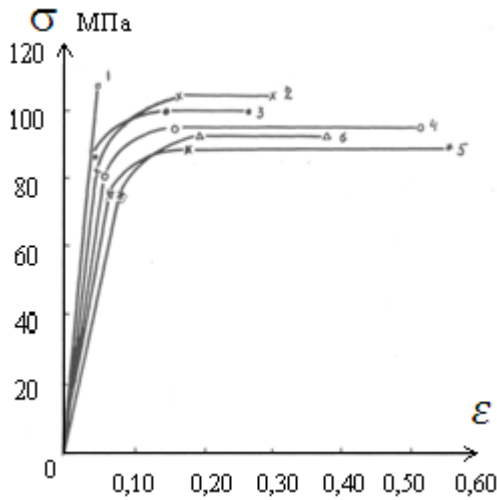


Рис. 1. Зависимость напряженно-деформация при растяжении пленочных образцов полиэфиров 1 - ТБФ/Ф, 2 - ТХД, 3 - Ф/Ф, 4 - ЭОДХ, 5 - диан, 6 - ДОДФС.

Сформулируем теорему существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения с производными дробного порядка в общем виде [3].

Теорема Барретта. Для любой функции $v(x) \in L[a, b]$ существует единственное решение $u(x) \in L[a, b]$ задачи Коши:

$$D^\alpha u(x) = \lambda u(x) + v(x), \quad x \in [a, b], \\ \lim_{x \rightarrow 0} D^{\alpha-i} u(x) = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ m - 1 < \alpha < m$$

и оно задается формулой:

$$u(x) = \sum_{i=1}^m a_i U_i(x - u(x), \lambda) + \\ + \int_0^x v(t) U_1(x - t, \lambda) dt,$$

где

$$U_i(x, \lambda) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1} x^{k\alpha-i}}{\Gamma(k\alpha - i + 1)}.$$

В случае $\lambda = 0$ решение представляется в виде:

$$u(x) = a_1 U_1(x) + \int_0^x v(t) U_1(x) dt,$$

где

$$U_1(x) = \frac{x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}.$$

Вычислим параметр β , если растяжение материала задается линейно (в соответствии с проведенными экспериментами):

$$\varepsilon(t) = kt.$$

Принимая во внимание известную формулу:

$$D^\beta t = \frac{t^{1-\beta}}{\Gamma(2-\beta)},$$

получаем

$$\sigma(t) = \frac{kE_1}{\Gamma(2-\beta)} t^{1-\beta} = \frac{k^\beta E_1}{\Gamma(2-\beta)} [\varepsilon(t)]^{1-\beta}.$$

Обозначив

$$A = \frac{k^\beta E_1}{\Gamma(2-\beta)},$$

можно записать:

$$\sigma(t) = A[\varepsilon(t)]^{1-\beta}. \quad (5)$$

Таким образом, в этом случае напряжение зависит от деформации по степенному закону (рис. 2). Для определения β достаточно знать результаты двух измерений $\varepsilon(t_1)$ и $\varepsilon(t_2)$.

Формула (5) описывает деформацию материала в зоне высокоэластичной деформации, т. е. при $\sigma > \sigma_B$.

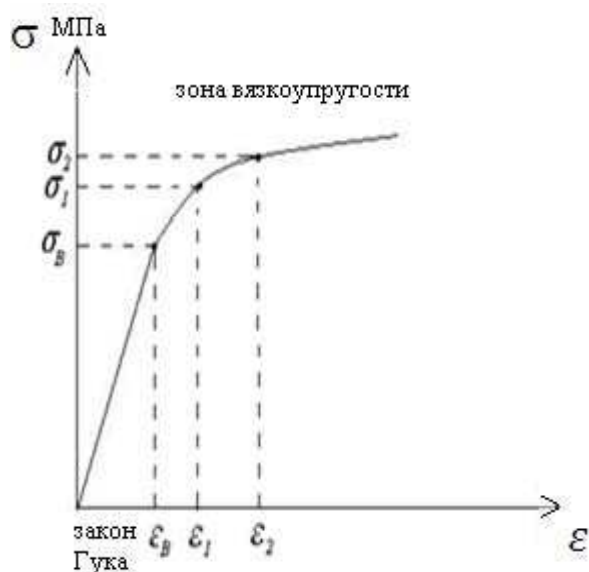


Рис. 2. Кривая напряжение-деформация для полимерных пленок.

Если, помимо критической точки $(\varepsilon_B, \sigma_B)$ известны еще два результата измерений: $(\varepsilon_1, \sigma_1)$ и $(\varepsilon_2, \sigma_2)$ то, приняв

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_1 &= \varepsilon_1 - \varepsilon_B, & \Delta\varepsilon_2 &= \varepsilon_2 - \varepsilon_B, \\ \Delta\sigma_1 &= \sigma_1 - \sigma_B, & \Delta\sigma_2 &= \sigma_2 - \sigma_B, \end{aligned}$$

можно записать:

$$\begin{cases} \Delta\sigma_1 = A\Delta\varepsilon_1^{1-\beta}, \\ \Delta\sigma_2 = A\Delta\varepsilon_2^{1-\beta}. \end{cases}$$

Откуда

$$\beta = 1 - \frac{\ln \frac{\Delta\sigma_2}{\Delta\sigma_1}}{\ln \frac{\Delta\varepsilon_2}{\Delta\varepsilon_1}}. \quad (6)$$

Для примера возьмем диаграммы для двух материалов: 1 – ТХД, 2 – диан.

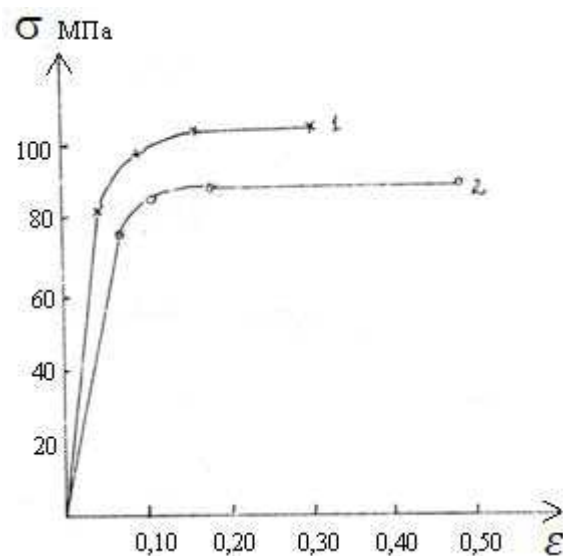


Рис. 3. Зависимость напряжение-деформация: 1 – ТХД, 2 – диан.

Из графика следует, что для первого материала область вязкоупругости наступает при $\varepsilon_0 = 0,06, \sigma_0 = 82$. Еще две точки выберем следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 0,10, & \sigma_1 &= 97; \\ \varepsilon_2 &= 0,16, & \sigma_2 &= 103. \end{aligned}$$

Получим,

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_1 &= 0,04, & \Delta\sigma_1 &= 15; \\ \Delta\varepsilon_2 &= 0,10, & \Delta\sigma_2 &= 21. \end{aligned}$$

По формуле (6) находим $\beta = 0,63$.

Для второго материала: $\varepsilon_0 = 0,08, \sigma_0 = 76$.

Еще две точки выберем следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 0,11, & \sigma_1 &= 84; \\ \varepsilon_2 &= 0,18, & \sigma_2 &= 86. \end{aligned}$$

Получим,

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_1 &= 0,03, & \Delta\sigma_1 &= 8; \\ \Delta\varepsilon_2 &= 0,10, & \Delta\sigma_2 &= 10. \end{aligned}$$

По формуле (6) находим $\beta = 0,815$.

Данные рис. 3 и полученные значения параметра β (порядка дробной производной) поз-

воляют сделать вывод, что образцы диана более эластичны, чем образцы ТХД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кехарсаева Э.Р., Алероев Т. С.** Модель деформационно-прочностных характеристик хлоросодержащих полиэфиров на основе производных дробного порядка. // Пластические массы, 2001, №3, с. 35.
2. **Bagley R. L., Torvik P. J.** Fractional calculus—a different approach to the analysis of viscoelastically damped structures. *AIAA Journal*, vol. 21, no. 5, pp. 741–748, 1983.
3. **Нахушев А.М.** Дробное исчисление и его применение. // ФИЗМАТЛИТ, 2003.

Ерохин Сергей Владимирович, аспирант, старший преподаватель; Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет; РОССИЯ 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; email: kabrus@mail.ru

Алероев Темирхан Султанович, доктор физико-математических наук, профессор; Институт прикладной математики и автоматизации; РОССИЯ, 360000, г. Нальчик, ул. Шортанова 89-А; email: aleroev@mail.ru

Фриштер Людмила Юрьевна, доктор технических наук, доцент, заведующая кафедрой высшей математики; Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет; РОССИЯ 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; email: lfrishter@mail.ru

Колесниченко Александр Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом Института прикладной математики им. М.В. Келдыша, РАН, 125047, Москва, Миусская пл., д.4; email: al-vl-kolesn@yandex.ru

Sergey V. Erokhin, PhD Student; National Research Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoye shosse, Moscow, 129337, Russia; email: kabrus@mail.ru

Temirkhan S. Aleroev, Ph.D, Institute of Applied Mathematics and Automation, 89-A Shortanova st., Nalchik, 360000, Russia; email: aleroev@mail.ru

Ludmila Yu. Frishter, PhD, Head of the Department of Mathematics; National Research Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoye shosse, Moscow, 129337, Russia; email: lfrishter@mail.ru

Alexander V. Kolesnichenko, Ph.D, Head of Department; Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences); Miusskaya sq., 4, Moscow, 125047, Russia; email: al-vl-kolesn@yandex.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ КАМЕННОЙ КЛАДКИ В УСЛОВИЯХ ДВУХОСНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

О.В. Кабанцев^{1,2}, А.Г. Тамразян²

¹ ООО «МонолитСтройПроект», г. Москва, РОССИЯ

² Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, г. Москва, РОССИЯ

АННОТАЦИЯ: В статье предложен метод моделирования упруго-пластического деформирования и разрушения каменной кладки в условиях двухосного напряженного состояния под возрастающей нагрузкой. Представлена дискретная конечноэлементная модель каменной кладки, учитывающая процессы контактного взаимодействия базовых материалов путем введения в модель специальных интерфейсных элементов. На основе экспериментально установленных механизмов разрушения предложена система критериев прочности каменной кладки, соответствующая различным условиям взаимодействия элементов кладки. Обоснована ключевая роль элементов, обеспечивающих взаимодействие базовых материалов, в процессах упругого и пластического деформирования кладки.

Ключевые слова: моделирование, численные методы, расчетная модель, напряженно-деформированное состояние, каменная кладка, кирпич, раствор

MODELING ELASTOPLASTIC DEFORMATION MASONRY UNDER BIAXIAL STRESSES

Oleg V. Kabantsev^{1,2}, Ashot G. Tamrazyan²

¹ “MonolitStroyProject” LTD, Moscow, RUSSIA

² National Research Moscow Civil Engineering University, Moscow, RUSSIA

ABSTRACT: This paper proposes method of modeling elastoplastic deformation and destruction masonry under biaxial stresses under increasing load. Represented by a discrete model of masonry considering process of contact interaction between basic materials by introducing special interface elements into the model. Based on destruction mechanisms deduced from experiments, a system of masonry strength criteria was proposed corresponding to the biaxial stress state conditions. Substantiated the key part of elements ensuring basic materials interaction in masonry deformation processes.

Key words: masonry, brick, mortar, modelling, numerical methods, calculation model, strain-stress state

1. ВВЕДЕНИЕ

Каменная кладка, состоящая из двух основных базовых материалов (кирпич / камень и раствор), представляет собой монолитный конструкционный материал, который в современных терминах можно определить как композитный материал с кусочно-однородной структурой.

Композитные материалы с позиций механики рассматриваются на основе двух различных концепций:

- а) композит как континуальный гомогенный материал с набором «обобщенных» характеристик;
- б) композит как структура, состоящая из отдельных внутренне однородных базовых элементов, а также элементов, обеспечивающих связи между базовыми элементами композита.

Традиционная концепция каменной кладки (континуальный композитный материал) имеет хорошо обоснованный набор критериев прочности [1] и соответствующих расчетных методик, позволяющих выполнить оценку несущей способности каменной конструкции с позиций прочности и устойчивости.

Очевидно, что расчетный анализ конструкций не ограничивается лишь прочностным расчетом. Для особых режимов эксплуатационного периода здания (сейсмические воздействия, деградация деформационных параметров основания и т.п.) необходимы данные о способности материала конструкции деформироваться как в упругой, так и в пластической фазах, что позволяет определить характеристики предельных состояний конструкции для соответствующего вида особого режима эксплуатационного периода. Так, определение характеристик каменной кладки в пластической фазе деформирования, создает основу для использования действительных резервов материала в такой важнейшей области, как сейсмостойкое строительство.

Принципы обеспечения сейсмостойкости зданий массовой застройки базируются на реализации конструкциями неупругого (или упруго-пластического) деформирования – все действующие нормативные документы как отечественные, так и зарубежные содержат понятие о коэффициенте допускаемых повреждений - «предельных состояний» (K_I), который отражает возможность реализации определенной величины пластической фазы деформирования конструкции.

Величина коэффициента «предельных состояний» каменных конструкций (при современном состоянии исследований) определена на основе экспериментальных работ с использованием лишь нескольких видов материалов [2, 3]. Теоретические исследования упруго-пластического деформирования каменной кладки в условиях двухосного напряженного состояния (является характерным для режима сейсмических воздействий) выполнены только в рамках концепции

кладки как гомогенной среды. Во многом это объясняется отсутствием модели каменной кладки, реализующей основные специфические особенности работы этого материала с учетом свойств не только базовых элементов, но и условий их взаимодействия. Такие особенности композитного материала возможно реализовать исключительно в рамках концепции дискретного моделирования, позволяющей разработать модель с учетом внутренней структуры композита

Необходимо отметить, что для условий работы каменной кладки при осевых нагрузках дискретное (структурное) моделирование использовано в работах Г.Г. Кашеваровой [4] и В.В. Пангаева [5], что позволило определить обобщенные «эффективные» характеристики материала для их дальнейшего применения в прочностных расчетах каменных конструкций.

Для условий двухосного напряженного состояния известен ряд структурных моделей, разработанных зарубежными исследователями: A.W. Page, J.V. Lemos, A. Gabor, P.B. Lourenco [6, 7, 8, 9]. Но и в отечественных, и в зарубежных дискретных (структурных) моделях отсутствуют элементы, учитывающие важнейшую особенность композитов – адгезионное взаимодействие базовых материалов. Для каменной кладки – кирпича и раствора (в терминах действующих отечественных норм – нормальное сцепление).

Так, предложенные в [6, 7, 8, 9] модели рассматривают растворный шов как единый континуальный элемент кладки, что является существенным упрощением. В работах С.В. Полякова и его учеников показано, что взаимодействие кирпича (камня) и раствора обеспечивается в достаточно тонкой зоне контакта указанных материалов, в пределах которой реализуется механизм адгезии. В работе [10] показано, что деформирование и разрушение кладки определяются не только суммой деформаций кирпича и раствора или разрушением этих материалов, но в существенно большей мере – деформированием

или разрушением «...тонких слоев контактных прослойков» (стр. 65).

Таким образом, для получения научно обоснованных характеристик упруго-пластического деформирования и разрушения каменной кладки в условиях двухосного напряженного состояния необходимо разработать структурную модель, позволяющую учесть как характеристики базовых элементов композита, так и условия их взаимодействия.

2. ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ КАМЕННОЙ КЛАДКИ

Как показано выше каменная кладка представляет собой структурно неоднородный (кусочно-однородный) композитный материал. В работах [11, 12] показано, что процесс разрушения структурно-неоднородных тел носит многостадийный характер. Существует стадия упругого деформирования, стадия формирования и накопления микроразрушений, которая после достижения пороговой концентрации переходит в стадию формирования макроразрушений с последующим переходом к полному разрушению исследуемого тела. При этом микро- и макроразрушения могут происходить не только в базовых материалах композита, но и элементах внутренних связей, обеспечивающих совместную работу структурно разнородных элементов материала. Полное разрушение структурно-неоднородного композитного тела является результатом развития и накопления разрушений (микроразрушений) отдельных элементов композита. Каждое локальное явление микроразрушения элемента приводит к перераспределению напряжений в новом ансамбле элементов композита, что в свою очередь определяет нелинейный характер зависимости «напряжения – деформации» для исследуемого тела.

По существу, процесс пластического деформирования каменной кладки как кусочно-однородного композитного материала представляет собой процесс деградации такого материала под возрастающей нагрузкой. Процесс деградации каменной кладки под нагрузкой зависит от механических характеристик основных материалов композита, а также от параметров элементов, определяющих взаимосвязь кирпича и раствора – интерфейсных элементов. Сложный состав композита определяет необходимость применения моделирования с детализацией механических свойств каждого элемента, включая интерфейсные элементы, а также систему критериев прочности, соответствующих каждому из элементов композита. Таким образом, для детального анализа процесса деформирования, включая пластическую фазу, и разрушения кусочно-однородного композитного материала необходим набор экспериментально установленных механизмов разрушения основных и связевых элементов композита (при принятой схеме нагружения образца) и соответствующие этим механизмам критерии прочности.

3. СТРУКТУРНАЯ МОДЕЛЬ КАМЕННОЙ КЛАДКИ ДЛЯ УСЛОВИЙ ДВУХОСНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

В [13] представлены экспериментально обоснованные механизмы разрушения каменной кладки в условиях двухосного напряженного состояния, на основе которых в [14] предложены и обоснованы следующие принципиальные положения метода структурного (дискретного) конечноэлементного моделирования каменной кладки:

- композитный материал аппроксимируется системой структурных элементов;
- границы структурных элементы соответствуют границам материалов, составляющих композит;

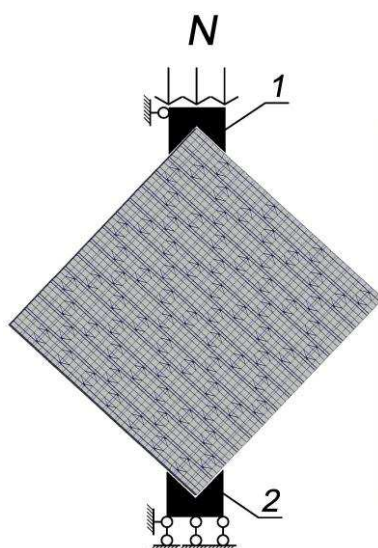


Рис. 1. Конечноэлементная модель образца из каменной кладки:
1 - нагрузочное устройство; 2 - опорное устройство.

- геометрия и взаимное положение структурных элементов определены на начальном этапе до приложения нагрузки;
- механические характеристики и критерии прочности структурных элементов, аппроксимирующие материалы композита, а также характеристики их взаимодействия принимаются едиными для каждого элемента и определяются экспериментально.

В число структурных элементов модели входят также элементы, моделирующие адгезионное взаимодействие базовых материалов композита. Такие специальные **интерфейсные** элементы располагаются на границе кирпича и раствора в горизонтальном шве. Исследованиями [15] установлено, что в вертикальных швах эффект адгезии не реализуется – вследствие усадки раствора на контакте с кирпичом формируется микротрещина. С учетом условий реализации адгезии в каменной кладке интерфейсные элементы вводятся в зонах контакта раствора и кирпича в горизонтальном шве, в вертикальных швах интерфейсные элементы не применяются.

Общий вид расчетной модели представлен на рис. 1. Структурная модели кладки сформирована из следующих групп пластинчатых конечных элементов:

a - конечные элементы, аппроксимирующие

кирпич;

b – конечные элементы, аппроксимирующие горизонтальный растворный шов;

c – конечные элементы, аппроксимирующие вертикальный растворный шов;

d – конечные элементы, аппроксимирующие контактные (интерфейсные) элементы в горизонтальном шве.

Расчетное исследование выполняется с использованием вычислительного комплекса SCAD в (версия 21.1 и выше, включающие расчетную технологию «МОНТАЖ»). В соответствии с библиотекой КЭ комплекса SCAD аппроксимация структурных и интерфейсных элементов образца выполнена с использованием КЭ № 44 (четырёхугольный четырёхузловой элемент оболочки) и КЭ №42 (треугольный трёхузловой элемент оболочки). Основные соотношения механики, используемые для решения задач с применением КЭ № 42 и № 44 представлены в [16]. Моделирование опорного и нагрузочного устройства выполнено с учетом размеров конструкций, примененных в физических экспериментах. Жесткостные параметры опорного и нагрузочного устройств определяют состояние элементов, их аппроксимирующих, как близкое к «абсолютно твердому телу».

4. КРИТЕРИИ ПРОЧНОСТИ

Для моделирования работы и взаимодействия элементов структурной модели под возрастающей нагрузкой необходимо сформулировать принципы оценки НДС элементов модели.

Для оценки напряженного состояния базовых материалов каменной кладки (кирпич и раствор) целесообразно принять критериев прочности для керамик и бетонов, разработанных K pfer H.B. (Кюпфер) [17], которые неоднократно с успехом использовались другими исследователями, например, [18]. Для условий двухосного напряженного состояния условие прочности Кюпфера имеет вид:

$$1 + \frac{\sigma_1}{R_c} - \frac{\sigma_3}{R_t} \geq 0 \quad (1)$$

где R_c и R_t - пределы прочности при одноосном сжатии и растяжении.

Экспериментально установлено [13], что пластическая фаза деформирования кладки как композитной среды, определяется формированием микроразрушений, происходящих по различным механизмам: разрушение кирпича, разрушение раствора в горизонтальном и вертикальном швах, разрушение адгезионного взаимодействия и проч. Указанное определяет необходимость использования некоторой совокупности (системы) критериев прочности для оценки состояния элементов модели. В области задач механики твердого деформируемого тела, например, в работе А.А. Ильюшина [19], предложен общий подход к формированию совокупности критериев прочности, суть которого состоит в следующем: пусть меры тензора поврежденности $M_n(\Omega)$, являющиеся функциями компонент Ω , могут быть использованы для формулирования критериев разрушения, соответствующих различным механизмам разрушения. Определим, что существуют константы критической поврежденности материала Ω_n^{cr} такие, что если для любого n

$$M_n(\Omega) < \Omega_n^{cr} \quad (2)$$

то состояние частицы (элемента) прочно, а если для некоторого $n=k$

$$M_k(\Omega) \geq \Omega_k^{cr} \quad (3)$$

то происходит разрушение типа k .

Для изотропных материалов инвариантными мерами тензора Ω являются функции k и q , которые в свою очередь выражают изменение деформационных свойств, определяющих поведение материалов (элементов) при гидростатическом давлении и чистом сдвиге соответственно.

Возможно, что разрушение частицы/элемента по одному из критериев, принятых в рамках системы критериев, определит невозможность сопротивления воздействию только определенного вида, тогда как для иных видов воздействий частица может работать в составе общего ансамбля частиц композита. Как показано в [12], формально это может быть выражено в скачкообразном увеличении до единицы некоторых компонент тензора поврежденности $Mn(\Omega)$.

Например, при разрушении частицы/элемента по критерию сдвига указанная частица может оказаться в двух вариантах состояния: в случае существования в зоне частицы напряжений сжатия частица будет воспринимать такие напряжения и участвовать в работе ансамбля частиц по критерию сдвига в рамках механизма трения; в случае существования в зоне частицы напряжений растяжения такая частица считается «разрушенной», что соответствует отсутствию реакции как по критерию сдвига, так и по критерию нормальных напряжений. При конечноэлементном моделировании процесс «разрушения» частицы только по одному из принятых критериев может быть реализован путем применения технологии изменения (на несколько порядков) величины параметра жесткости исключительно по требуемому параметру.

Взаимодействие кирпича и раствора в вертикальном растворном шве определяется отсутствием адгезии между этими материалами. При наличии напряжений растяжения, нормальных оси шва, ($\sigma > 0$) взаимодействие раствора с кирпичом отсутствует вследствие отсутствия адгезии (рис. 2.а). В условиях напряжений сжатия, нормальных оси шва, ($\sigma < 0$) взаимодействие раствора с кирпичом определяется величиной напряжений сдвига. При величине напряжений сдвига $T = f(N_{1,2})$, не превышающих величину удерживающих напряжений $[T]$ (определяются величиной напряжений сжатия и коэффициентом трения), раствор вертикального шва взаимодействует с соседними кирпичами как по напряжениям, нормальным оси шва, так и по напряжениям сдвига (рис. 1.б). При величине напряжений сдвига $T = f(N_i)$, которые превышают величину удерживающих напряжений $[T]$, взаимодействие раствора в вертикальном шве с кирпичом осуществляется по плоскости шва - в режиме сухого трения, перпендикулярно плоскости шва - по напряжениям, нормальным оси шва (рис 2. б.).

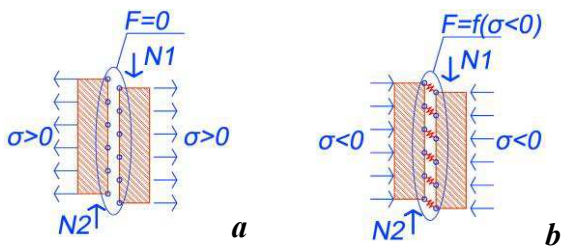


Рис. 2. Варианты работы вертикального растворного шва.

Элементы, обеспечивающие взаимодействие базовых материалов кладки в горизонтальном шве, (интерфейсные элементы) могут находиться в весьма сложном напряженном состоянии. Работа интерфейсного элемента, реализующего взаимодействие кирпича и раствора горизонтального шва, определяется напряжениями, сформировавшимися в каждом адгезионном слое (интерфейсном элементе) под нагрузкой.

А. При наличии напряжений **растяжения** в интерфейсном элементе горизонтального

растворного шва, нормальных оси шва, ($\sigma > 0$) возможны следующие варианты (рис. 3.):

А1) $|\sigma| > R_{adh}$ - в этом случае адгезия разрушается и интерфейсный элемент не обеспечивает взаимодействие кирпича и раствора горизонтального шва по всем видам напряжений (рис. 3.а).

А2) $|\sigma| \leq R_{adh}$ при величине напряжений сдвига $T = f(N_i)$, не превышающих величину удерживающих напряжений $[T] = f(R_{adh})$, в этом случае интерфейсный элемент обеспечивает взаимодействие кирпича и раствора горизонтального шва как монолитного соединения по напряжениям, нормальным оси шва, и по напряжениям сдвига (рис. 3.б)

А3) $|\sigma| \leq R_{adh}$ при величине напряжений сдвига $T = f(N_i)$, превышающих величину удерживающих напряжений $[T] = f(R_{adh})$, в этом случае адгезия разрушается и интерфейсный элемент не обеспечивает взаимодействие кирпича и раствора горизонтального шва по всем видам напряжений (рис. 3.а).

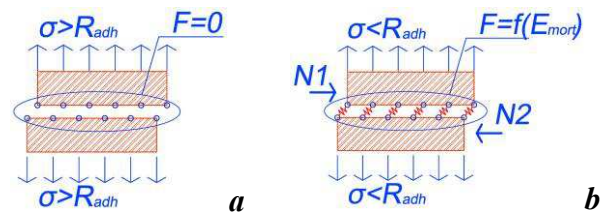


Рис. 3. Варианты работы растянутого ($\sigma > 0$) интерфейсного элемента горизонтального шва.

В. При наличии напряжений **сжатия** в интерфейсном элементе горизонтального растворного шва, нормальных оси шва, ($\sigma < 0$) возможны следующие варианты (рис. 4):

В1) $|\sigma| < 0$ при величине напряжений сдвига $T = f(N_i)$, не превышающих величину удерживающих напряжений $[T]$ (определяются адгезионной прочностью, величиной напряжений сжатия и коэффициентом внутреннего трения), в этом случае интерфейсный элемент обеспечивает взаимодействие кирпича и раствора горизонтального шва как монолитного соединения по напряжениям, нормальным оси шва, и по напряжениям сдвига (рис. 4а).

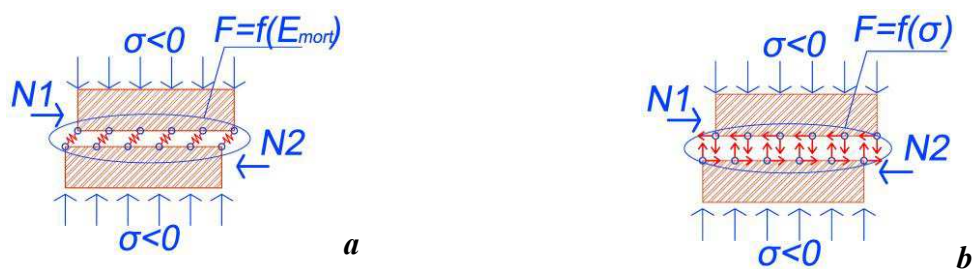


Рис. 4. Варианты работы сжатого ($\sigma < 0$) интерфейсного элемента горизонтального шва.

B2) $|\sigma| < 0$ при величине напряжений сдвига $T = f(N_i)$, превышающих величину удерживающие напряжения $[T]$, в этом случае адгезия разрушается и происходит сдвиг в режиме сухого трения по плоскости шва, при этом интерфейсный элемент обеспечивает взаимодействие кирпича и раствора горизонтального шва только по напряжениям, нормальным оси шва (рис. 4b).

В работе [20] выполнены экспериментальные исследования, позволившие определить величину коэффициента сухого трения по горизонтальному шву в каменной кладке. Установлено, что для кладки из полнотелого керамического кирпича коэффициент сухого трения равен 0,74, что существенно превышает рекомендуемое Eurucod значение, равное 0,4 (European Committee for Standardisation, EC6, Design of masonry structures.). В работах С.В. Полякова [10] экспериментально определена величина коэффициента внутреннего трения. Установлено, что для каменной кладки из полнотелого керамического кирпича коэффициент внутреннего трения равен 1,18.

Моделирование процесса структурных изменений в узлах взаимодействия базовых элементов кладки должно обеспечивать раздельную работу по виду напряжений (по напряжениям, нормальным оси шва, и по напряжениям сдвига по плоскости шва). Так, в рамках условий BK SCAD (версия 21 [16]), использованного при выполнении численных исследований, моделирование интерфейсных элементов в горизонтальных растворных швах выполнено с заменой одного пластинчатого КЭ типа *d* на два КЭ, уста-

новленных параллельно. Один из таких КЭ (тип *d.1*) обеспечивает работу с передачей напряжений, нормальных оси шва ($E = E_{mort}$, $G = 0$), другой (тип *d.2*) обеспечивает работу с передачей напряжений сдвига ($E = 0$, $G = G_{mort}$). Предложенная технология моделирования позволяет реализовать механизм деградации интерфейсного элемента путем снижения параметра жесткости, соответствующего превышенному критерию прочности, но по другим параметрам модель шва будет обеспечивать работу в составе расчетной схемы.

Прочностной анализ выполняется для всех элементов модели на каждом этапе расчета. В случае изменения напряженного состояния КЭ может быть выполнена корректировка жесткостных параметров такого конечного элемента. Например, при изменении знака напряжений, нормальных оси шва, в интерфейсном элементе горизонтального растворного шва (т.е. при переходе от растяжения на этапе *n* к сжатию на этапе *n+1*) жесткость на сжатие такого элемента может быть увеличена до первоначального уровня. Такое уменьшение жесткости элемента позволит восстановить его работу по критерию напряжений, нормальных оси шва. Для реализации указанного процесса при выполнении численных исследований применена специальная расчетная технология, позволяющая учитывать влияние понижения жесткости локального элемента модели на НДС модели в целом [21].

Экспериментально установлено [22, 23, 24], что формирование разрушений в керамическом кирпиче имеет специфическую карти-

ну. Анализ результатов физических экспериментов с использованием керамических полнотелых кирпичей показывает, что трещина в таких кирпичах формируется в пределах тела кирпича (от одной грани до другой) при одном уровне нагрузки. Для корректного отражения процесса трещинообразования в кирпиче необходимо использовать либо специальные расчетные технологии, позволяющие «встраивать» трещину в определенную группу КЭ, аппроксимирующих кирпич, либо выполнять промежуточные этапы расчета (при постоянной нагрузке), которые позволят установить схему развития трещины, либо факт «затухания» трещины. В численных исследованиях, выполненных в рамках настоящей работы, применен второй вариант анализа трещинообразования в кирпиче.

5. ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ

Верификация предложенного метода дискретного моделирования каменной кладки в условиях двухосного напряженного состояния выполнена путем сопоставления результатов численного эксперимента и данных физического эксперимента.

Образец из каменной кладки, испытанный в исследованиях [24] представлял собой прямоугольный простенок с размерами, близкими к квадрату (1030x1050x250 мм).

Характеристики прочности для элементов модели, принятые в численном эксперименте (обозначения характеристик соответствуют принятым в [13]):

- прочность кирпича на сжатие **R1** – 13,25 МПа;
- прочность раствора на сжатие **R2** – 16,058 МПа;
- прочность на растяжение адгезионного узла соединения кирпича и раствора в горизонтальном растворном шве – **R3** – 0,128 МПа (1,31 кг/см²).

Диаграммы деформирования модели образца, полученные численными методами на

основе представленного метода, приведены на рис. 5. Там же приведены данные экспериментальных исследований [24].

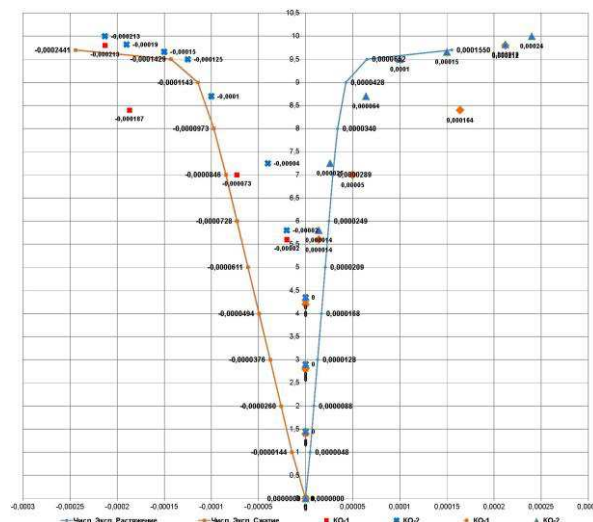


Рис. 5. Диаграмма деформирования расчетной модели каменной кладки, соответствующей образцу из работы [24].

Сопоставление результатов экспериментальных исследований позволяет сделать вывод о хорошей корреляции результатов физического и численного экспериментов. Уровни разрушающих нагрузок достаточно близки – различия составляют 3÷5%. Величины предельных относительных деформаций упругой и упруго-пластической фаз деформирования вдоль сжатой диагонали образца имеют хорошую корреляцию (см. табл. 1).

Схема деформирования образца под возрастающей нагрузкой в физическом эксперименте, в целом, соответствует схеме деформирования дискретной модели. Величины деформаций сжатия образцов под возрастающей нагрузкой имеют хорошую корреляцию (в пределах 12÷13%). Пластическая фаза деформирования образца и дискретной модели происходит по совпадающей схеме – стадия формирования микроразрушений, стадия слияния локальных разрушений в трещины, стадия формирования магистральных трещин и стадия полного разрушения.

Таблица 1. Результаты экспериментальных исследований образца из каменной кладки (физический и численный эксперименты).

Тип эксперимента	Предельная нагрузка P_{ult} [kN]	Деформация упруго-пластической стадии (предельная нагрузка)	
		Сжатие, ϵ_{pl}^{comp} (10^{-5})	Растяжение, ϵ_{pl}^{tens} (10^{-5})
Численный DT-1	95,16 (100%)	24,41 (100%)	15,5 (100%)
КО-1 [24]	100 (105,1%)	21,3 (87,3%)	24 (154,8%)
КО-2 [24]	98,0 (103,0%)	21,3 (87,3%)	21,2 (136,8%)

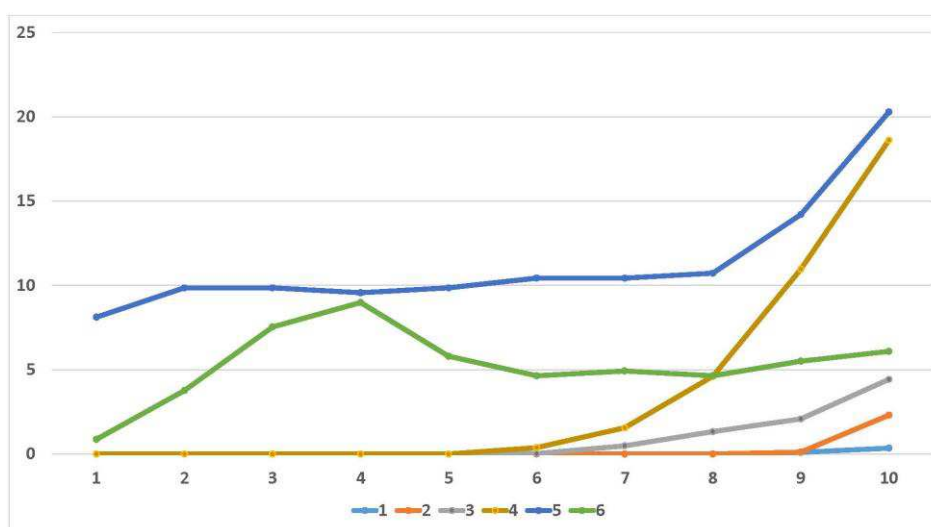


Рис. 6. Формирование и накопления повреждений в различных структурных группах элементов расчетной модели DT-1 при поэтапном нагружении (по вертикальной оси - %% от общего числа КЭ в группе; по горизонтальной оси – этапы нагружения). 1-кирпич; 2-раствор в швах; 3-адгезионный слой - отрыв и срез при $\sigma > 0$; 4- адгезионный слой - срез при $\sigma < 0$; 5-вертикальный растворный шов при $\sigma > 0$; 6-вертикальный растворный шов - срез при $\sigma < 0$.

Таким образом, разработанная дискретная модель каменной кладки корректно отражает процессы упруго-пластического деформирования и разрушения в условиях двухосного напряженного состояния.

По результатам анализа динамики формирования и накопления «разрушенных» КЭ, аппроксимирующих различные группы структурных элементов кладки, построен обобщающий график, характеризующий процесс пластического деформирования каменной кладки в условиях двухосного напряженного

состояния при возрастающих нагрузках (рис. 6).

На начальных этапах нагружения образуется достаточно большой объем элементов структурной группы вертикального шва (8-10 % от общего числа КЭ группы), в которых действуют растягивающие напряжения. На последующих этапах нагружения отдельные вертикальные швы «закрываются», т.е. переходят в состояние сжатых швов, что определяет их возможность включения в состав действующих элементов модели с обеспечением взаимодействия КЭ по критерию

напряжений сжатия. После достижения величины нагрузки $0,8 P_{ult}$ объем КЭ вертикального шва, в которых действуют напряжения растяжения, существенно возрастает. В сжатых КЭ структурной группы вертикального шва на начальных этапах нагружения (от $0,1$ до $0,4 P_{ult}$) нарастает объем элементов (до 9% от общего числа КЭ группы), в которых происходит разрушение по критерию среза в условиях сжатого шва. При дальнейшем возрастании нагрузки на модель возрастают и напряжения сжатия в вертикальном шве, что приводит к росту сил трения и переходу шва из режима трения скольжения в режим трения покоя.

Динамика формирования и накопления объема «разрушений» КЭ группы адгезионного слоя в горизонтальном растворном шве (по критерию сдвига в условиях сжатия) хорошо коррелирует с процессом формирования пластической фазы деформирования, который начинается после величины нагрузки на образец, равной $0,6 \div 0,7 P_{ult}$. Представляется наиболее вероятным, что такой вид «разрушения» является определяющим механизмом в общей системе механизмов разрушения каменной кладки в условиях двухосного напряженного состояния.

С существенным запозданием (относительно механизма разрушения по критерию сдвига в условиях сжатия) формируются «разрушения» в КЭ группы адгезионного слоя в горизонтальном растворном шве по критерию превышения напряжениями растяжения адгезионной прочности, либо срез адгезионного слоя в этих условиях. По существу, такой механизм реализуется в значимом объеме в условиях выраженных пластических деформаций при действии нагрузок на образец, превышающих $0,8 \div 0,9 P_{ult}$.

Объем «разрушений» КЭ группы, аппроксимирующей раствор, и КЭ группы, аппроксимирующей кирпич, незначителен и наблюдается на стадии нагружения, предшествующей разрушению, что соответствует данным физических экспериментов.

6. ОПЫТНЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ КАМЕННОЙ КЛАДКИ

С использованием верифицированной модели выполнены численные исследования каменной кладки на моделях DT-2 и DT-3 в условиях двухосного напряженного состояния при неизменных характеристиках базовых материалов, но при различных величинах адгезионной прочности:

- DT-2: $R_{31} - 0,098 \text{ МПа}$ ($1,0 \text{ кг/см}^2$);
- DT-3: $R_{32} - 0,059 \text{ МПа}$ ($0,6 \text{ кг/см}^2$).

Результаты численного эксперимента представлены в табл. 2 и на рис. 7.

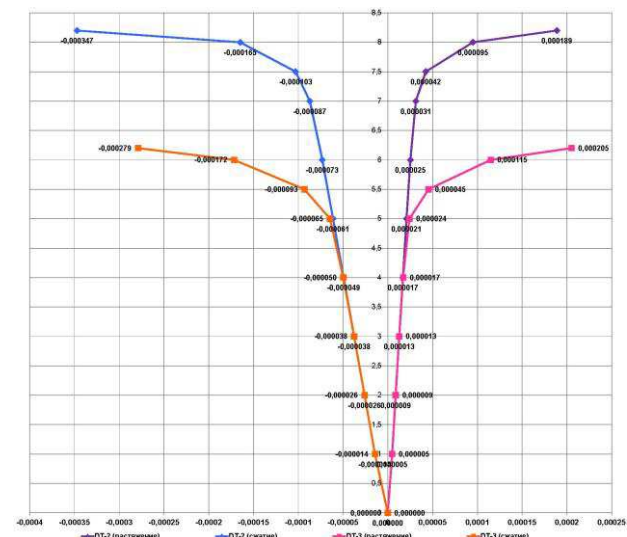


Рис. 7. Диаграмма деформирования расчетных моделей каменной кладки DT-2 и DT-3.

Численный эксперимент показал, что изменение величины разрушающей нагрузки P_{ult} хорошо коррелирует с изменением величины адгезионной прочности кирпича и раствора в горизонтальном шве и, в целом, соответствует расчетам прочности по критериям, предложенным Г.А. Гениевым [1]. Исследования показывают, что со снижением адгезионной прочности наблюдается некоторое увеличение общей деформации образца, соответствующей разрушающей нагрузке.

Таблица 2. Результаты численного эксперимента по исследованию образца из каменной кладки

Модель образца	Предельная нагрузка P_{ult} [kN]	Деформация упруго-пластической стадии (предельная нагрузка)	
		Сжатие, ε_{pl}^{comp} (10^{-5})	Растяжение, ε_{pl}^{tens} (10^{-5})
DT-1	95,16 (100%)	24,41 (100%)	15,5 (100%)
DT-2	80,4 (84,5%)	34,7 (142,2%)	18,9 (121,9%)
DT-3	63,9 (72,2%)	27,9 (114,3%)	20,5 (132,3%)

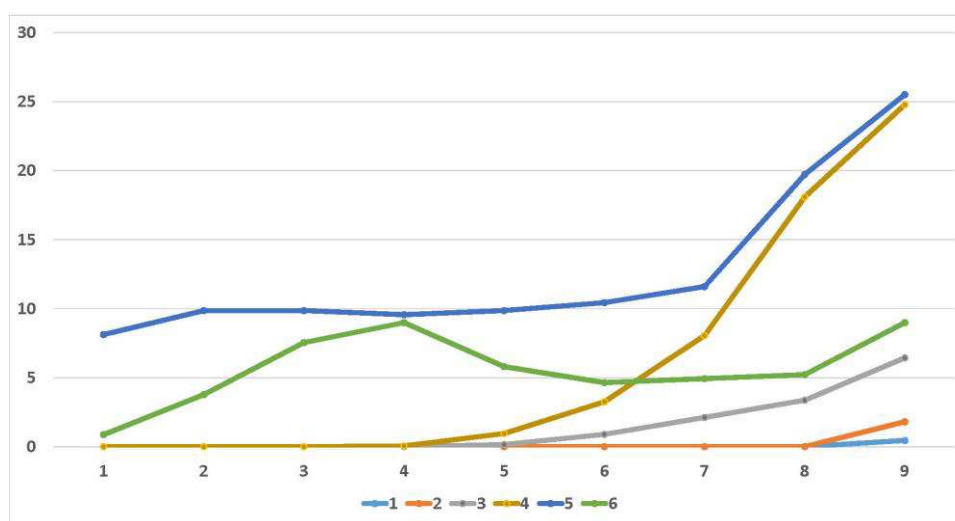


Рис. 8. Формирование и накопления повреждений в различных структурных группах элементов расчетной модели DT-2 при поэтапном нагружении (по вертикальной оси - %% от общего числа КЭ в группе; по горизонтальной оси – этапы нагружения).

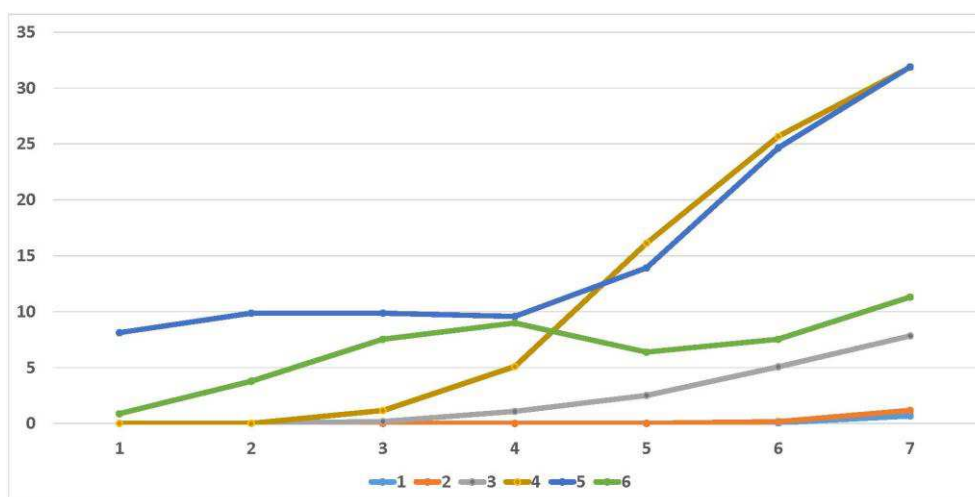


Рис. 9. Формирование и накопления повреждений в различных структурных группах элементов расчетной модели DT-3 при поэтапном нагружении (по вертикальной оси - %% от общего числа КЭ в группе; по горизонтальной оси – этапы нагружения).

По результатам анализа динамики формирования и накопления «разрушенных» КЭ в моделях при различных уровнях адгезионной прочности построены обобщающие графики, характеризующие процесс пластического деформирования каменной кладки в условиях двухосного напряженного состояния при возрастающих нагрузках (рис. 8, 9), где критерии разрушений: 1-кирпич; 2-раствор в швах; 3-адгезионный слой - отрыв и срез при $\sigma > 0$; 4- адгезионный слой - срез при $\sigma < 0$; 5-вертикальный растворный шов при $\sigma > 0$; 6-вертикальный растворный шов - срез при $\sigma < 0$.

Анализ процесса формирования и накопления «разрушений» КЭ, аппроксимирующих различные структурные группы элементов расчетной модели показывает, что снижение адгезионной прочности приводит к более раннему началу разрушения интерфейсных элементов горизонтального растворного шва по критерию «отрыв и срез в условиях растяжения», что вполне ожидаемо. Однако, объем «разрушенных» по указанному критерию элементов невелик по отношению к объему «разрушенных» КЭ по иным критериям.

Наибольший интерес представляет схема работы интерфейсных элементов горизонтального растворного шва по критерию «срез в условиях сжатия»: при снижении величины адгезионной прочности увеличивается объем «разрушенных» интерфейсных элементов, а также снижается уровень нагрузки, при котором начинается процесс «разрушения» таких элементов. Очевидно, что нарастание объема «разрушенных» интерфейсных элементов по критерию «срез в условиях сжатия» в значительной степени определяет объем пластической фазы деформирования.

Следует отметить, что в условиях физического эксперимента крайне трудно наблюдать и фиксировать подобный вид разрушений, который формируется при минимальных величинах смещений кирпича и раствора в горизонтальном шве. Численные исследования процесса упруго-пластического де-

формирования каменной кладки с применением корректной дискретной модели позволяют выявить такой механизм разрушений и (при выполнении физического эксперимента) исследовать его реализацию в образцах под возрастающей нагрузкой.

7. ВЫВОДЫ

Сопоставление результатов физического и численного экспериментов показывает, что разработанные метод дискретного моделирования и расчетная технология (отслеживание НДС при поэтапной деградации модели под нагрузкой) позволяют адекватно отразить в численном эксперименте процесс упругой и пластической фаз деформирования. Характер диаграмм деформирования, полученных в рамках физического и численного экспериментов, соответствуют друг другу.

Анализ численного эксперимента показывает: в процессе пошагового нагружения в расчетной модели формируются несколько стадий напряженно-деформированного состояния: стадия упругой работы под нагрузкой, стадия формирования микроразрушений, стадия слияния микроразрушений в макроразрушения и стадия полного разрушения модели. Таким образом, схема работы модели в численном эксперименте хорошо коррелирует с данными, полученными в процессе физического эксперимента.

Численные исследования упруго-пластического деформирования каменной кладки с использованием разработанной дискретной модели в условиях двухосного напряженного состояния позволяют установить роль любого из экспериментально установленных механизмов разрушения по любому из критериев прочности в процессе формирования локальных повреждений с переходом к разрушению образца. Использование разработанной дискретной модели каменной кладки позволяет выполнить серию численных исследований с варьированием

основных параметров материалов и условий их взаимодействия, что обеспечит формирование научно обоснованных критериев несущей способности и деформативности для условий двухосного напряженного состояния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гениев, Г.А.** О критерии прочности каменной кладки при плоском напряженном состоянии [Текст] / Г.А. Гениев // Строительная механика и расчет сооружений. 1979. №2. С. 7-11.
2. **Поляков, С.В.** Прочность и деформации квадратных виброкирпичных панелей при перекосе в плоскости стены. Прочность вертикальных стыков [Текст] / С.В. Поляков, В.И. Коноводченко // - М.: Госстройиздат. 1962. С. 149-165.
3. **Поляков С.В.** Прочность и деформации виброкирпичных панелей при перекосе [Текст] / С.В. Поляков, В.И. Коноводченко // Сейсмостойкость сборных крупноэлементных зданий. - М.: 1963. - С. 131-148.
4. **Кашеварова, Г.Г.** Численный анализ эффективных упругих свойств материала кирпичной кладки [Текст] / Г.Г. Кашеварова, Н.А. Труфанов // Механика композиционных материалов и конструкций. Т. 11. №1. М. 2005. С. 49-60.
5. **Пангаев, В.В.** Модельные исследования напряженно-деформированного состояния каменной кладки при сжатии [Текст] / В.В. Пангаев [и др.] // Известия вузов. Строительство. 2003. №2, С. 24-29.
6. **Page, A.W.** A non-linear analysis of the composite action of masonry walls on beams / A.W. Page // Proc. Inst. Civ. Eng. 1979. - vol. 67. - March. - p. 93-100.
7. **Lemos, J.V.** Discrete Element Modeling of Masonry Structures / José V. Lemos // International Journal of Architectural Heritage. 2007. 1. Pp. 190-213.
8. **Gabor, A.** Modelling approaches of the in-plane shear behaviour of unreinforced and FRP strengthened masonry panels / A. Gabor, A. Bennani, E. Jacquelin, F. Lebon // Composite Structures 74 (2006). 277-288.
9. **Lourenco, P.B.** Computational strategies for masonry structures / P.B. Lourenco // Ph. D. Thesis. Delft University of Technology. Delft. The Netherlands. 1996.
10. **Поляков, С.В.** Монолитность каменной кладки [Текст] / С.В. Поляков, С.М. Сафаргалиев // - Алма-Ата: 1991. - 160 с.
11. **Ромалис Н.Б.** Разрушение структурно неоднородных тел [Текст] / Н.Б. Ромалис, В.П. Тамуж //— Рига: Зинатне, 1989. -224 с.
12. **Вильдеман, В.Э.** Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов [Текст] / В.Э. Вильдеман, Ю.В. Соколкин, А.А. Ташкинов // Под ред. Ю.В. Соколкина. — М.: Наука. Физматлит. 1997. 228 с.
13. **Кабанцев, О.В.** Частные критерии прочности каменной кладки для анализа упруго-пластического деформирования [Текст] / О.В. Кабанцев // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. М.: 2013. №3 С. 36-41.
14. **Кабанцев, О.В.** Дискретная модель каменной кладки в условиях двухосного напряженного состояния [Текст] / О.В. Кабанцев // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2015. №4. С. 43-58.
15. **Онищик, Л.И.** Каменные конструкции промышленных и гражданских зданий [Текст] / Л.И. Онищик // Москва, Ленинград. Госиздательство строительной литературы. 1939. — 208 с.
16. **Карпиловский, В.С.** SCAD Office. Версия 21. Вычислительный комплекс SCAD++ [Текст] / В.С. Карпиловский, Э.З. Криксунов, А.А. Маляренко, М.А. Микитаренко, А.В. Перельмутер, М.А. Перельмутер //— М. Издательство СКАД СОФТ, АСВ. 2015. 808 с.

17. **Küpfer H.B.** Das nicht-lineare Verhalten des Betons bei zweiachsiger Beanspruchung // Beton und Stahlbetonbau. – 1973. -#11. Pp 269-273.
18. **R. Sousa, H/ Sousa, J. Guedes** Diagonal compressive strength of masonry samples – experimental and numerical approach// Materials and Structures. 2013. 46. Pp 765-786.
19. **Ильюшин, А.А.** Механика сплошной среды [Текст] / А.А. Ильюшин / - М: Издательство Московского университета. 1978. 287 с.
20. **Capozucca, R.** Shear behaviour of historic masonry made of clay bricks / R. Capozucca // The Open Construction and Building Technology Journal. 2011. 5. (Suppl 1-M6). Pp. 89-96.
21. **Кабанцев, О.В.** Учет изменения жесткостей элементов в процессе монтажа и эксплуатации [Текст] / О.В. Кабанцев, А.В. Перельмутер // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5. С. 6-14.
22. **Тонких, Г.П.** Экспериментальные исследования несущей способности комбинированной каменной кладки при главных нагрузках [Текст] / Г.П. Тонких, В.В. Кошаев, О.В. Кабанцев // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2007. №6 С. 12-16.
23. **Копаница, Д.Г.** Экспериментальные исследования фрагментов кирпичной кладки на действие статической и динамической нагрузки [Текст] /Д.Г. Копаница, О.В. Кабанцев, Э.С. Усеинов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2012. №4. С. 157-178.
24. **Тонких, Г.П.** Экспериментальные исследования сейсмоусиления каменной кладки наружными бетонными аппликациями [Текст] / Г.П. Тонких, О.В. Кабанцев, О.А. Симаков, А.Б. Симаков, С.М. Баев, П.С. Панфилов //

Сейсмостойкое строительство.
Безопасность сооружений. М.: 2011. №2.
С. 35-42.

Кабанцев Олег Васильевич, кандидат технических наук, главный конструктор ООО «Монолит-СтройПроект», профессор кафедры железобетонных и каменных конструкций; ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»; 129085, г. Москва, проспект Мира, д. 101-Д, корп. 1;
email: ovk531@gmail.com.

Тамразян Ашот Георгиевич, доктор технических наук, профессор, , заведующий кафедрой железобетонных и каменных конструкций, профессор; ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»; 129337 Москва, Ярославское ш., 26; тел. 8-903-730-58-43;
email: tamrazian@mail.ru

Oleg V. Kabantsev, PhD, Main constructor “MonolitStroyProject LTD”, Professor, National Research Moscow State University of Civil Engineering, prospect Mira, 101-D, Bldg. 1., 129337, Moscow, Russia;
email: ovk531@gmail.com.

Ashot G. Tamrazyan, Dr.Sc., Professor, National Research Moscow State University of Civil Engineering, 26, Yaroslavskoe Road, 129337, Moscow, Russia
email: tamrazian@mail.ru

СИНТЕЗИРОВАНИЕ НАИБОЛЕЕ НЕБЛАГОПРИЯТНЫХ АКСЕЛЕРОГРАММ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ

О.В. Мкртычев, А.А. Решетов

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет,
г. Москва, РОССИЯ

АННОТАЦИЯ: Для формирования исходных данных, необходимых при синтезировании акселерограмм, обычно используются сейсмические характеристики площадки строительства или результаты статистической обработки набора инструментальных акселерограмм, соответствующих этой площадке. Так как сейсмические характеристики площадки не зависят от сооружения, которое должно быть на ней построено, то при формировании исходных данных обычно не учитываются динамические характеристики сооружения. Однако сформированные исходные данные с необходимостью должны содержать неопределенности, порожденные наличием случайности в характере сейсмического воздействия. Это означает, что исходные данные должны подчиняться некоторым законам распределения. Тогда можно задаться такими исходными данными, которые возможны с наперед заданной вероятностью для площадки строительства и наиболее опасны для сооружения. А для того чтобы определить какие акселерограммы могут быть наиболее опасными для сооружения, необходимо учитывать динамические характеристики сооружения. В статье формулируется методика синтеза наиболее неблагоприятных акселерограмм для системы с конечным числом степеней свободы, приводится пример расчета консольной системы с двадцатью степенями свободы.

Ключевые слова: акселерограмма, вероятность, дельта-функция Дирака, дисперсия, импульсная характеристика, интеграл Дюамеля, корреляционная функция, сейсмическое воздействие, система с конечным числом степеней свободы, сооружение, целевая функция, частота, частотная характеристика, энергия

SYNTHESIZING THE MOST UNFAVORABLE ACCELEROGRAMS FOR LINEAR SYSTEM WITH FINITE NUMBER OF DEGREES OF FREEDOM

Oleg V. Mkrtychev, Andrey A. Reshetov

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, RUSSIA

ABSTRACT: To form the initial data necessary for synthesizing accelerograms commonly used seismic characteristics of the construction site or the results of statistical processing instrumental accelerograms corresponding to this construction site. Since seismic characteristics of the construction site do not depend on the structure that should be constructed upon it while generating the source data is usually not taken into account the dynamic characteristics of the structure. However, the formed raw data must necessarily contain uncertainty, generated by indeterminacy the seismic action. This means that the initial data must obey certain laws of distribution. Then we can ask such initial data that are possible with a given probability in advance for the construction site and the most dangerous to the structure. And in order to determine what accelerograms may be the most dangerous for the structure, it is necessary to take into account the dynamic characteristics of the structure. In article formulates a method of generating the most unfavorable accelerograms for a system with a finite number of degrees of freedom, an example calculation system with twenty degrees of freedom.

Key words: accelerogram, probability, Dirac delta function, dispersion, impulse response, Duhamel's integral, correlation function, seismic effect, system with finite number of degrees of freedom, structure, target function, frequency, frequency response, energy

ВВЕДЕНИЕ

Предложенная методика предполагает выполнение подготовительной работы, состоящей из двух этапов: получения динамических характеристик сооружения и получения характеристик сейсмического воздействия для площадки строительства. После выполнения этих этапов строится и максимизируется целевая функция, характеризующая энергию, передаваемую сооружению с учетом накладываемых вероятностных ограничений. Характеристики, соответствующие максимуму целевой функции, принимаются в качестве исходных данных, необходимых для генерирования наиболее неблагоприятных акселерограмм.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ

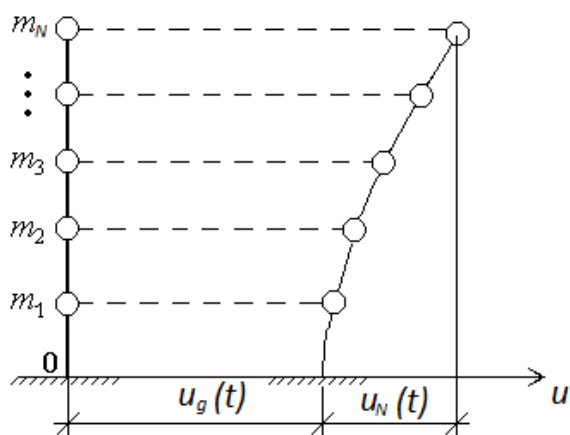


Рис. 1. Система с N степенями свободы.

Запишем уравнение движения системы в матричном виде:

$$[m] \cdot \{\ddot{u}(t)\} + [c] \cdot \{\dot{u}(t)\} + [k] \cdot \{u(t)\} = -[m] \cdot \{l\} \cdot \ddot{u}_g(t); \quad (1)$$

где $[m]$ – матрица масс, $[c]$ – матрица затуханий, $[k]$ – матрица жесткости, $\{\ddot{u}(t)\}$ – вектор ускорений, $\{\dot{u}(t)\}$ – вектор скоростей,

$\{u(t)\}$ – вектор перемещений, $\{l\}$ – вектор, характеризующий приложение внешнего воздействия, $\ddot{u}_g(t)$ – акселерограмма.

Сохраняя общность рассуждений, зададимся конкретными данными и проведем расчет численными методами в пакете «Matlab».

Данные: число узлов (этажей) $N=20$, расстояние между узлами (высота этажа) $h=5$ м, масса узла $m=500$ т, жесткость $EI=29 \cdot 10^9 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$ (при этом: массы всех узлов равны, расстояния между соседними узлами равны, жесткость равномерно распределена, начальные условия полагаются нулевыми).

Нахождение собственных частот и форм колебаний будем проводить для системы без затуханий, полагая при этом, что формы собственных колебаний системы без затуханий будут соответствовать формам системы с затуханиями. Данное положение будет учитываться при формировании матрицы затуханий.

Запишем систему уравнений собственных колебаний системы без затуханий в матричном виде:

$$[m] \cdot \{\ddot{u}(t)\} + [k] \cdot \{u(t)\} = \{0\}. \quad (2)$$

Сформируем матрицы масс и жесткостей.

Для системы с сосредоточенными массами матрица масс является диагональной:

$$[m] = \begin{bmatrix} m_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & m_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & m \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Для формирования матрицы жесткости воспользуемся следующим способом: сформируем по некоторой простой схеме матрицу податливости, а затем обратим ее.

Умножим матричное уравнение (2) на матрицу податливости:

$$[\delta] \cdot [m] \cdot \{\ddot{u}(t)\} + [e] \cdot \{u(t)\} = \{0\}; \quad (4)$$

где $[\delta]$ – матрица податливости, $[e]$ – единичная матрица.

Элементы матрицы податливости найдем по следующей формуле:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} \frac{h^3}{6EI} \cdot (3j-i) \cdot i^2, & i \leq j; \\ \delta_{ji}, & i > j. \end{cases} \quad (5)$$

Матрица жесткости получается путем обращения матрицы податливости, сформированной по формуле (5).

Решение уравнения (4) будем искать в виде:

$$\{u(t)\} = \{A\} \cdot \sin(\omega t + \alpha); \quad (6)$$

где $\{A\}$ – вектор амплитуд, ω – циклическая частота, α – начальная фаза.

Подставляя (6) в (4), получим:

$$[\delta] \cdot [m] \cdot \{A\} \cdot \omega^2 - [e] \cdot \{A\} = \{0\}. \quad (7)$$

Сделаем переобозначение:

$$\lambda = \frac{1}{\omega^2}. \quad (8)$$

С учетом (8) получим:

$$[\delta] \cdot [m] \cdot \{A\} - \lambda \cdot [e] \cdot \{A\} = \{0\}. \quad (9)$$

Таким образом, имеется задача на собственные значения и собственные векторы:

$$([\delta] \cdot [m] - \lambda \cdot [e]) \cdot \{A\} = \{0\}. \quad (10)$$

Для нахождения собственных значений решаем уравнение:

$$\det([\delta] \cdot [m] - \lambda \cdot [e]) = 0. \quad (11)$$

Найдя собственные числа, находим собственные частоты, используя формулу (8).

Собственным числам λ_j ($j = 1, N$) соответствуют собственные векторы:

$$\{A_j\} = \begin{bmatrix} A_{1j} \\ \vdots \\ A_{Nj} \end{bmatrix}; \quad (12)$$

где A_{ij} – i -ая компонента j -го собственного вектора.

Из уравнения (10) мы не можем найти компоненты A_{ij} , но можем выразить их через какую либо одну. Выразим через первую:

$$\{A_j\} = \begin{bmatrix} A_{1j} \\ \eta_{2j} A_{1j} \\ \vdots \\ \eta_{Nj} A_{1j} \end{bmatrix} = A_{1j} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_{2j} \\ \vdots \\ \eta_{Nj} \end{bmatrix}; \quad (13)$$

где η_{ij} – коэффициенты распределения амплитуд.

Введем обозначение:

$$\{\eta_j\} = \begin{bmatrix} \eta_{1j} \\ \eta_{2j} \\ \vdots \\ \eta_{Nj} \end{bmatrix}; \quad (14)$$

где $\eta_{1j} = 1$, тогда:

$$\{A_j\} = A_{1j} \cdot \{\eta_j\}; \quad (15)$$

Определим вектор j -ой формы собственных колебаний посредством деления вектора (14) на наибольшую компоненту этого вектора:

$$\{\varphi_j\} = \frac{1}{\eta_j^{(\max)}} \cdot \{\eta_j\}; \quad (16)$$

где:

$$\eta_j^{(\max)} = \max\{\eta_{1j}, \eta_{2j}, \eta_{3j}, \dots, \eta_{Nj}\}. \quad (17)$$

Сформируем из векторов (16) матрицу форм собственных колебаний системы:

$$[\varphi] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \cdots & \varphi_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{N1} & \cdots & \varphi_{NN} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Построим графики первых трех форм собственных колебаний (рис.2).

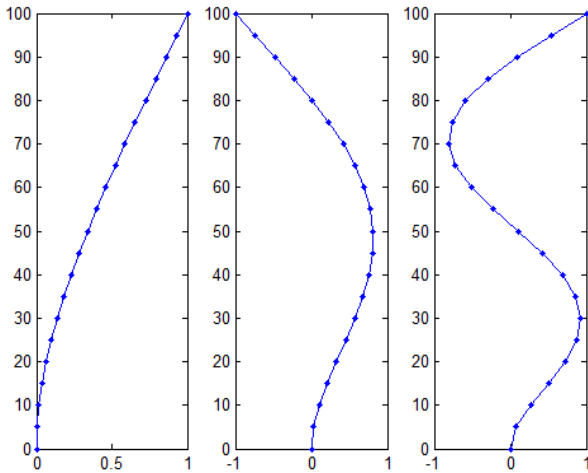


Рис. 2. Первая (0,91Гц), вторая (5,70Гц) и третья (15,97Гц) формы собственных колебаний системы.

Общее решение системы уравнений (2) представляет собой разложение по собственным формам:

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \cdots & \varphi_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{N1} & \cdots & \varphi_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{11}\eta_1^{(\max)} \sin(\omega_1 t + \alpha_1) \\ \vdots \\ A_{1N}\eta_N^{(\max)} \sin(\omega_N t + \alpha_N) \end{bmatrix}; \quad (19)$$

где $A_{11}, \dots, A_{1N}$ и $\alpha_1, \dots, \alpha_N$ находятся из начальных условий.

Матричное соотношение (19) описывает связь между координатами узлов и модальными координатами динамической системы. Запишем (19) в следующем виде:

$$\{u\} = [\varphi] \cdot \{q\}; \quad (20)$$

где $\{q\}$ – вектор модальных (нормальных) координат.

Из (19) следуют также два матричных соотношения, связывающих скорости и ускорения с их модальными версиями:

$$\{\dot{u}\} = [\varphi] \cdot \{\dot{q}\}. \quad (21)$$

$$\{\ddot{u}\} = [\varphi] \cdot \{\ddot{q}\}. \quad (22)$$

Полученные формы должны удовлетворять условиям ортогональности:

$$\{\varphi_i\}^T \cdot [m] \cdot \{\varphi_j\} = \begin{cases} M_j, & i = j; \\ 0, & i \neq j; \end{cases} \quad (23)$$

где M_j – модальная масса.

$$\{\varphi_i\}^T \cdot [k] \cdot \{\varphi_j\} = \begin{cases} K_j, & i = j; \\ 0, & i \neq j; \end{cases} \quad (24)$$

где K_j – модальная жесткость.

Переходя от системы без затухания к системе с затуханием, запишем дополнительное условие ортогональности:

$$\{\varphi_i\}^T \cdot [c] \cdot \{\varphi_j\} = \begin{cases} C_j, & i = j; \\ 0, & i \neq j; \end{cases} \quad (25)$$

где C_j – модальное затухание.

Найдем матрицу затухания такую, чтобы выполнялось условие (25), а модальные затухания составляли 5% от критических затуханий для всех форм собственных колебаний.

Модальные затухания равны:

$$C_j = 2\xi_j M_j \omega_j; \quad (26)$$

где $\xi_j = 0,05$ – параметр затухания.

Используя матрицу форм собственных колебаний, перепишем формулу (25) в следующем виде:

$$[C] = [\varphi]^T \cdot [c] \cdot [\varphi]; \quad (27)$$

где $[C]$ – диагональная матрица модальных затуханий.

Умножим уравнение (27) слева и справа на матрицу форм следующим образом:

$$([\varphi]^T)^{-1} \cdot [C] \cdot [\varphi]^{-1} = ([\varphi]^T)^{-1} \cdot [\varphi]^T \cdot [c] \cdot [\varphi] \cdot [\varphi]^{-1}. \quad (28)$$

Следовательно, матрица затуханий равна:

$$[c] = ([\varphi]^T)^{-1} \cdot [C] \cdot [\varphi]^{-1}. \quad (29)$$

Подробно о колебаниях динамических систем с конечным числом степеней свободы можно узнать в [1].

Найдем импульсные и частотные характеристики системы, соответствующие наивысшему этажу (20 этаж).

Как известно, для линейной динамической системы с одной степенью свободы реакция системы может быть представлена в виде интеграла Дюамеля:

$$u(t) = f(t) * h(t) = \int_{T_M} f(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau; \quad (30)$$

где $h(t)$ – импульсная характеристика системы, $f(t)$ – внешнее воздействие, T_M – время воздействия, «*» – операция свертки.

Зная импульсную характеристику системы, можно определить реакцию системы на произвольное воздействие. В свою очередь, импульсная характеристика представляет собой реакцию системы на дельта-функцию (рис.3).



Рис. 3. Воздействие дельта-функции на линейную систему.

Дельта-функция (функция Дирака) имеет вид:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0; \\ 0, & t \neq 0. \end{cases} \quad (31)$$

При этом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1. \quad (32)$$

Отметим, что дельта-функция, строго говоря, является обобщенной функцией и определяется как линейный функционал.

Для системы с N степенями свободы формула (30) представляется в матричном виде:

$$[u(t)] = [h(t)] * \{f(t)\}; \quad (33)$$

В развернутом виде:

$$\begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}(t) & \cdots & h_{1N}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N1}(t) & \cdots & h_{NN}(t) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} f_1(t) \\ \vdots \\ f_N(t) \end{bmatrix}; \quad (34)$$

где $u_i(t)$ – перемещение i -го узла, $f_i(t)$ – воздействие, приложенное к i -му узлу, $h_{ij}(t)$ – реакция системы в i -ом узле от воздействия дельта-функции в j -ом узле.

Используя теорему о свертке, перейдем в частотную область:

$$[U(\omega)] = [H(\omega)] \cdot \{F(\omega)\}. \quad (35)$$

В развернутом виде:

$$\begin{bmatrix} U_1(\omega) \\ \vdots \\ U_N(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(\omega) & \cdots & H_{1N}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N1}(\omega) & \cdots & H_{NN}(\omega) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1(\omega) \\ \vdots \\ F_N(\omega) \end{bmatrix}; \quad (36)$$

где:

$$U_i(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_i(t) e^{-i\omega t} dt; \quad (37)$$

$$H_{ij}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{ij}(t) e^{-i\omega t} dt; \quad (38)$$

$$F_i(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_i(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (39)$$

Запишем в развернутом виде формулу для перемещения i -го узла, учитывая (34) и инерционный характер внешнего воздействия:

$$u_i(t) = h_{i1}(t) * (-m_1 \ddot{u}_g(t)) + \dots + h_{iN}(t) * (-m_N \ddot{u}_g(t)). \quad (40)$$

Воспользовавшись свойствами свертки, перепишем формулу (40):

$$u_i(t) = \left(- \sum_{j=1}^N m_j h_{ij}(t) \right) * \ddot{u}_g(t). \quad (41)$$

Введем понятие приведенной к узлу импульсной характеристики при сейсмическом воздействии. Приведенной к i -ому узлу импульсной характеристикой при сейсмическом воздействии называется реакция системы в i -ом узле при ускорении грунта в виде дельта-функции.

Обозначим приведенную к i -ому узлу импульсную характеристику через $h^{(i)}(t)$:

$$h^{(i)}(t) = - \sum_{j=1}^N m_j h_{ij}(t). \quad (42)$$

С учетом (41), (42) имеем:

$$\begin{aligned} u_i(t) &= h^{(i)}(t) * \ddot{u}_g(t) = \\ &= \int_{T_M} h^{(i)}(t - \tau) \ddot{u}_g(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (43)$$

Для нахождения приведенной импульсной характеристики $h^{(i)}(t)$ следует приложить к системе акселерограмму в виде дельта-

функции, а затем «снять» реакцию в i -ом узле (она и будет приведенной импульсной характеристикой).

Переходя в частотную область, формула (43) «переводится» в:

$$U_i(\omega) = H^{(i)}(\omega) \cdot U_g(\omega); \quad (44)$$

где $U_i(\omega)$ – преобразование Фурье перемещения, $H^{(i)}(\omega)$ – приведенная частотная характеристика (преобразование Фурье приведенной импульсной характеристики), $U_g(\omega)$ – преобразование Фурье акселерограммы.

Приведем дискретные аналоги вышеприведенных функций и формул.

Цифровая дельта-функция:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 0, & n \neq 0. \end{cases} \quad (45)$$

При этом:

$$\sum_{n=0}^{N_{T_M}-1} \delta(n) = 1; \quad (46)$$

где N_{T_M} – число отсчетов времени моделирования.

Вычислим дискретное преобразование Фурье (ДПФ) цифровой дельта-функции:

$$\Delta(k) = \sum_{n=0}^{N_{T_M}-1} \delta(n) \exp\left(-i \frac{2\pi}{N_{T_M}} kn\right) = 1. \quad (47)$$

Представим цифровую дельта-функцию через обратное ДПФ:

$$\delta(n) = \frac{1}{N_{T_M}} \sum_{k=0}^{N_{T_M}-1} \exp\left(i \frac{2\pi}{N_{T_M}} kn\right). \quad (48)$$

Из (47) и (48) видно, что спектральная функция цифровой дельта-функции представляет собой постоянную величину.

Дискретные аналоги формул (37), (43) и (44):

Синтезирование наиболее неблагоприятных акселерограмм для линейной системы с конечным числом степеней свободы

$$U_i(k) = \sum_{n=0}^{N_{TM}-1} u_i(n) \exp\left(-i \frac{2\pi}{N_{TM}} kn\right); \quad (49)$$

$$\begin{aligned} u_i(n) &= h^{(i)}(n) * \ddot{u}_g(n) = \\ &= \sum_{k=0}^{N_{TM}-1} h^{(i)}(n-k) u_g(k); \end{aligned} \quad (50)$$

$$U_i(k) = H^{(i)}(k) \cdot U_g(k); \quad (51)$$

О цифровой обработке сигналов и быстрых алгоритмах можно узнать в [2,3].

Вычислим приведенную импульсную и частотную характеристики системы для узла $i=20$. При этом рассмотрим два случая: когда $\xi_j = 0$ (рис.4) и $\xi_j = 0,05$ (рис.5).

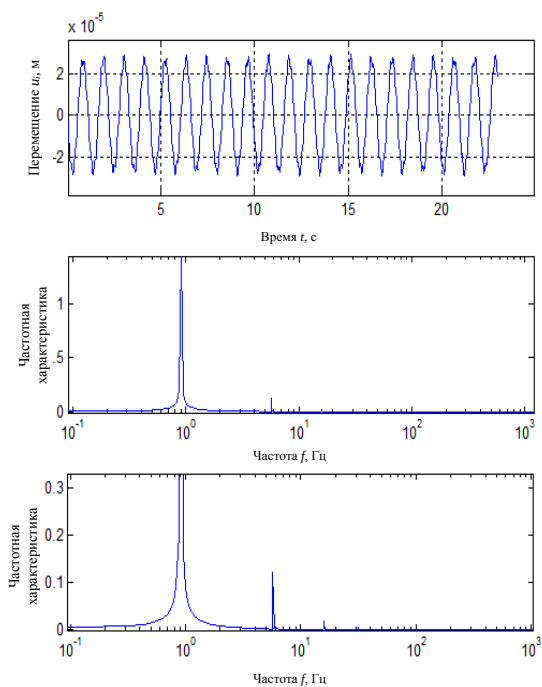


Рис. 4. Приведенная импульсная и частотная характеристика ($\xi_j = 0$).

На самом верхнем графике рис.4 и рис.5 изображена приведенная импульсная характеристика, на двух следующих – амплитудно-частотная характеристика в логарифмическом масштабе, соответствующая приведенной импульсной характеристике (на втором – увеличенная версия).

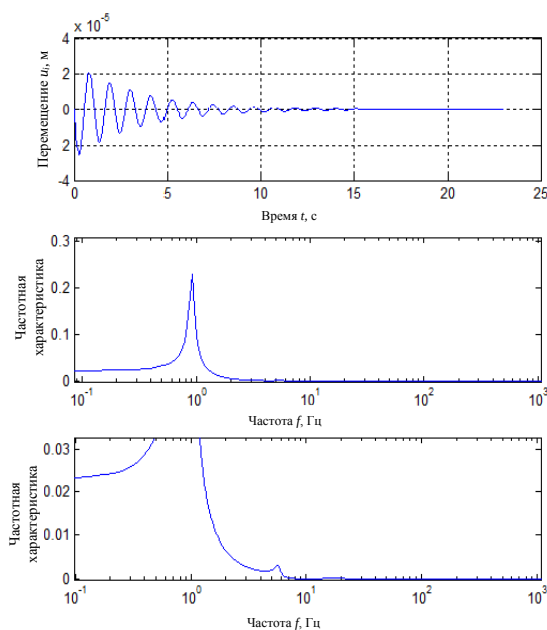


Рисунок 5. Приведенная импульсная и частотная характеристика ($\xi_j = 0,05$).

Вычислим спектральную плотность приведенной импульсной характеристики $h^{(20)}(t)$. Результат расчета приведен при $\xi_j = 0$ на рис.6, а при $\xi_j = 0,05$ на рис.7.

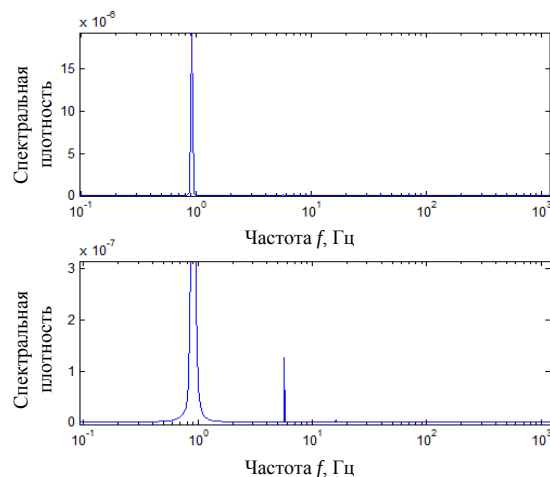


Рис. 6. Спектральная плотность.

На рис.6 и 7 нижние графики представляют собой увеличенные версии.

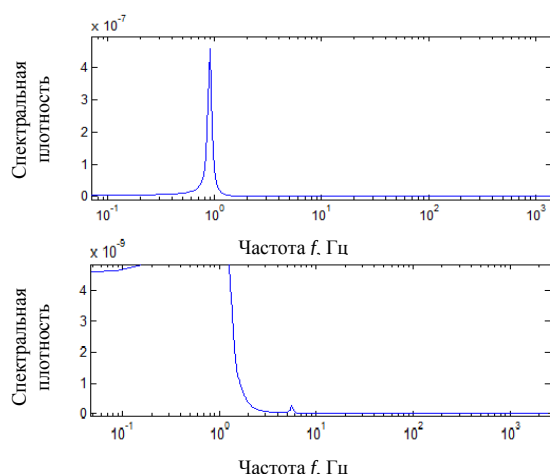


Рисунок 7. Спектральная плотность.

2. ПОЛУЧЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СЕЙСМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ПЛОЩАДКИ СТРОИТЕЛЬСТВА

Характеристики сейсмического воздействия для площадки строительства определяются посредством статистической обработки репрезентативного набора инструментальных акселерограмм, соответствующих данной площадке.

К характеристикам сейсмического воздействия относятся огибающая акселерограммы и спектральная характеристика стационарной части акселерограммы (чаще всего спектральная плотность мощности). Причем огибающая характеризует как форму «переменной амплитуды», так и интенсивность воздействия.

Огибающая и спектральная плотность тем или иным образом аппроксимируются. В простейшем случае аппроксимация производится при помощи аналитических функций. Вследствие статистической обработки мы имеем законы распределения параметров, характеризующих огибающую и спектральную плотность.

В данной работе ограничимся конкретными видами функций огибающей и спектральной плотности, а так же законом распределения доминантной частоты.

Допустим, в результате обработки набора инструментальных акселерограмм мы получили следующие результаты: огибающая (рис.8) описывается формулой (52), спектральная плотность (рис.9) описывается формулой (53), закон распределения доминантной частоты является гауссовым (рис.10).

$$A(t) = A_0 \cdot \frac{t}{t_0} \cdot e^{-\frac{t}{t_0}}. \quad (52)$$

где A_0 – характеризует максимальные ускорения, t_0 – характеризует продолжительность интенсивной фазы. Примем $A_0 = 2 \cdot e^1 \frac{M}{c^2}$ и $t_0 = 3c$. Продолжительность воздействия примем равным 23,01с.

$$S(f) = \frac{2}{\pi} \frac{f_1 f_0^2}{(f^2 - f_0^2)^2 + 4 f_1^2 f^2}; \quad (53)$$

где f_0 – доминантная частота стационарного случайного процесса, f_1 – параметр, характеризующий ширину спектра. Примем $f_0 = 3 \text{ Гц}$ и $f_1 = 0.2 \text{ Гц}$. Отметим, что в п.3 мы будем задавать и другие значения f_0 .

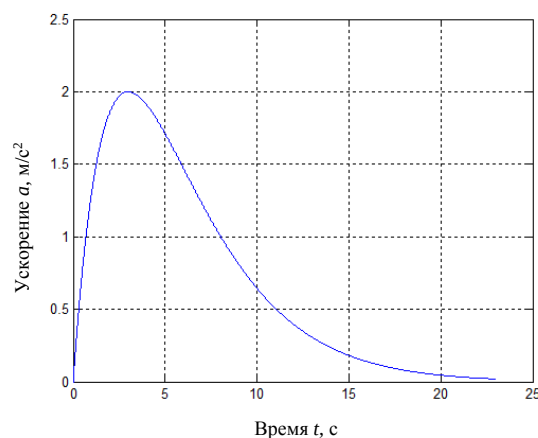


Рис. 8. Огибающая.

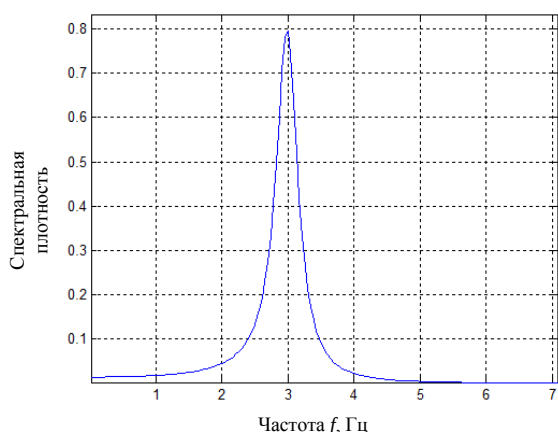


Рис. 9. Спектральная плотность.

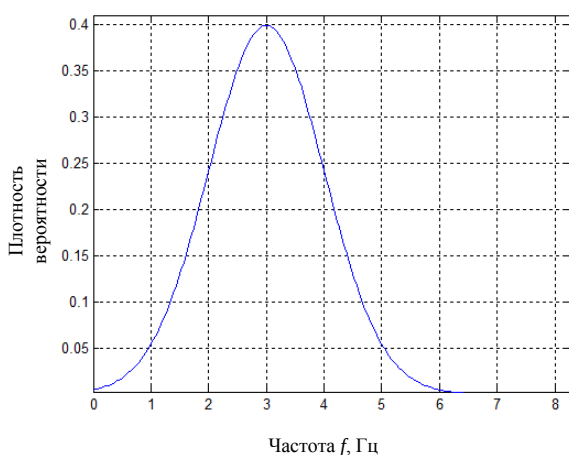


Рис. 10. Плотность вероятности доминантной частоты.

Некоторые вопросы обработки акселерограмм землетрясений освещены в [4].

3. ФОРМИРОВАНИЕ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ, ЕЕ МАКСИМИЗАЦИЯ, И СИНТЕЗИРОВАНИЕ НАИБОЛЕЕ НЕБЛАГОПРИЯТНЫХ АКСЕЛЕРОГРАММ

Целевая функция, которую необходимо сформировать и максимизировать, должна характеризовать энергию, передаваемую конструкции сейсмическим воздействием. Применим операцию квадрата модуля к левой и правой части равенства (44):

$$|U_i(\omega)|^2 = |H^{(i)}(\omega)|^2 \cdot |U_g(\omega)|^2. \quad (54)$$

Возьмем интеграл от левой и правой части равенства (54):

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} |U_i(\omega)|^2 d\omega &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |H^{(i)}(\omega)|^2 \cdot |U_g(\omega)|^2 d\omega. \end{aligned} \quad (55)$$

Воспользовавшись теоремой Парсеваля, получим энергию колебания узла i (с точки зрения теории сигналов):

$$E_{U_i} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H^{(i)}(\omega)|^2 \cdot |U_g(\omega)|^2 d\omega. \quad (56)$$

Кроме того, известно, что эта энергия равна ненормированной дисперсии:

$$D_{U_i} = E_{U_i}. \quad (57)$$

Введем в функцию $|U_g(\omega)|^2$ параметр сдвига Ω :

$$|U_g(\omega, \Omega)|^2 = |U_g(\omega - \Omega)|^2. \quad (58)$$

Параметр сдвига функции $|U_g(\omega, \Omega)|^2$ можно трактовать как параметр сдвига доминантной частоты, относительно которой развернут спектр.

Отразив параметр сдвига ($-\Omega \rightarrow \Omega$) и учтя (56) и (57), запишем дисперсию как функцию аргумента Ω :

$$\begin{aligned} D_{U_i}(\Omega) &= \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H^{(i)}(\omega)|^2 \cdot |U_g(\omega + \Omega)|^2 d\omega. \end{aligned} \quad (59)$$

Формула (59) представляет собой корреляционную функцию функций $|H^{(i)}(\omega)|^2$, $|U_g(\omega)|^2$, т.е.:

$$K_{|H^{(i)}|^2|U_g|^2}(\Omega) = D_{U_i}(\Omega). \quad (60)$$

Для того чтобы энергия реакции системы (перемещение i -го узла), а, следовательно, и дисперсия была наибольшей, необходимо подобрать соответствующим образом параметр сдвига Ω .

Дисперсия (59) является целевой функцией, которую необходимо максимизировать.

Сделаем замену переменной $\omega \rightarrow -\omega$. Учитывая, что:

$$|\tilde{H}^{(i)}(\omega)|^2 = |H^{(i)}(-\omega)|^2; \quad (61)$$

представим формулу (60) в следующем виде:

$$K_{|H^{(i)}|^2|U_g|^2}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{H}^{(i)}(\omega)|^2 \cdot |U_g(\Omega - \omega)|^2 d\omega. \quad (62)$$

По существу, смысл максимизации заключается в том, что мы как бы «прикладываем» функцию $|U_g(\omega)|^2$ к функции $|\tilde{H}^{(i)}(\omega)|^2$ с целью получить наибольшую дисперсию реакции.

Максимизация целевой функции должна производиться при наличии ограничений, накладываемых на параметр сдвига Ω . Сформулируем эти ограничения.

Введем две вспомогательные частоты ω_a и ω_b такие, что:

$$\int_{\omega_a}^{\omega_b} f(\omega_d) d\omega_d = P_c; \quad (63)$$

$$\omega_a < \omega_d < \omega_b; \quad (64)$$

где ω_d – доминантная частота, $f(\omega_d)$ – плотность вероятности доминантной частоты, P_c – наперед заданное значение вероятности (примем $P_c = 0.9$).

Параметр сдвига Ω может принимать такие значения, при которых вновь полученная доминантная частота ω_d будет принадлежать интервалу (ω_a, ω_b) :

$$\omega_a - \omega_d < \Omega < \omega_b - \omega_d. \quad (65)$$

Таким образом, нам необходимо так сдвинуть исходную спектральную плотность сейсмического воздействия, чтобы с одной стороны, оно вызвало максимальную реакцию системы, с другой – этот сдвиг укладывался в сформулированный нами критерий, учитывающий сейсмические характеристики площадки строительства.

Запишем дискретный аналог формулы (62):

$$K_{|H^{(i)}|^2|U_g|^2}(n_\Omega) = \frac{1}{N_{T_M}} \sum_{k=0}^{N_{T_M}-1} |H^{(i)}(k)|^2 \cdot |U_g(n_\Omega - k)|^2. \quad (66)$$

где n_Ω – параметр сдвига (дискретный аналог параметра Ω).

Учтя (60) и применив обозначение свертки, получим:

$$D_{u_i}(n_\Omega) = \frac{1}{N_{T_M}} |H^{(i)}(n_\Omega)|^2 * |U_g(n_\Omega)|^2. \quad (67)$$

Вычислив свертку (67) при помощи быстрого алгоритма, получим дисперсию $D_{u_i}(n_\Omega)$. Далее необходимо найти параметр сдвига n_Ω , соответствующий максимуму дисперсии $D_{u_i}(n_\Omega)$ и удовлетворяющий накладываемым на него вероятностным ограничениям. Сдвинув исходную спектральную плотность сейсмического воздействия на это значение, мы получим новую спектральную плотность.

Акселерограммы, соответствующие этой новой спектральной плотности, и будут наиболее неблагоприятными для сооружения и возможными для площадки строительства, с вероятностью не меньшей чем $1 - P_c$.

Проведем численные расчеты системы (для 20 этажа) без затухания и с затуханием для значений доминантной частоты исходной спектральной плотности сейсмического воздействия равных 1,3 и 4,9 Гц.

Расчеты для системы без затухания ($\xi_j = 0$) при $\omega_d = 2\pi \cdot 1,3$ рад/с.

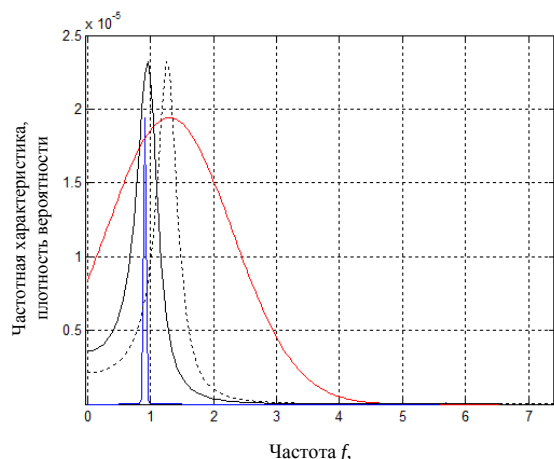


Рис. 11. Сдвиг исходной спектральной плотности сейсмического воздействия.

На рис.11 красным графиком изображена плотность вероятности доминантной частоты сейсмического воздействия, синим – приведенная частотная характеристика здания, черным пунктиром – исходная спектральная плотность сейсмического воздействия, черной сплошной линией – сдвинутая по критерию спектральная плотность. В целях удобства восприятия на рис.11 ордината спектральной плотности и плотности вероятности масштабировалась (только на графике).

На верхнем графике рис.12 красным пунктиром изображена огибающая акселерограммы, синим – акселерограмма, красным пунктиром на нижнем графике изображена спектральная плотность (полученная по критерию), синим – спектральная плотность сгенерированной акселерограммы.

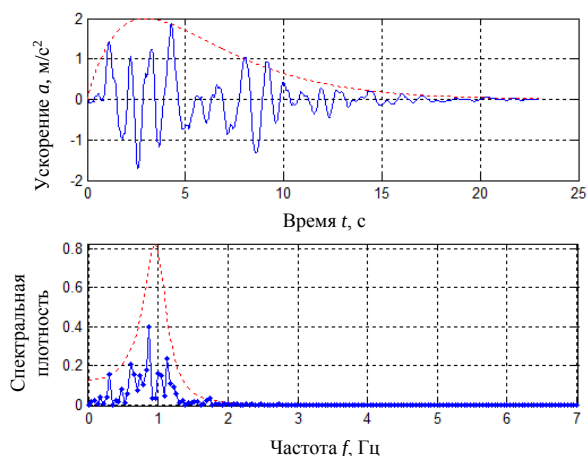


Рис. 12. Сгенерированная наиболее неблагоприятная акселерограмма.

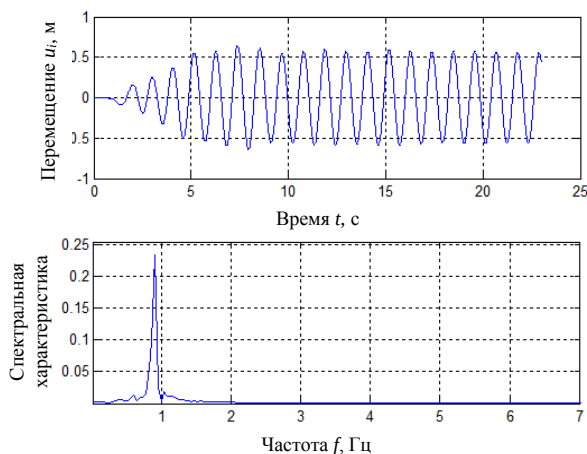


Рис. 13. Перемещение 20 этажа.

На верхнем графике рис.13 изображено перемещение 20 этажа при воздействии на систему наиболее неблагоприятной акселерограммы. На нижнем графике рис.13 изображена спектральная характеристика этого перемещения.

Расчеты для системы без затухания ($\xi_j = 0$) при $\omega_d = 2\pi \cdot 4,9$ рад/с.

Все обозначения на рис.14-16 эквивалентны обозначениям на рис.11-13.

Проанализируем результаты расчетов для системы без затухания.

Случай $\omega_d = 2\pi \cdot 1,3$ рад/с.

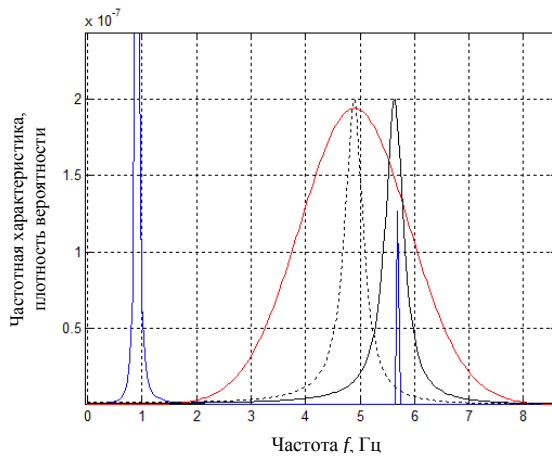


Рис. 14. Сдвиг исходной спектральной плотности сейсмического воздействия.

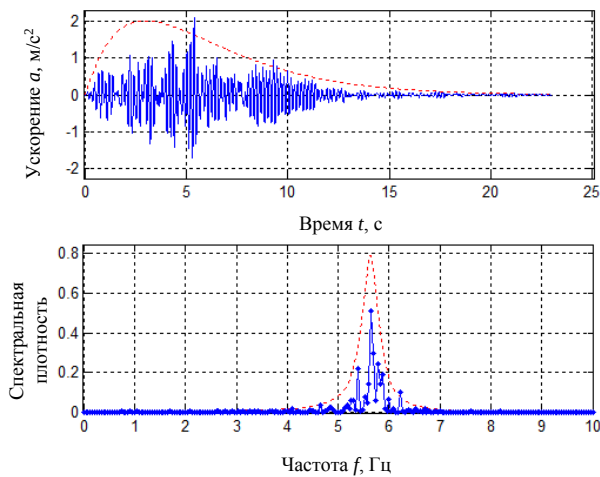


Рис. 15. Сгенерированная наиболее неблагоприятная акселерограмма.

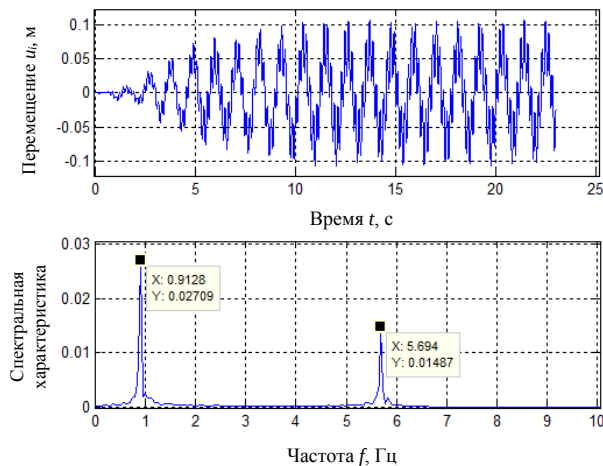


Рис. 16. Перемещение 20 этажа.

Первая собственная частота принадлежит интервалу (ω_a, ω_b) , и сдвиг исходной спектральной плотности произошел в ее сторону таким образом, что результат перемножения спектральной плотности приведенной импульсной характеристики на спектральную плотность воздействия дал наибольшую площадь под результирующей кривой (это соответствует резонансу на первой собственной частоте).

Случай $\omega_d = 2\pi \cdot 4,9$ рад/с.

Первая собственная частота не принадлежит интервалу (ω_a, ω_b) , а вторая – принадлежит.

Сдвиг исходной спектральной плотности произошел в сторону второй собственной частоты, вызвав на ней резонанс.

Расчеты для системы с затуханием ($\xi_j = 0,05$) при $\omega_d = 2\pi \cdot 1,3$ рад/с.

Все обозначения на рис.17-19 эквивалентны обозначениям на рис.11-13.

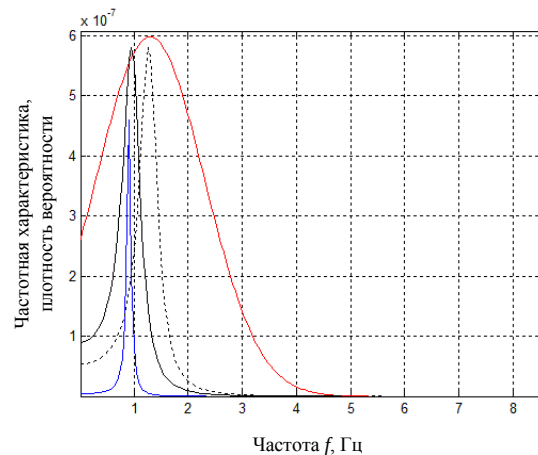


Рис. 17. Сдвиг исходной спектральной плотности воздействия.

Расчеты для системы с затуханием ($\xi_j = 0,05$) при $\omega_d = 2\pi \cdot 4,9$ рад/с.

Все обозначения на рис.20-22 эквивалентны обозначениям на рис.11-13.

Проанализируем результаты расчетов для системы с затуханием.

Случай $\omega_d = 2\pi \cdot 1,3$ рад/с.

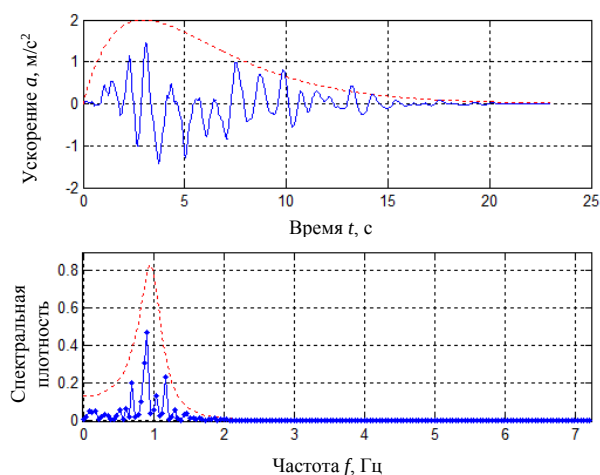


Рис. 18. Сгенерированная наиболее неблагоприятная акселерограмма.

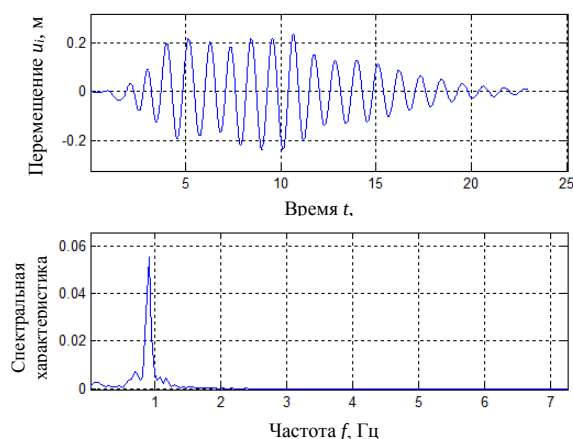


Рис. 19. Перемещение 20 этажа.

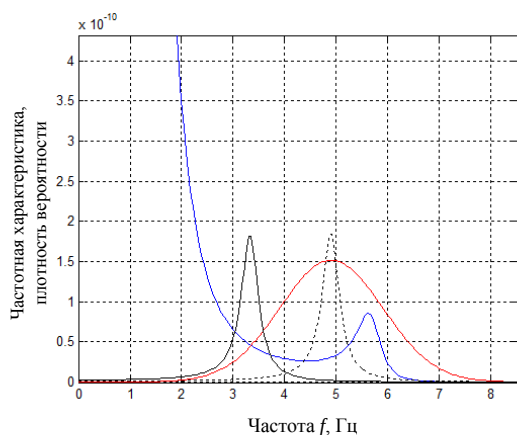


Рис. 20. Сдвиг исходной спектральной плотности сейсмического воздействия.

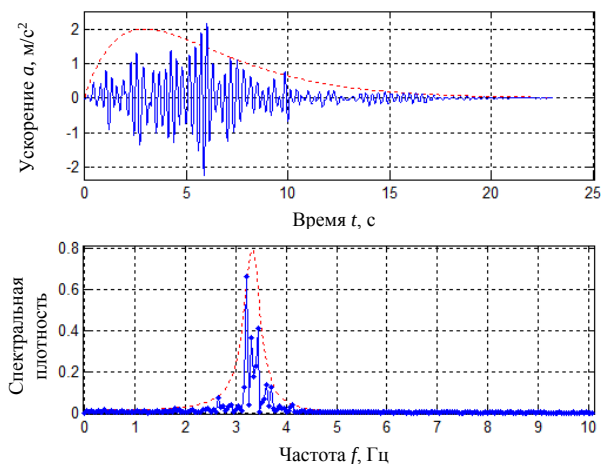


Рис. 21. Сгенерированная наиболее неблагоприятная акселерограмма.

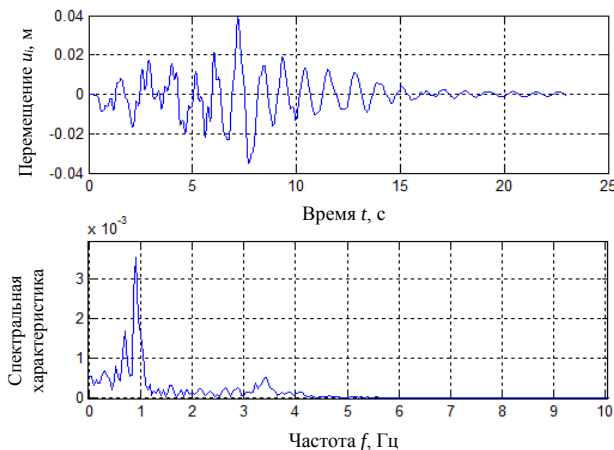


Рис. 22. Перемещение 20 этажа и его спектральная характеристика.

Исходная спектральная плотность сдвинулась аналогичным образом, как это было для системы без затухания.

Случай $\omega_d = 2\pi \cdot 4,9$ рад/с.

Сдвиг исходной спектральной плотности произошел в сторону первой собственной частоты, что отлично от случая системы без затухания. Это объясняется тем, что левое «крыло» вновь полученной спектральной плотности воздействия при перемножении со спектральной плотностью приведенной импульсной характеристики дало значительный вклад в площадь под результирующей кривой, и, соответственно, вклад в энергию ко-

лебания этажа. Эта энергия больше той, что возникла бы при сдвиге спектральной плотности в сторону второй собственной частоты сооружения.

Отметим, что синтезирование акселерограмм производилось с применением метода формирующего фильтра.

О генерировании акселерограмм землетрясений можно узнать в [5-8]. О цифровом моделировании различных случайных процессов можно узнать в [9].

ВЫВОДЫ

В работе были получены следующие результаты:

1. В п.1 были определены динамические характеристики линейной системы с двадцатью степенями свободы.
 2. В п.2 был сформулирован общий подход к определению сейсмических характеристик площадки строительства. Были заданы такие параметры, как: огибающая, спектральная плотность, закон распределения доминантной частоты.
 3. В п.3 была сформирована и максимизирована целевая функция, характеризующая энергию, которую передает сейсмическое воздействие сооружению. Были синтезированы наиболее неблагоприятные акселерограммы для рассматриваемой системы.
- Моделирование акселерограмм землетрясений с учетом, как сейсмических свойств грунта, так и динамических свойств сооружения позволяет производить расчет на сейсмостойкость наиболее полным образом. Это достигается тем, что неопределенность, присутствующая в сейсмическом воздействии, используется с целью получения наиболее неблагоприятных для сооружения условий.
- Данная методика имеет потенциал к обобщению. Например, можно максимизировать целевую функцию многих пе-

ременных, таких как: параметры сдвига и сжатия спектральной плотности; параметры, характеризующие интенсивность воздействия и др. При этом, ограничения, накладываемые на вариации этих параметров, должны быть обусловлены результатами статистической обработки сейсмических данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Клаф Р., Пензиен Дж.** Динамика сооружений, М.: Стройиздат 1979. – 320 с.
2. **Блейхут Р.** Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1989. – 448 с.
3. **Сергиенко А.Б.** Цифровая обработка сигналов, СПб, Питер, 2002. – 606 с.
4. **Мкртычев О.В., Решетов А.А.** Применение вейвлет-преобразований при анализе акселерограмм (Use of wavelet transform in analysis of accelerograms) // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, Volume 7, Issue 3, 2011. – P. 118-126.
5. **Мкртычев О.В., Решетов А.А.** Методика моделирования наиболее неблагоприятных акселерограмм землетрясений // Промышленное и гражданское строительство, 2013 - №9. – С. 27-29.
6. **Мкртычев О.В., Юрьев Р.В.** Расчет конструкций на сейсмические воздействия с использованием синтезированных акселерограмм // Промышленное и гражданское строительство. 2010. № 6. – С. 52-54.
7. **Pierfrancesco Cacciola.** A stochastic approach for generating spectrum compatible fully nonstationary earthquakes Computers & Structures, Volume 88, Issues 15–16, August 2010. – P. 889-901.
8. **Soize C.** Information Theory for Generation of Accelerograms Associated with Shock Response Spectra Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering Volume 25, Issue 5, July 2010. – P. 334–347.

9. **Бакалов В.П.** Цифровое моделирование случайных процессов, М.: МАИ, 2002. – 88 с.
10. **Джинчвелашвили Г.А., Мкртычев О.В.** Эффективность применения сейсмоизолирующих опор при строительстве зданий и сооружений // Транспортное строительство. 2003. № 9. – С. 15.
11. **Мкртычев О.В., Джинчвелашвили Г.А.** Анализ устойчивости здания при аварийных воздействиях // Наука и техника транспорта. 2002. № 2.
12. **Мкртычев О.В.** Надежность многоэлементных стержневых систем инженерных конструкций // автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук / Москва, 2000.
13. **Manish Shrikhande Vinay K. Gupta.** On the Characterisation of the phase spectrum for strong motion synthesis Journal of Earthquake Engineering, Volume 5, Issue 4, 2001. – P. 465-482.

Research Moscow State University of Civil Engineering;
26, Yaroslavl'skoe Shosse, Moscow, 129337, Russia;
e-mail: andrew331@bk.ru

Мкртычев Олег Вартанович, доктор технических наук, профессор, заведующий научно-исследовательской лабораторией «Надежность и сейсмостойкость сооружений», профессор кафедры сопротивления материалов; ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»; 129337, Россия, Москва, Ярославское шоссе, дом 26;
e-mail: mkrtychev@yandex.ru

Решетов Андрей Александрович, кандидат технических наук, инженер научно-исследовательской лаборатории «Надежность и сейсмостойкость сооружений»; ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»; 129337, Россия, Москва, Ярославское шоссе, дом 26; e-mail: andrew331@bk.ru

Oleg V. Mkrtychev, Doctor of Science, Head of Research Laboratory "Reliability and Earthquake Engineering", Professor, Department of Strength of Materials, National Research Moscow State University of Civil Engineering; 26, Yaroslavl'skoe Shosse, Moscow, 129337, Russia;
e-mail: mkrtychev@yandex.ru

Andrey A. Reshetov, PhD, Engineer of Research Laboratory "Reliability and Earthquake Engineering", National

РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ОСНОВАНИЯ ФУНДАМЕНТА, СЛОЖЕННОГО НАБУХАЮЩИМИ ГРУНТАМИ, ПО КРИТЕРИЮ ДЕФОРМАЦИИ (ОБЩЕЙ ОСАДКИ)

В.С. Уткин, А.А. Каберова

Вологодский государственный университет, г. Вологда, РОССИЯ

АННОТАЦИЯ: В статье рассмотрен метод расчета надежности грунтового основания фундамента при ограниченной (неполной) статистической информации о контролируемых параметрах расчетной модели возможным методом по критерию недопустимости предельного значения общей осадки с использованием принципа обобщения Л.Заде теории нечетких множеств. Приведены расчетные формулы и на примере показан алгоритм расчета надежности основания фундамента по критерию общей осадки основания.

Ключевые слова: Основание фундамента, безопасность, осадка, возможностный метод, теория свидетельств.

CALCULATION OF SWELLING SOIL BASES RELIABILITY ACCORDING TO THE DEFORMATION CRITERION

Vladimir S. Utkin, Anastasia .A. Kaberova

Vologda State University of Civil Engineering, Vologda, RUSSIA

ABSTRACT: The article describes the method of calculation of soil bases reliability with limited statistical information using controllable parameters of calculated model by the possibilistic method according to the non-admissibility criterion of general setting level change value taking using generalization principle of Zaden's, L. fuzzy sets theory. Design formulas are given, and the algorithm of soil bases calculation reliability according to the deformation criterion is shown using an example.

Key words: Soil bases; safety; setting; possibilistic method; theory of evidence

1. ВВЕДЕНИЕ

Основания фундаментов зданий и сооружений являются несущими элементами и от их надежности прежде всего зависит безопасность эксплуатации здания или сооружения. Особую значимость проблема оценки надежности оснований фундаментов приобретает на набухающих грунтах в результате снижения их прочности от повышения влажности. Такая ситуация возможна при подтоплении, поднятии уровня грунтовых вод, нарушении системы водоотвода и т.д. По ГОСТ Р 54257-2010 «Надежность строительных конструкций и оснований» «основ-

ным показателем надежности строительного объекта является невозможность превышения в них предельных состояний». Следовательно, задача расчета надежности несущих элементов конструкций и оснований сводится к оценке вероятности не превышения всеми показателями работоспособности их предельного состояния.

В 2011 году вступил в силу СП 22.13330.2011 «Основание зданий и сооружений» (далее СП), которым предписывается рассчитывать основания фундаментов по двум группам предельных состояний, по деформациям и по несущей способности. Целью расчета оснований по деформациям по

СП является выявление значений абсолютных или относительных перемещений фундаментов и надфундаментных (надземных) конструкций, ограничивая их пределами, при которых обеспечена нормальная эксплуатация здания и сооружения. Однако в требованиях отсутствует количественная мера этого состояния. Наличие такой меры, полученной в процессе мониторинга, позволило бы оценить запас живучести и остаточный временной ресурс для безопасного функционирования основания и всей конструкции. Тем более, что по Закону РФ №384-ФЗ «Технические регламент о безопасности зданий и сооружений» требуется оценка безопасности зданий и сооружений в целом, мерой которой служит вероятность безотказной работы, которая для последовательной системы (в понятиях теории надежности) – основание, фундамент, надфундаментная конструкция определяется согласно [1,2 и др] по теореме умножения вероятностей для независимых событий по формуле $P_c = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$, где P_i - соответственно вероятность безотказной работы основания, фундамента, надфундаментной (надземной) конструкции. Следовательно без оценки вероятности безотказной работы основания P_1 , нельзя найти P_c . В свою очередь P_1 определяется по $P_{1,1}$ - вероятности безотказной работы по критерию деформаций и по $P_{1,2}$ - вероятности по несущей способности. Таким образом, если считать их независимыми, то $P_1 = P_{1,1} \cdot P_{1,2}$ и основание фундамента можно рассматривать как условную последовательную систему из условных элементов с вероятностями $P_{1,1}$ и $P_{1,2}$. В теории надежности [1,2 и др.] система считается последовательной, если отказ по одному элементу приводит к отказу всей системы.

2. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим метод расчета надежности основания фундамента только по критерию общей осадки, т.е. метод определения вероятности $P_{1,1}$ в соответствие с СП по математической модели предельного состояния с учетом изменчивости контролируемых параметров (отмеченных волнистой линией) по модели $\tilde{s} \leq s_u$, где $\tilde{s}$ - осадка основания фундамента, s_u - предельно допустимое значение осадки основания применительно к набухающим грунтам, устанавливаемое нормативными документами или другими требованиями.

К набухающим относят грунты, которые при замачивании увеличиваются в объеме, а при высыхании - уменьшаются, т. е. дают усадку. Процесс набухания (усадки) грунтов обратим: чем больше набухание, тем больше будет усадка (трещины усыхания). Набухающие грунты (главным образом это глины, значительно реже тяжелые суглинки) распространены на всех континентах. В России набухающие грунты занимают значительные площади, в основном в южных районах страны с засушливым климатом. Это районы — Среднего и Нижнего Поволжья, Центрального Предкавказья, юго-запада Западно-Сибирской низменности, равнинного Дагестана и др. Распространены они в равнинных, реже предгорных районах, и приурочены к зонам сухих степей и полупустынь. Для районов развития покровных набухающих грунтов характерно незначительное количество атмосферных осадков, общий дефицит влажности воздуха, продолжительные периоды суши в летнее время.

По условиям залегания набухающие грунты могут занимать не только покровное положение, но и располагаться на значительной глубине от поверхности земли. Так, напри-

мер, набухающие юрские глины КМА залегают на глубине более 400 м от поверхности земли.

Согласно СП п.6.2.5 при определении полной осадки основания фундамента суммируют осадку от внешней нагрузки S и осадку от уменьшения влажности набухающего грунта s_{sh} , т.е. с учетом изменчивости пара

метров имеем:

$$\tilde{s} + \tilde{s}_{sh} \leq \tilde{s}_u. \quad (1)$$

Расчетная схема грунтового основания фундамента набухающих грунтов изображена на рисунок 1.

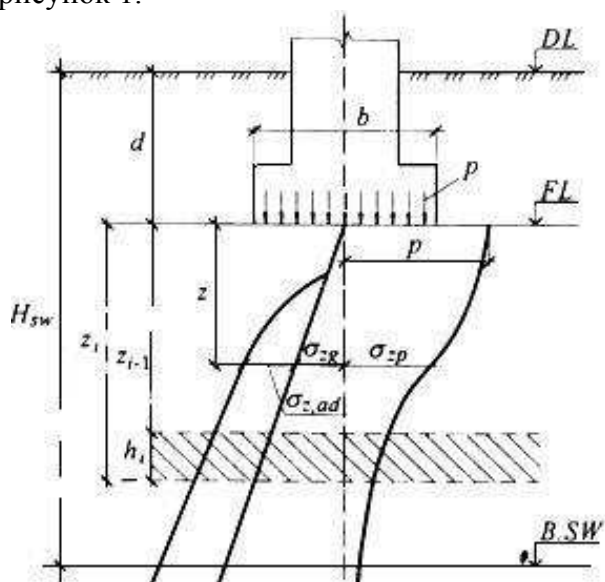


Рис. 1 Схема к расчету набухающих грунтов.

Осадка S грунтового основания от внешней нагрузки по СП определяют по формуле:

$$s = \beta \cdot \sum_{i=1}^n \frac{(\sigma_{zpi} - \sigma_{z\gamma i}) \cdot h_i}{E_i} + \beta \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{z\gamma i} \cdot h_i}{E_{e,i}}, \quad (2)$$

где значения параметров и способы их нахождения можно найти в СП.

Толщина слоя h_i грунта основания при расчетах на осадку и расчете на набухания определяется различными методами, напри-

мер, линейными измерениями непосредственно при вскрытии шурфов, путем бурения скважин по контуру фундамента, сравнительной оценкой изменения модуля деформации и т.д. В СП 47.13330.2012 «Инженерные изыскания для строительства» точность определения границ между слоями грунтов определяют диапазоном от 0,25-0,5 м, что также свидетельствует в некоторых случаях о неопределенности и следовательно, о случайном характере параметра $\tilde{h}_i$. СП ограничивает максимальную высоту слоя грунтового основания фундамента в расчетах значением $h_{max} = 0,4b$ (в соответствии с литологическим разрезом), но не более 2м. Если минимальное значение толщины слоя в соответствии с литологическим разрезом окажется больше, чем $0,4b$, то эту толщину слоя грунта под фундаментом можно разделить на два и более слоев с постоянной, а иногда и переменной толщиной, которую будем рассматривать случайной величиной.

Модуль деформации $\tilde{E}_i$ определяется по данным компрессионных испытаний грунта или испытанием штампа статической нагрузкой в полевых условиях (согласно ГОСТ 20276-2012 «Грунты. Методы полевого определения характеристик прочности и деформируемости») с помощью прессиометров, динамометрических зондов, винтовых штампов и другими методами [3]. Известно, что модуль деформации зависит от значения давления под подошвой фундамента на грунт основания от фундамента и вышележащих слоев грунта. Для сокращения обсуждения, но сохраняя общность подхода к решению задачи будем считать параметры p и E независимыми, но в самих методах определения модуля деформации давление на грунт от подошвы фундамента будет учитываться. По СП значения модуля деформации принимаются с доверительной вероятностью по II группе предельных состояний равной 0,85 что представляет собой в этом случае детерминированную величину, но вносит в

расчеты неопределенную по значению ошибку.

По п.5.6.35. СП указывается, что осадка основания фундамента S , при $p \leq \sigma_{zg,0}$, где p - среднее давление под подошвой фундамента, $\sigma_{zg,0}$ - вертикальное напряжение от собственного веса грунта на отметке подошвы фундамента, определяется по формуле:

$$s = \beta \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{zp,i} \cdot h_i}{E_i}, \quad (3)$$

Мы считаем, что формулировка $p \leq \sigma_{zg,0}$ ошибочна и следует иметь в виду условие $p \geq \sigma_{zg,0}$, чего и придерживаемся в дальнейшем.

Таким образом будем рассматривать основание фундамента, в котором $p \gg \sigma_{zg,0}$. В этом случае по СП параметр $\sigma_{z\gamma\gamma} = \alpha_i \cdot \sigma_{zg,0}$ в (2) мал по сравнению с давлением p и членом $\sigma_{z\gamma\gamma}$, в (2) можно пренебречь в запас теоретической надежности основания (занижения надежности) и расчетная формула (3) с учетом изменчивости параметров и выражения $\tilde{\sigma}_{zp,i} = \alpha_i \cdot \tilde{p}$ (по СП) примет вид:

$$\tilde{s} = \beta \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i \cdot \tilde{p} \cdot \tilde{h}_i}{\tilde{E}_i}. \quad (4)$$

Осадка основания в результате высыхания набухающего грунта s_{sh} определяется в СП по формуле:

$$s_{sh} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{sh,i} \cdot h_i \cdot k_{sh}, \quad (5)$$

где $\varepsilon_{sh,i}$ - относительная линейная усадка грунта i -того слоя; h_i - толщина i -того слоя грунта; k_{sh} - коэффициент, принимаемый равным 1,3.

Относительную линейную усадку грунта при его высыхании ε_{sh} , определяют согласно СП по формуле:

$$\varepsilon_{sh} = (h_n - h_d) / h_n, \quad (6)$$

где h_n - высота образца грунта, после его максимального набухания при обжати его суммарным вертикальным напряжением без возможности бокового расширения;

h_d - высота образца, в тех же условиях после уменьшения влажности в результате высыхания. Обе эти высоты будем считать случайными величинами, так как они определяются в результате многократных измерений для статистики в лабораторных условиях. Следовательно относительная линейная усадка грунта при его высыхании $\tilde{\varepsilon}_{sh}$ является случайной величиной.

Математическая модель предельного состояния для расчета надежности основания фундамента, сложенного набухающими грунтами, по критерию общей деформации с учетом усыхания находится по (1), (4), (5), (6). После преобразований и с учетом изменчивости контролируемых параметров получим математическую модель вида:

$$\beta \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i \cdot \tilde{p} \cdot \tilde{h}_i}{\tilde{E}_i} + \sum_{i=1}^n \frac{(\tilde{h}_{n,i} - \tilde{h}_{d,i})}{\tilde{h}_{n,i}} \cdot \tilde{h}_i \cdot 1,3 \leq s_u \quad (7)$$

Рассмотрим вариант, имеющий большую практическую значимость в условиях эксплуатации, в котором о параметрах $\tilde{p}, \tilde{h}_i, \tilde{E}_i, \tilde{h}_n, \tilde{h}_d$ информации объективно недостаточно для вероятностно-статического метода расчета надежности, рекомендованного в стандарте ГОСТ Р 54257-2010. В этом случае для описания случайных величин используем методы теории возможностей [4]. В соответствии с терминологией «теории

возможностей» параметры $\tilde{p}, \tilde{h}_i, \tilde{E}_i, \tilde{h}_n, \tilde{h}_d$ называют нечеткими переменными. Для описания таких нечетких переменных используем по [5,6] функцию распределения возможностей для нечеткой переменной X в виде:

$$\pi_X(x) = \exp \left[- \left(\frac{x - a_x}{b_x} \right)^2 \right], \quad (8)$$

где $a_x = 0.5(X_{\max} + X_{\min})$;
 $b_x = 0.5(X_{\max} - X_{\min})/\sqrt{-\ln \alpha}$,

уровень среза $\alpha \in [0; 1]$.

Значением уровня среза α задаются [7]. На рисунок 2 изображена функция (8), а также граничные функции распределения $\bar{F}_X(x) = \pi_X(x)$ при $x \leq a_x$ и $\underline{F}_X(x) = 1 - \pi_X(x)$ при $x > a_x$.

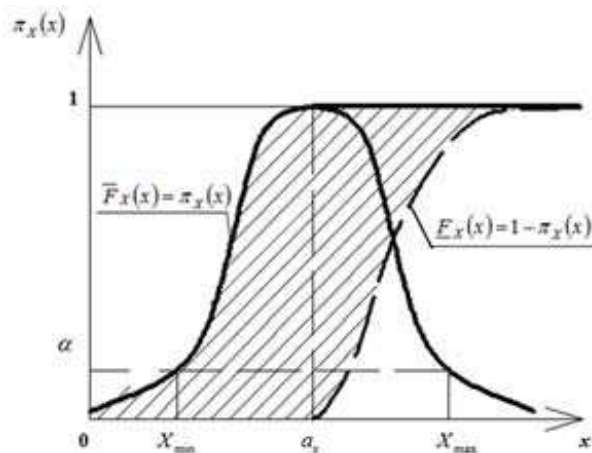


Рис. 2 Функция распределения возможностей $\pi_X(x)$

Из рисунка 2 видно, что при $\pi_X(x) = 1$ имеем условное «среднее» значение a_x нечеткой переменной X . Граничные функции распределения возможностей соответственно равны $\bar{F}_X(x) = \pi_X(x)$ и $\underline{F}_X(x) = 1 - \pi_X(x)$

Для расчета надежности основания по модели (7) используем принцип обобщения Л.Заде из теории нечетких множеств [8]. Для

этого сформируем нечеткую функцию от нечетких аргументов (отмеченных волнистой линией) вида:

$$Y(y) = \beta \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i \cdot \tilde{p} \cdot \tilde{h}_i}{\tilde{E}_i} + \sum_{i=1}^n \frac{(\tilde{h}_{n,i} - \tilde{h}_{d,i})}{\tilde{h}_{n,i}} \cdot \tilde{h}_i \cdot 1, 3 \leq s_u, \quad (9)$$

Вид этой функции неизвестен, но она характеризуется такими же параметрами, как и (8). Предварительно покажем нахождение обратной функции x из (8). Из (8) обратная функция x может быть найдена в результате математических действий в виде $x = a_x \pm b_x \cdot \theta$, где введено обозначение $\theta = \sqrt{-\ln \pi_X(x)} = \sqrt{-\ln \alpha_X}$. Отсюда $\pi_X(x) = e^{-\theta_{\min}^2}$.

Аналогично рассмотренному выше для X найдем обратные функции для нечетких переменных $\tilde{p}, \tilde{h}_i, \tilde{E}_i, \tilde{h}_n, \tilde{h}_d$ в (7), если для их описания использовать функции вида (8) при одном и том же уровне среза α . Обратные функции нечетких переменных $\tilde{p}, \tilde{h}_i, \tilde{E}_i, \tilde{h}_n, \tilde{h}_d$ примут вид:

$$\begin{aligned} p &= a_p \pm b_p \cdot \theta, \quad h_i = a_{h_i} \pm b_{h_i} \cdot \theta, \\ E_i &= a_{E_i} \pm b_{E_i} \cdot \theta, \quad h_n = a_{h_n} \pm b_{h_n} \cdot \theta, \\ h_d &= a_{h_d} \pm b_{h_d} \cdot \theta, \quad \text{где } a_p = 0.5 \cdot (p_{\max} + p_{\min}), \\ b_p &= 0.5 \cdot (p_{\max} - p_{\min}) / \sqrt{-\ln \alpha}, \\ a_h &= 0.5 \cdot (h_{\max} + h_{\min}), \\ b_h &= 0.5 \cdot (h_{\max} - h_{\min}) / \sqrt{-\ln \alpha}, \\ a_{E_i} &= 0.5 \cdot (E_{i\max} + E_{i\min}), \\ b_{E_i} &= 0.5 \cdot (E_{i\max} - E_{i\min}) / \sqrt{-\ln \alpha}, \\ a_{h_n} &= 0.5 \cdot (h_{n,\max} + h_{n,\min}), \\ b_{h_n} &= 0.5 \cdot (h_{n,\max} - h_{n,\min}) / \sqrt{-\ln \alpha}, \\ a_{h_d} &= 0.5 \cdot (h_{d,\max} + h_{d,\min}), \\ b_{h_d} &= 0.5 \cdot (h_{d,\max} - h_{d,\min}) / \sqrt{-\ln \alpha}. \end{aligned}$$

В частности высота некоторых слоев грунта h_i может быть постоянной толщины и принимается детерминированной величиной. Обратные функции от $Y(y)$ найдем из (9) через обратные функции нечетких аргументов в виде левой и правой ветви функций:

$$\left\{ \begin{aligned} y_{\text{лев}} &= \beta \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i \cdot (a_p - b_p \cdot \theta) \cdot (a_{h_i} - b_{h_i} \cdot \theta)}{(a_{E_i} + b_{E_i} \cdot \theta)} + \\ &+ \sum_{i=1}^n \frac{((a_{h_{n,i}} - b_{h_{n,i}} \cdot \theta) - (a_{h_{d,i}} + b_{h_{d,i}} \cdot \theta))}{(a_{h_{n,i}} + b_{h_{n,i}} \cdot \theta)} \cdot (a_{h_i} - b_{h_i} \cdot \theta) \cdot 1,3 \\ y_{\text{пр}} &= \beta \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i \cdot (a_p + b_p \cdot \theta) \cdot (a_{h_i} + b_{h_i} \cdot \theta)}{(a_{E_i} - b_{E_i} \cdot \theta)} + \\ &+ \sum_{i=1}^n \frac{((a_{h_{n,i}} + b_{h_{n,i}} \cdot \theta) - (a_{h_{d,i}} - b_{h_{d,i}} \cdot \theta))}{(a_{h_{n,i}} - b_{h_{n,i}} \cdot \theta)} \cdot (a_{h_i} + b_{h_i} \cdot \theta) \cdot 1,3 \end{aligned} \right. \quad (10)$$

где для $y_{\text{лев}}$ (восходящая ветвь) перед «b» ставят знак минус, если от этого аргумента $Y(y)$ возрастает, если убывает, то ставят минус. Для $y_{\text{пр}}$ все наоборот.

Предварительно найдем условное «среднее» значение a_Y нечеткой переменной Y при $\pi_Y(y) = 1$ или $\theta = \sqrt{-\ln \pi_Y(y)} = 0$. Для этого в (10) или (11) подставим $\theta = 0$ и получим:

$$a_Y = \beta \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i \cdot a_p \cdot a_{h_i}}{a_{E_i}} + \sum_{i=1}^n \frac{(a_{h_{n,i}} - a_{h_{d,i}})}{a_{h_{n,i}}} \cdot a_{h_i} \cdot 1,3 \quad (12)$$

Если окажется с учетом (9), что выполняется условие $a_Y \leq s_u$, то рассматривается правая ветвь функции $\pi_Y(y)$, где $R = 1$, т.е. возможность безотказной работы основания фундамента равна единице, а для возможности отказа имеем (для правой ветви) $Q = \pi_Y(y > a_Y) = e^{-\theta_{\min}^2}$ (смотри рисунок 2),

где $\theta_{\min}$ находят по абсолютному значению из (11) при $y_{\text{пр}} = s_u$. В теории возможностей [4] вводится показатель нечетких переменных N . В рассматриваемой задаче N называется необходимостью безотказной работы основания фундамента и $N = 1 - Q$.

Значение $N = 1 - e^{-\theta_{\min}^2}$ в задачах надежности соответствует нижнему значению вероятности безотказной работы $\underline{P} = N$. Верхнее значение вероятности безотказной работы $\bar{P} = R = 1$, если $a_Y < s_u$. Надежность основания по критерию общей осадки основания фундамента будет определяться интервалом значений вероятностей $[P; \bar{P}]$ или $[1 - e^{-\theta_{\min}^2}; 1]$.

При $a_Y \geq s_u$ имеем $Q = 1$, т.е. возможность отказа равна единице. Из (10) при $y_{\text{лев}} = s_u$ найдем $\theta_{\min}$, и возможность безотказной работы $R = e^{-\theta_{\min}^2}$. Надежность основания по значениям отказа будет характеризоваться интервалом значений $[1; e^{-\theta_{\min}^2}]$.

Рассмотрим пример. Пусть рассматриваемое сооружение - дымовая труба высотой 50м, значит согласно СП $s_u = 0,4$ м. Глубина заложения фундамента $d = 1,5$ м, ширина фундамента $b = 3$ м, тогда максимальная высота слоя грунта $h_{i,\max} = 0,4 \cdot 3 = 1,2$ м. Пусть известно, что $p_{\max} = 1,45$ МПа, $p_{\min} = 1,15$ МПа, $E_{1,\max} = 6$ МПа, $E_{1,\min} = 3,4$ МПа. Зададимся уровнем среза $\alpha = 0,1$. Для сокращения объема описания алгоритма расчета примем, что основание фундамента сложено (согласно литологического разреза) одним слоем со средним значением нижней границы зоны набухания $H_{sw} = 3,8$ м. Следовательно, делим набухающую толщу согласно указаниям СП на слои $h_{1,\max} = h_{1,\min} = 1,2$ м, $h_{2,\max} = 1,2$ м, $h_{2,\min} = 1,0$ м, для каждого из которых согласно указаниям СП находим значения $k_{sw,1} = 0,61$, $k_{sw,2} = 0,62$, $k_{sw,2-1} = 0,62$. Согласно ГОСТ 12248-2010 были определены зна-

чения $h_{n1,max} = 11,0$ мм, $h_{n1,min} = 10,8$ мм, $h_{d1,max} = 10,3$ мм, $h_{d1,min} = 9,9$ мм.

Найдем $a_p = 1,3$ МПа, $b_p = 0,098$ МПа, $a_{E1} = 4,7$ МПа, $b_{E1} = 0,855$ МПа, $a_{h_{n1}} = 10,9$ мм, $b_{h_{n1}} = 0,066$ мм, $a_{h_{d1}} = 10,1$ мм, $b_{h_{d1}} = 0,131$ мм, $a_{h_2} = 1,1$ м, $b_{h_2} = 0,066$ м. По (12) имеем $a_y = 0,374\text{м} < 0,4\text{м}$, поэтому $R = 1$.

Используя (11), найдем значение θ при $Y_{np} = s_u$, так как по условию примера $s_u = 0,4$ м, то получим

$$Y_{np} = \frac{\beta \cdot (a_p + b_p \cdot \theta)}{(a_{E1} - b_{E1} \cdot \theta)} (\alpha_1 h_1 + \alpha_2 (a_{h_2} + b_{h_2} \cdot \theta)) + \frac{((a_{h_n} + b_{h_n} \cdot \theta) - (a_{h_d} - b_{h_d} \cdot \theta))}{(a_{h_n} - b_{h_n} \cdot \theta)} \cdot (h_1 + (a_{h_2} + b_{h_2} \cdot \theta)) \cdot 1,3 = 0,4.$$

Подставляя значения параметров по исходным данным найдем $\theta_1 = 87,1$ и $\theta_2 = 2,4$. Минимальное по абсолютному значению $\theta_{min} = 2,4$, соответственно возможность отказа $Q = e^{-\theta_{min}^2} = e^{-2,4^2} = 0,0032$. Необходимость безотказной работы основания будет равна $N = 1 - Q = 1 - 0,0032 = 0,9968$. Надежность основания фундамента по критерию общей осадки будет характеризоваться интервалом $[0,9968; 1]$. Истинное значение надежности находится внутри этого интервала.

Рассмотрим расчет надежности основания фундамента по условию подъема от набухания грунта. Согласно п.6.2.5 СП «подъем основания в результате набухания грунта определяется в предположении, что осадки основания от внешней нагрузки стабилизировались», так же в СП отмечается, что «предельные значения деформаций основания фундаментов, вызываемых набуханием грунтов, допускается принимать в соответствии с указаниями приложения Д». Т.е. математическая модель предельного состояния

с учетом изменчивости контролируемых параметров будет иметь вид:

$$\tilde{h}_{sw} \leq s_u, \quad (13)$$

где $\tilde{h}_{sw}$ - подъем основания в результате набухания.

Подъем основания по СП при набухании грунта h_{sw} , определяют по формуле:

$$\tilde{h}_{sw} = \sum_{i=1}^n \tilde{\epsilon}_{sw,i} \cdot \tilde{h}_i \cdot k_{sw,i}, \quad (14)$$

где $\epsilon_{sw,i}$ - относительное набухание грунта i -того слоя; h_i - толщина i -того слоя грунта; $k_{sw,i}$ - коэффициент, зависящий от суммарного вертикального напряжения $\sigma_{z,tot}$ на рассматриваемой глубине, принимают равным 0,8 при $\sigma_{z,tot} = 50$ кПа и $k_{sw} = 0,6$ при $\sigma_{z,tot} = 300$ кПа, а при промежуточных значениях определяют интерполяцией; n - число слоев на которое разбита зона набухания грунта.

Относительное набухание грунта ϵ_{sw} при инфильтрации (пропитывании) влаги определяют согласно СП по формуле:

$$\tilde{\epsilon}_{sw} = (\tilde{h}_{sat} - h_n) / h_n, \quad (15)$$

где h_n - высота образца природной влажности и плотности, обжато без возможности бокового расширения давлением p (равным суммарному вертикальному напряжению на рассматриваемой глубине) является детерминированной величиной; h_{sat} - высота того же образца после замачивания до полного водонасыщения и обжато в тех же условиях, является случайной величиной, отдельные значения которой определяются по результатам испытаний серии образцов в лабораторных условиях. Следовательно ϵ_{sw} яв-

ляется случайной функцией, так как зависит от случайной величины h_{sat} .

Следовательно математическая модель предельного состояния с учетом изменчивости контролируемых параметров будет иметь вид:

$$\tilde{h}_{sw} = \sum_{n=1}^i \frac{(\tilde{h}_{sat,i} - h_{n,i})}{h_{n,i}} \tilde{h}_i \cdot k_{sw,i} \leq s_u. \quad (16)$$

По критерию деформации (подъема грунта основания) с учетом (13), (14), (15) и изменчивости контролируемых параметров после преобразований формула примет вид:

$$Y(y) = \sum_{n=1}^i \frac{(\tilde{h}_{sat,i} - h_{n,i})}{h_{n,i}} \tilde{h}_i \cdot k_{sw,i} \leq s_u, \quad (17)$$

где $k_{sw,i}$ - коэффициент, определяемый в соответствии п.6.2.12 СП.

Рассмотрим вариант, в котором о параметрах $\tilde{h}_{sat}$, $\tilde{h}_i$ информации объективно недостаточно для вероятностно-статического метода расчета надежности, рекомендованного в стандарте ГОСТ Р 54257-2011. В этом случае для описания случайных величин, как уже было отмечено, используем методы теории возможностей [4].

Аналогично рассмотренному для X в (8) найдем обратные функции для $\tilde{h}_{sat}$ и $\tilde{h}_i$ в (15), если для их описания использовать функцию вида (8) при одном и том же уровне среза α . Обратная функция нечеткой переменной $\tilde{h}_{sat}$ примет вид:

$$h_{sat} = a_{h_{sat}} \pm b_{h_{sat}} \cdot \theta,$$

$$\text{где } a_{h_{sat}} = 0.5 \cdot (h_{sat,max} + h_{sat,min}),$$

$$b_{h_{sat}} = 0.5 \cdot (h_{sat,max} - h_{sat,min}) / \sqrt{-\ln \alpha}.$$

Аналогичные выражения будем иметь для $\tilde{h}_i$. При постоянном значении h_i по всей расчетной площади подошвы фундамента

отдельные значения толщины слоя в (17) будут детерминированными величинами.

Обратные функции от $Y(y)$ найдем из (17) через обратные функции нечетких аргументов в виде левой и правой ветви обратной функции, как было описано выше.

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{лев} = \sum_{i=1}^n \frac{((a_{h_{sat,i}} - b_{h_{sat,i}} \cdot \theta) - h_{n,i})}{h_{n,i}} \cdot (a_{h_i} - b_{h_i} \cdot \theta) \cdot k_{sw,i}} \cdot (18) \\ y_{пр} = \sum_{i=1}^n \frac{((a_{h_{sat,i}} + b_{h_{sat,i}} \cdot \theta) - h_{n,i})}{h_{n,i}} \cdot (a_{h_i} + b_{h_i} \cdot \theta) \cdot k_{sw,i}} \cdot (19) \end{array} \right.$$

Из (18) или (19) найдем условное «среднее» значение a_Y при $\theta = 0$

$$a_Y = \sum_{i=1}^n \frac{(a_{h_{sat,i}} - h_{n,i})}{h_{n,i}} \cdot a_{h_i} \cdot k_{sw,i}.$$

Рассмотрим алгоритм расчета надежности основания фундамента по критерию подъема с некоторыми исходными данными из выше приведенного примера. Согласно ГОСТ 12248-2010 были определены значения $h_{sat,max} = 11,0$ мм, $h_{sat,min} = 10,8$ мм, $h_n = 10,3$ мм. Так как $a_Y = 0,359 \leq 0,4$ м, то $R = 1$.

Используя (19), найдем значение θ при заданном значении $y_{пр} = s_u$ из условия (17). Пусть $s_u = 0,4$ м. Из (19) найдем $\theta_1 = -24,3, \theta_2 = 0,65$, минимальное по абсолютному значению $\theta_{min} = 0,65$, соответственно

возможность отказа

$Q = e^{-\theta_{min}^2} = e^{-0,65^2} = 0,155$. Необходимость безотказной работы основания будет равна $N = 1 - Q = 1 - 0,155 = 0,945$. Надежность основания фундамента по критерию общей осадки будет характеризоваться интервалом $[0,945; 1]$. Истинное значение надежности находится внутри этого интервала.

3. ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Единой нормы на значение надежности основания нет. Оно назначается в зависимости от ответственности конструкции, её значимости и т.д. Например, по [9] отказ основания фундамента жилого здания не должен быть более 10^{-5} при отказе без предварительного сигнала (без обоснования и дифференциации по назначению и видом зданий), а при отказе равном 10^{-3} требуется прекращение эксплуатации здания.

В ответственных конструкциях необходимо проводить оценку надежности основания несколькими испытаниями в течение некоторого времени (по результатам мониторинга). Результаты расчетов по надежности в виде интервалов $[N; R]_i$ будут различны. Следовательно отдельный интервал $[N; R]$ является одним из множества значений случайной величины – интервалов надежности. Статистический анализ таких случайных величин в интервальном виде осуществляется методами теории свидетельств Демпстера-Шефера [10,11]. Чтобы найти статистическое математическое ожидание значения надежности в виде одного интервала от их множества потребуется статистический анализ этого множества интервалов. Статистическое математическое ожидание случайной величины, характеризуемой совокупностью интервалов, находят по нижним и верхним значениям статистических ожиданий случайной величины, характеризуемой интервальными значениями по формулам [10,11]:

$$\begin{cases} \underline{EX} = \int_{\Omega} \omega \frac{dF(x)}{dx} d\omega = \sum_{i=1}^n m(A_i) \inf A_i \\ \bar{EX} = \int_{\Omega} \omega \frac{d\bar{F}(x)}{dx} d\omega = \sum_{i=1}^n m(A_i) \sup A_i \end{cases} \quad (20)$$

где A_i - подмножество множества Ω ; X – непрерывная случайная величина; EX – математическое ожидание (нижнее и верхнее);

$m(A_i)$ – базовая вероятность, которая находится по формуле $m(A_i) = C_i / N$, где N – число интервалов, C_i – в общем случае количество испытаний (вычислений) в одном из подмножеств $A_i \leq \Omega$.

Покажем на простом примере оценку надежности по информации в виде совокупности интервалов надежности, полученных по результатам испытаний и расчетов. Пусть известны значения интервалов надежности в виде $[0,979; 1,0]$; $[0,995; 1,0]$; $[0,980; 1,0]$. По условию примера $C_i = 1, N = 3$. Для данных, приведенных интервалов, имеем

$$m(A_1) = \frac{1}{3}, m(A_2) = \frac{1}{3}, m(A_3) = \frac{1}{3} \text{ и по (20)}$$

$$\text{получим } \bar{EX} = (1,0 + 1,0 + 1,0) \cdot \frac{1}{3} = 1,0 \text{ и}$$

$$\underline{EX} = (0,979 + 0,995 + 0,980) \cdot \frac{1}{3} = 0,985.$$

Статистическое математическое ожидание интервала надежности составит $[0,985; 1]$. Для повышения точности оценки надежности можно увеличить число интервалов оценки надежности, повысить точность измерений и т.д., но это связано со временем и с экономической составляющей.

4. ВЫВОДЫ

1. Предложена новая модель расчета надежности основания фундамента, сложенного набухающими грунтами, по критерию общей осадки и по подъему от набухания грунта при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах, когда применение вероятностно-статистических методов некорректно.
2. Рассмотрены примеры расчетов надежности оснований фундаментов, сложенных набухающими грунтами, для двух вариантов проверки надежности: при усадке и при набухании.

3. Показано использование теории свидетельств Демпстера-Шефера для оценки надежности основания по совокупности интервалов надежности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гарагаш, Б.А.** Надежность систем «Основание-сооружение», в 2 томах.-М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2012, 413, 471 с.
2. **Ржаницын, А.Р.** Теория расчета строительных конструкций на надежность. – М.: Стройиздат, 1978, 239с.
3. Методы определения модулей деформации грунта статическими и динамическими методами [Электронный ресурс] – URL:
geo_ingeo.narod.ru/olderfiles/1/Metody_opredeleniya_modulya_deform-50676.pdf.
(Дата обращения: 09.04.2015).
4. **Дюбуа, Д., Прад А.**, перев. с фр. Тарасова В.Б., под ред. С.А. Орловского; Теория возможностей. Приложения к представлению зданий в информатике, пер. с фр. – М.: Радио и связь, 1990, 288с.
5. **Уткин В.С., Уткин Л.В.** Расчет надежности грунтовых оснований и фундаментов машин при ограниченной статистической информации на стадии эксплуатации: монография. - Вологда: ВоГТУ, 2013, 124 с.
6. **Utkin, V.S.** Safety analysis of the soil beds of foundations based on bearing- capacity criterion// Soil Mechanics and foundation Engineering. Vol.51, №1, March, 2014, pp.9-16.
7. **Уткин, В. С.** Значение уровня риска в теории возможностей// Строительные материалы, 2004, № 8, С. 35.
8. **Zaden, L.A.** Fuzzy Sets. Information and Control. 1965, Vol.8, P.338-353.
9. **Казачек В.Г., Нечаев Н.В., Нотенко С.Н.** и др. Обследование и испытание зданий и сооружений. Под ред. В.И.

Римшина. Учебник для вузов 3-е издание. - М.: Высшая школа, 2007, 655с.

10. **Shafer G.A.** Mathematical Theory of Evidence / Princeton University Press, 1976, 297с.
11. **Уткин Л.В.** Анализ риска и принятие решений при неполной информации. - СПб, Наука, 2007, 404с.

Уткин Владимир Сергеевич, доктор технических наук, профессор; ФГБОУ ВПО «Вологодский государственный университет»; Россия, 160000, г. Вологда, ул. Ленина, д.15, тел. 8(8172)72-46-45;
E-mail: utkinvogtu@mail.ru

Каберова Анастасия Андреевна, студент кафедры «Промышленное и гражданское строительство»; ФГБОУ ВПО «Вологодский государственный университет»; Россия, 160000, г. Вологда, ул. Ленина, д. 15, тел. 8(953)502-22-04; E-mail: KaberovaNas@yandex.ru

Utkin Vladimir Sergeevich, DSc, Professor, Department of Industrial and Civil Construction, Vologda State University, 15 Lenina, Vologda, 160000, Russia, tel. 8(8172)72-46-45; E-mail: utkinvogtu@mail.ru

Kaberova Anastasia Andreevna, Undergraduate, Department of Industrial and Civil Construction, Vologda State University, 15 Lenina, Vologda, 160000, Russia, tel. 8(953) 502-22-04, E-mail: KaberovaNas@yandex.ru

ПУТИ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОПОРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПОД ОБОРУДОВАНИЕ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТЕХНОЛОГИИ СВЯЗИ: SMART 3D – TEKLA STRUCTURES - SCAD OFFICE

И.С. Кукушкин¹, И.Ю. Любимов²

¹ Ивановский государственный политехнический университет, г. Иваново, РОССИЯ

² ОАО «Зарубежэнергопроект», г. Иваново, РОССИЯ

АННОТАЦИЯ: Предлагается новая технология проектирования опорных конструкций под оборудование с использованием технологии двусторонней интеграции данных между программными продуктами Intergraph SmartPlant3D, TEKLA Structures и SCAD Office v.21. Реализация технологии основана на способности взаимодействия указанных продуктов, с помощью открытых интерфейсов программирования приложений. Данный подход значительно уменьшает трудозатраты при комплексном проектировании, а также снижает влияние человеческого фактора на процесс повторного создания моделей в различных системах автоматизированного проектирования, позволяет оценить ситуацию и устранить все возможные несоответствия (коллизии) до выпуска документации.

Ключевые слова: Smart3D, TEKLA Structures, SCAD Office, LoadsIMP, технология связи, форматы данных, коллизии.

THE WAYS OF SUPPORT STRUCTURE DESIGN FOR EQUIPMENT AUTOMATION USED FOR COMMUNICATION TECHNOLOGIES: SMART 3D – TEKLA STRUCTURES - SCAD OFFICE

Igor S. Kukushkin¹, Igor Yu. Lyubimov²

¹ Ivanovo State Polytechnic University, Ivanovo, RUSSIA

² Zarubezhenergo projekt, Ivanovo, RUSSIA

ABSTRACT: The article presents new technology of support structure design for equipment using the two-way integration between software products Intergraph SmartPlant3D, TEKLA Structures and SCAD Office v.21. Implementation of this technology is based on interoperability of these products, through open programming interfaces. This approach significantly reduces the effort for complex design, and reduces the impact of human factors on the process of re-creating models in various CAD systems, allows evaluate the situation and eliminate all possible inconsistencies (collisions) before release the documentation.

Fey words: Smart3D, TEKLA Structures, SCAD Office, LoadsIMP, communication technology, data formats, collisions.

С развитием систем автоматизированного проектирования (САПР) постепенно уменьшается уровень влияния человеческого фактора на выполнение проектов. Развитие технологий проектирования выходит на новый уровень. Одно из направлений развития

САПР является разработка технологии связи различных автоматизированных систем, в результате использования которой исключаются ошибки, разногласия между разноплановыми отделами, занимающимися проектированием определенного объекта. Система

двусторонней интеграции, описанная в статьях [1, 2] подразумевает передачу трехмерной модели между разными САПР с определенными свойствами (геометрия, материалы, профиля). Для передачи дополнительных свойств, таких как нагрузки, как правило используются внешние программы-утилиты или макросы [3].

Сейчас процесс проектирования опорных конструкций под оборудование выглядит следующим образом (рис. 1).



Рис. 1. Стандартный процесс проектирования опорных конструкций.

Исходя из характеристик оборудования отдел технологов формирует техническое задание в которое входят: габариты оборудования, точки подвеса или опирания, спецификация нагрузок, действующих в этих точках. Как правило, задание представляет собой чертеж либо в бумажном, либо в электронном виде. На основе полученного задания отдел строительных конструкций выполняет конструктив будущих опор под обо-

рудования и согласует его с отделом технологов. В такой постановке процесс проектирования имеет большие трудозатраты, связанные с дублированием ряда операций: создание как минимум трех моделей в различных средах – конструктивная модель, расчетная модель, технологическая модель; занесение нагрузок в текущие модели – технологическая модель для выдачи задания, расчетная модель для конструирования. Кроме того, возникают неточности и несоответствия разрабатываемых моделей, проконтролировать которые становится практически невозможным.

Технология связи позволяет оптимизировать процесс проектирования за счет автоматизированной передачи данных между САПР (рис.2).

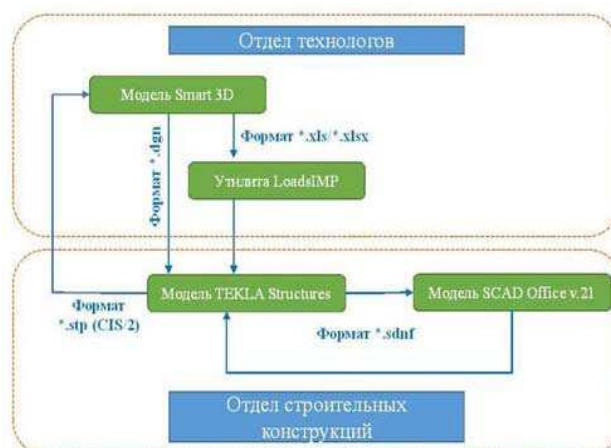


Рис. 2. Предлагаемый процесс проектирования опорных конструкций.

В предлагаемом варианте в качестве задания из модели Smart3D выгружается окружающая обстановка в формате *.dgn, а также формируется перечень нагрузок в виде excel отчета по определенным правилам [3]. Файл *.dgn импортируется в TEKLA Structures для определения габаритов оборудования и точек крепления опор (рис. 3). Файл *.xls/*.xlsx (в зависимости от версии Microsoft Excel) загружается во внешнюю программу-утилиту LoadsIMP.

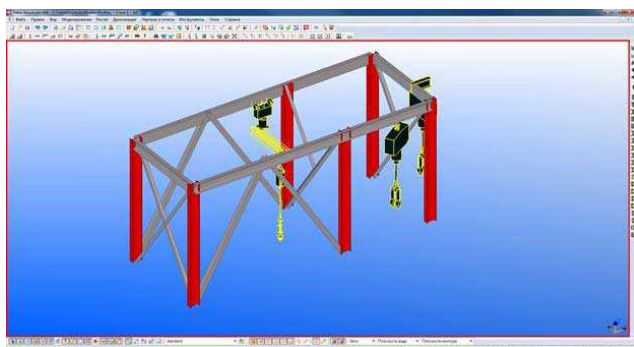


Рис. 3. Модель в TEKLA Structures с импортированным оборудованием в формате *.dgn.

Данная утилита производит анализ в TEKLA Structures на наличие существующих, повторяющихся и модифицированных нагрузок. А также, в зависимости от указаний пользователя, позволяет добавить, или найти нагрузки в модели (рис. 4).

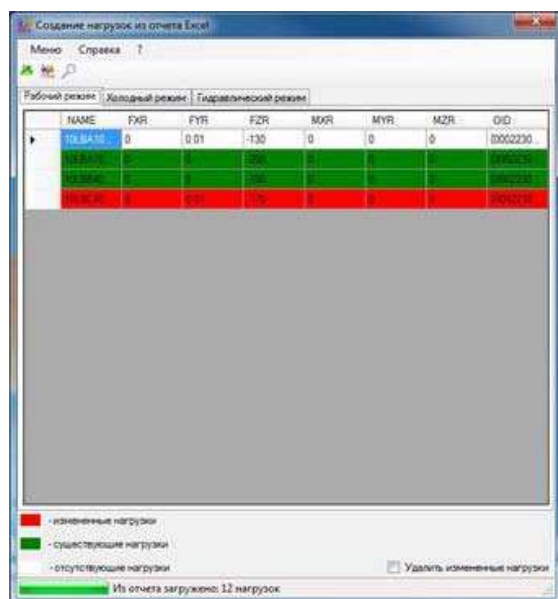


Рис. 4. Диалоговое окно программы – утилиты LoadsIMP.

В полученной модели инженер разрабатывает конструктивное решение опоры и передает ее в расчетный комплекс SCAD Office v.21 в виде расчетной схемы в формате *.sdnf (рис. 5).

В SCAD производят назначение узлов примыкания и приложение соответствующих нагрузок из модели TEKLA Structures.

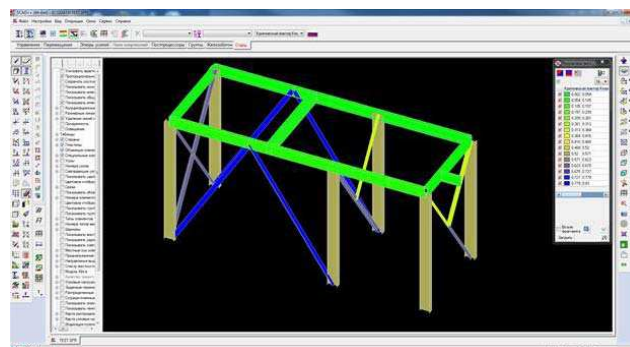


Рис. 5. Импортированная модель в SCAD Office v.21

После чего происходит расчет и подбор сечений элементов опоры. Для определения расчетных комбинаций усилий, действующих в узлах, выполняют расчет от фрагмента схемы.

Модель, с подобранными сечениями возвращается в TEKLA Structures для детализации узлов, а затем в Smart 3D для выявления коллизий (рис. 6). Процесс является итерационным и после окончательной проработки модель возвращается в TEKLA Structures для выпуска проектной и/или рабочей документации.

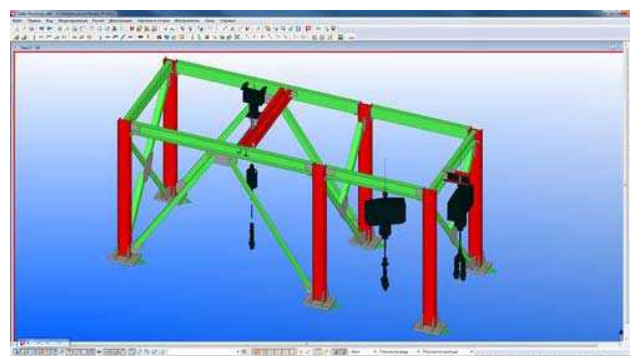


Рис. 6. Модель в TEKLA Structures с проработанными узлами.

В каждом проекте большинство разрабатываемых опорных конструкций являются либо типовыми, либо однотипными. В TEKLA Structures разрабатывается соответствующий набор компонентов готовых конструктивных решений опор и набор шаблонов для автоматизированного выпуска документации, соответствующей стандартам предприятия (рис. 7), что позволяет сократить трудозатраты до

50 - 60 % в зависимости от количества типовых конструкций, а также исключить неточности при внесении изменений в документацию.

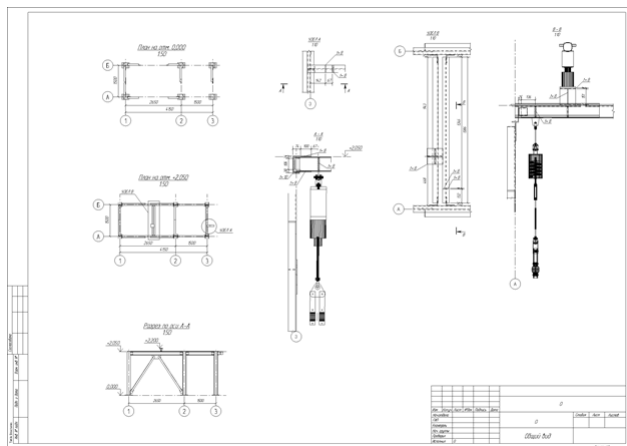


Рис. 7. Автоматизированная выдача графической документации.

Данная технология проектирования опорных конструкций значительно уменьшает влияние человеческого фактора на процесс повторного создания моделей в различных САПР, позволяет значительно снизить трудозатраты, оценить ситуацию и устранить все возможные коллизии до выпуска документации.

Помимо описанного формата *.sdnf в SCAD Office v.21 реализован режим импорта (экспорта) данных из ряда систем архитектурного проектирования, таких как Graphisoft ArchiCAD, Nemetschek Allplan, Autodesk Revit и др (рис. 8).

Импорт (экспорт) *.dxf, *.dvg файлов.

Описание геометрии расчетной схемы может быть импортировано из системы AutoCAD или других систем, поддерживающих форматы DWG- или DXF-файлов. Импортируются почти все виды графических примитивов (3DFACE, SOLID, TRACE, LINE, POLYLINE, LWPOLYLINE, ELLIPSE, CIRCLE, ARC).

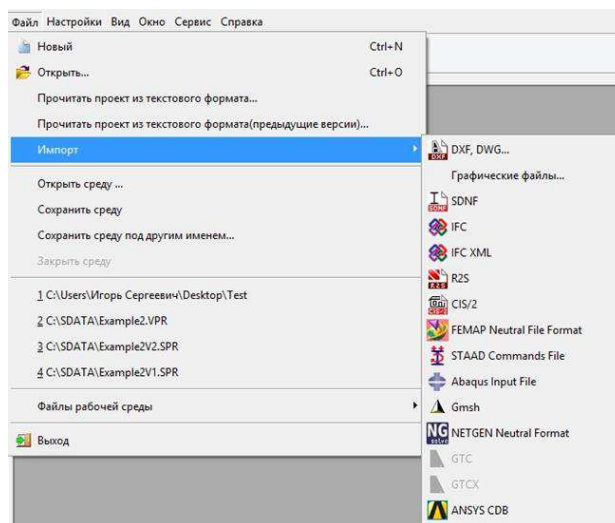


Рис. 8. Форматы импорта (экспорта) данных в BK SCAD Office v.21.

Импорт файлов в формате *.3ds.

В комплексе реализован импорт файлов в формате *.3ds, что позволяет получить геометрию расчетных схем оболочечных конструкций или их фрагменты. Указанная система может быть с успехом использована для генерации геометрических моделей сложных пересекающихся поверхностей, которые импортируются в SCAD Office в виде трехмерной сетки трехузловых элементов оболочки.

Импорт файлов в формате SGI Invector (*.iv).

Файлы в формате *.iv обеспечивают передачу в комплекс информации о геометрии трехмерных объектов, состоящих из стержней и элементов оболочки.

Импорт файлов в формате WaveFront Advanced Visualizer.

Файлы этого типа используются приложением Advanced Visualizer для хранения информации о трехмерных геометрических объектах. В комплекс передаются данные о стержнях и элементах оболочки.

Импорт (экспорт) файлов в формате *.ifc.

При импорте файлов формата IFC реализована поддержка форматов версий 2x3, 2x4 как в текстовом виде, так и в формате XML. Для узлов импортируются данные о координатах и наложенных связях. Для стержневых

элементов передаются данные о геометрии (координаты начала и конца), ориентации местных осей, шарнирах и параметрах поперечного сечения. У стержневого элемента может быть несколько представлений: геометрическое и аналитическое, предпочтение всегда отдается аналитическому. Реализована поддержка двух видов сечений: параметрические и сечения в виде полигонов; последние реализуются в виде поперечного сечения, созданного программой Консул. Для пластинчатых элементов передаются данные о геометрии (включая данные об отверстиях) и толщине.

Импорт (экспорт) файлов в формате CIS/2 (*.stp). Импорт формата CIS/2 реализован с помощью конвертации файла данного формата в файл формата IFC и последующим импортом IFC-файла. Поэтому все ограничения, связанные с IFC-форматом применимы и к формату CIS/2 и описаны выше.

Импорт (экспорт) файлов в формате GMSH.

При импорте файлов формата GMSH реализована поддержка как текстового, так и бинарного вида формата; так же, реализована поддержка формата начиная с версии 2.0. Для узлов импортируются данные о координатах. Для всех конечных элементов реализовано чтение списка основных и дополнительных узлов, принадлежащих этим элементам.

Импорт (экспорт) файлов в формате GTC.

При импорте файлов формата GTC или GTCX используется библиотека GraitecExchangeModel фирмы Graitec. Чтобы использовать возможность импорта файлов GTC или GTCX формата, на компьютере пользователя должны быть установлены соответствующие продукты компании Graitec (AdvanceSteel и/или AdvanceConcrete).

Импорт (экспорт) файлов в формате FNFF (FEMAP).

При импорте файлов формата FNFF (Femap neutral file format) реализовано следующее. Формат не предусматривает возможности задания единиц измерений, поэтому предпо-

лагается, что все данные в системе СИ. Для узлов импортируется информация о координатах и связях. Для стержневых элементов импортируются данные о геометрии (номера начального и конечного узла), ориентации местных осей, шарнирах, жестких вставках, свойствах материала, параметрах поперечного сечения. В случае параметрического сечения передаются его размеры. В ином случае передаются лишь площадь и моменты инерции I_Y и I_Z , исходя из этих данных, в SCAD Office производится подбор подходящего сечения и металлопроката. Для пластинчатых элементов импортируются данные о геометрии, свойствах материала и толщине. Для объемных элементов импортируются данные о геометрии и свойствах материала. Для упругих связей импортируются данные о геометрии (номера первого и второго узла), ориентации местных осей и жесткости по всем направлениям. Для жестких тел импортируются данные об узлах и наложенных связях. Для всех видов нагрузок, кроме нагрузок на узлы, передаются только силы, моменты не предусмотрены форматом.

Импорт (экспорт) файлов в формате STAAD.

При импорте файлов формата STAAD реализована передача следующих данных. Для узлов передаются их координаты и связи. Для стержневых элементов передается информация о геометрии (номера начального и конечного узла), ориентации местных осей, жестких вставках и шарнирах, физических свойствах материала, параметрах поперечного сечения. Для пластинчатых элементов импортируется информация о геометрии (номера узлов), толщина и данные о материале. Для объемных элементов импортируются данные о геометрии (номера узлов) и свойствах материала. Для абсолютно жестких тел импортируются данные о геометрии (номера узлов) и наложенных связях. Для поперечных сечений стержней передается информация о параметрических сечениях и профилях металлопроката. При импорте сечений металлопроката используется список

соответствий между профилями из сортамента SCAD Office и STAAD.

Импорт (экспорт) файлов в формате ABAQUS.

При импорте файлов формата Abaqus input file реализовано следующее. Для узлов импортируются координаты и связи. Для стержневых элементов импортируются данные о геометрии (номер начального и конечного узлов), ориентации местных осей, материале, шарнирах, жестких вставках (через эксцентриситеты сечений), параметрах поперечного сечения. Формат предоставляет возможность задания 3-х узловых стержней. Если средний узел не используется другими элементами, то он игнорируется, если же используется, то стержень разбивается на два. Для пластинчатых элементов импортируются данные о геометрии, материале, толщине и дополнительных узлах. Для объемных элементов импортируются данные о геометрии, материале и дополнительных узлах. Для абсолютно жестких тел импортируются данные о геометрии (список узлов) и наложенных связях. Для упругих связей импортируются данные о геометрии (один или два узла в зависимости от типа связи) и жесткостных параметрах. Для коэффициентов упругого основания передаются данные о коэффициенте C_1 , в случае стержней этот параметр назначается для местной оси Z. Импортируются группы узлов и элементов.

Импорт (экспорт) файлов в формате ANSYS CDB.

При импорте файлов формата ANSYS CDB реализована передача следующих данных. Для узлов передаются их координаты и наложенные связи. Для стержневых элементов импортируются данные о геометрии (номера узлов), ориентации местных осей, материале, жестких вставках (через эксцентриситет сечений), сечениях. Формат предоставляет возможность задания 3-х узловых стержней. Если средний узел не используется другими элементами, то он игнорируется, если же используется, то стержень разбивается на два. Для пластинчатых элементов

импортируется информация о геометрии (номера узлов), толщина и данные о материале. Для объемных элементов импортируются данные о геометрии (номера узлов) и свойствах материала. Для абсолютно жестких тел импортируются данные о геометрии (номера узлов). Для упругих связей импортируются данные о геометрии (номера узлов). Для динамических воздействий импортируются массы и моменты инерции для узлов. Для загружений реализован импорт различных типов нагрузок.

Исходя из насыщенного перечня форматов, которые поддерживает вычислительный комплекс SCAD Office v.21, его по праву можно назвать «дружелюбным» программным продуктом, а в технологиях информационного моделирования объектов строительства (BIM), основанных на двусторонней интеграции между САПР, SCAD Office v.21 занимает лидирующие позиции, как программный продукт для прочностного анализа конструкций методом конечных элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кукушкин И.С.** Реализация двусторонней связи между программными комплексами Tekla Structures и SCAD Office v.21 // Промышленное и гражданское строительство 2014. №9. г. Москва. 2014г. С. 57-59
2. **Кукушкин И.С., Любимов И.Ю.** Современные методы проектирования объектов при использовании технологии связи SP3D-TEKLA Structures-Расчетный САПР // Сфера. Нефть и газ №1(39). г. Москва. 2014г. С. 76-77.
3. **Кукушкин И.С., Любимов И.Ю., Письмеров К.А.** Пути автоматизации процесса передачи нагрузок в TEKLA Structures при проектировании промышленных объектов // САПР и графика №12. г. Москва. 2014г. С. 2-3.

Кукушкин Игорь Сергеевич, специалист по САПР в строительстве, аспирант Ивановского государственного политехнического университета, ассистент кафедры «Строительные конструкции»; 153037, Иваново, ул. 8 Марта, дом 20; тел.: +7(920)675-70-79; e-mail: i.kukushkin@ivanovo.csoft.ru

Любимов Игорь Юрьевич, инженер первой категории ОАО «Зарубежэнергопроект»; 153034, Россия, г. Иваново, ул. Смирнова, д. 105Б; тел.: +7(920)345-65-25; e-mail: formozas31@mail.ru

Igor S. Kukushkin, Specialist CAD in construction, graduate student of Ivanovo State Polytechnic University, assistant of the Department "building Construction"; phone.: +7(920)675-70-79; 20, Ul. 8 Marta, Ivanovo, 153037, Russia e-mail: i.kukushkin@ivanovo.csoft.ru

Igor Yu. Lyubimov, The engineer 1-st categories of Zarubezhenergoproekt; 105 B, Smirnov St., Ivanovo, Russia 153034; phone.: +7(920)345-65-25; e-mail: formozas31@mail.ru



ИНФОРМАЦИЯ О КОНКУРСЕ НА МЕДАЛИ И ДИПЛОМЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ АРХИТЕКТУРЫ И СТРОИТЕЛЬНЫХ НАУК ЗА 2015 ГОД

«УТВЕРЖДЕНО»

**Постановлением Президиума РААСН
№ 7 от 16 сентября 2015 года**

Президиум федерального государственного бюджетного учреждения «Российская академия архитектуры и строительных наук» (РААСН) объявляет о проведении XIX Конкурса на медали и дипломы РААСН на лучшие научные и творческие работы в области архитектуры, градостроительства и строительных наук за 2015 год.

Медали и дипломы РААСН присуждаются архитекторам, градостроителям, учёным и практикам архитектурно-градостроительных и строительных специальностей – гражданам Российской Федерации и или иностранных государств – в следующих номинациях:

- за лучший реализованный архитектурный (инженерный) проект,
- за лучший неосуществлённый архитектурный проект,
- за лучший проект, находящиеся в стадии реализации с подтверждёнными документами об их утверждении (для градостроительных работ);
- за лучшую опубликованную научную работу, имеющую опубликованную положительную рецензию;
- за лучший изданный учебник (учебное пособие), рекомендованный к изданию УМО Министерства образования и науки Российской Федерации и имеющий опубликованную положительную рецензию.

На конкурс представляются построенные объекты, имеющие срок эксплуатации не менее 1 года и научные работы, опубликованные в течение последних 5-ти лет.

Научно-исследовательские, проектно-конструкторские и инженерные разработки, в результате которых получен значительный экономический или социальный эффект, должен быть подтверждён конкретными расчётами и рекомендациями.

Работы, удостоенные Государственных премий Российской Федерации, премий Правительства РФ, медалей других государственных академий наук Российской Федерации на соискание медалей и дипломов РААСН не представляются.

В рамках Конкурса на медали и дипломы РААСН в соответствии с «Положением о конкурсе РААСН для молодых ученых и специалистов», утвержденным президиумом (постановление № 7 от 16.09.2015 года), президиум РААСН объявляет Конкурс РААСН на лучшие научные

и творческие работы в области архитектуры, градостроительства и строительных наук за 2015 год для молодых учёных и специалистов.

Решение о присуждении медалей и дипломов принимает президиум РААСН.

**Установить срок представления материалов на Конкурс
не позднее 16 февраля 2016 года (вторник) включительно, до 17-00 часов**

**Установить следующие Медали Российской академии архитектуры и строительных наук:
в области архитектуры**

1 золотая и 1 серебряная медали за лучший реализованный проект и за лучшую опубликованную научную работу в области архитектурной науки.

в области градостроительства

1 золотая и 1 серебряная медали за лучшую проектную работу в области градостроительства, реализованную или принятую к реализации, и за лучшую опубликованную научную работу в области градостроительной науки.

в области строительных наук

1 золотая и 1 серебряная медали за лучший инженерный проект или инженерную технологию и за лучшую опубликованную научную работу в области строительной науки.

Примечание:

Золотая и серебряная медали присуждаются автору или каждому члену авторского коллектива на основе конкурса между работами, представленными в отделения в объявленных номинациях; дополнительно к золотой и серебряной медали автору или каждому члену авторского коллектива вручается диплом.

Установить следующие Дипломы Российской академии архитектуры и строительных наук:

12 дипломов (без разделения на номинации), в том числе:

- 4 диплома в области архитектуры,
- 4 диплома в области градостроительства,
- 4 диплома в области строительной науки.

1 диплом «за лучший неосуществлённый архитектурный проект».

1 диплом за «лучший изданный учебник (учебное пособие), рекомендованный к изданию УМО Министерства образования и науки Российской Федерации в области архитектуры».

1 диплом за «лучший изданный учебник (учебное пособие), рекомендованный к изданию УМО Министерства образования и науки Российской Федерации» в области градостроительства.

1 диплом за «лучший изданный учебник (учебное пособие), рекомендованный к изданию УМО Министерства образования и науки Российской Федерации» в области строительной науки.

2 диплома в области архитектуры для молодых учёных и специалистов.

2 диплома в области градостроительства для молодых учёных и специалистов.

2 диплома в области строительных наук для молодых учёных и специалистов.

Установить порядок выдвижения кандидатов на соискание медалей и дипломов:

На соискание наград РААСН представляются авторы или авторские коллективы в составе основных авторов, но не более 6 человек. Медали и дипломы РААСН присуждаются каждому члену представленного авторского коллектива.

Выдвижение кандидатов на соискание медалей и дипломов Академии производится профессиональными организациями (проектные, научно-исследовательские организации, высшие учебные заведения и др.), а также отделениями РААСН, научно-творческими центрами, профессиональными общественными организациями, академиками и членами-корреспондентами РААСН, президиумами территориальных отделений РААСН, советом молодых ученых и специалистов РААСН.

На конкурс представляются следующие материалы:

- представление выдвигающей организации или члена Академии, содержащее основания для выдвижения;
- один экземпляр альбома (буклета) с изображением проекта, постройки или инженерной технологии (в цветном разрешении, размер А3 или А4), в том числе электронная версия предоставляемых материалов;
- один экземпляр опубликованной научной работы, учебника (учебного пособия) с опубликованной рецензией.

К материалам прилагаются краткие биографические и профессиональные сведения об авторе и членах авторского коллектива.

Материалы, отправленные по почте, должны иметь дату отправления не позднее установленного срока. Работы, отправленные позднее установленного срока к рассмотрению не принимаются.

Научные работы, монографии и учебники (учебное пособие), альбомы (буклеты) и электронные носители с проектами (с постройками) представленные на конкурс, не возвращаются и передаются в библиотеку РААСН.

Материалы представляются в РААСН по адресу: 107 031, Москва, ул. Большая Дмитровка, дом 24, стр. 1, в соответствующее отделение РААСН (архитектура, градостроительство и строительные науки).

Контакты:

Отделение архитектуры РААСН:

8(495) 629-14-95, 8(495) 625-76-84 (т/факс); e-mail: oarch@raasn.ru

Отделение градостроительства РААСН

8(495) 629-19-91, 625-79-75 (т/факс), 8(495) 694-07-05 (факс); e-mail: grado@raasn.ru

Отделение строительных наук РААСН

8(495) 625-76-80 (т/ф), 8(495) 625-73-16 (т/факс); e-mail: osn@raasn.ru



ИНФОРМАЦИЯ О КОНКУРСЕ НА ВЫПОЛНЕНИЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ МИНИСТЕРСТВА СТРОИТЕЛЬСТВА И ЖИЛИЩНО-КОММУНАЛЬНОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ И РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ АРХИТЕКТУРЫ И СТРОИТЕЛЬНЫХ НАУК В 2016 ГОДУ

«УТВЕРЖДЕНО»
Постановлением Президиума РААСН
№ 6 от 01 июля 2015 года

Федеральное государственное бюджетное учреждение «Российская академия архитектуры и строительных наук» (далее – РААСН), по поручению Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации (далее – Минстрой России) (приказ Минстроя России от 12 декабря 2014 года №863/пр) и в соответствии с решением Президиума РААСН (постановление № 6 от 01 июля 2015 года), объявляет конкурс на выполнение фундаментальных научных исследований (ФНИ) Минстроя России и РААСН в области архитектуры, градостроительства и строительных наук в 2016 году.

Конкурс Минстроя России и РААСН проводится по двум номинациям:

- для членов, советников и почетных членов РААСН, работников РААСН и подведомственных Минстрою России учреждений;
- для молодых ученых и специалистов в возрасте до 35 лет (в конкурсе имеют право участвовать персонально ученые и специалисты (или коллективы исследователей) – советники РААСН, работники РААСН и подведомственных Минстрою России учреждений, которым на момент окончания срока подачи заявки не исполнилось 35 лет).

Начало разработки и продолжительность представляемых на конкурс ФНИ:

Начало разработки представляемых на конкурс тем ФНИ – I квартал 2016 года, продолжительность – от одного до двух лет. Начало разработки представляемых на конкурс тем ФНИ для молодых ученых и специалистов – I квартал 2016 года, продолжительность – до девяти месяцев.

Условия конкурса:

Лица (граждане Российской Федерации), желающие участвовать в конкурсе, должны представить заявку (в том числе электронную версию заявки на CD и/или DVD диске) по адресу:

107031, Москва, ул. Большая Дмитровка, д. 24, стр. 1, в соответствующее отделение РААСН (архитектура, градостроительство, строительные науки) с пометкой: «На конкурсный отбор фундаментальных научных исследований для членов, советников и почетных членов РААСН, работников РААСН и подведомственных Минстрою России учреждений» или «На конкурсный отбор фундаментальных научных исследований для молодых ученых и специалистов» в виде следующих документов:

1. Заявка на участие в конкурсном отборе на выполнение фундаментальных научных исследований Минстрою России и РААСН;
2. Анкетные данные участника (участников) конкурсного отбора на выполнение фундаментальных научных исследований Минстрою России и РААСН (для работников РААСН и подведомственных Минстрою России учреждений не требуются).
3. Дополнительные материалы:
 - Список публикаций в научных журналах, индексируемых в базе данных «Сеть науки» (Web of Science), подготовленных в период с 01.08.2013 по 31.07.2015 при авторстве или соавторстве научного руководителя или исполнителей заявляемого фундаментального научного исследования;
 - Список публикаций в научных журналах, индексируемых в базе данных «Сеть науки» (Web of Science), подготовленных в период с 01.08.2013 по 31.07.2015 при авторстве или соавторстве научного руководителя или исполнителей заявляемого фундаментального научного исследования совместно с зарубежными организациями;
 - Список монографий, их переводов и научных словарей, имеющих международный книжный индекс ISBN, подготовленных в период с 01.08.2013 по 31.07.2015 под редакцией, при авторстве или соавторстве научного руководителя или исполнителей заявляемого фундаментального научного исследования;
 - Список публикаций в научных журналах, индексируемых в базе данных Scopus, подготовленных в период с 01.08.2013 по 31.07.2015 при авторстве или соавторстве научного руководителя или исполнителей заявляемого фундаментального научного исследования;
 - Список публикаций в научных журналах, индексируемых в базе данных Google Scholar, подготовленных в период с 01.08.2013 по 31.07.2015 при авторстве или соавторстве научного руководителя или исполнителей заявляемого фундаментального научного исследования (предоставляется по желанию заявителя);
 - Список публикаций в научных журналах, индексируемых в базе данных ERIH (European Reference Index for the Humanities), подготовленных в период с 01.08.2013 по 31.07.2015 при авторстве или соавторстве научного руководителя или исполнителей заявляемого фундаментального научного исследования (предоставляется по желанию заявителя);
 - Список публикаций в научных журналах, входящих в перечень, утвержденный Высшей аттестационной комиссией, подготовленных в период с 01.08.2013 по 31.07.2015 при авторстве или соавторстве научного руководителя или исполнителей заявляемого фундаментального научного исследования;
 - Список зарегистрированных патентов в Российской Федерации, полученных в период с 01.08.2013 по 31.07.2015 при авторстве или соавторстве научного руководителя или исполнителей заявляемого фундаментального научного исследования;
 - Список результатов интеллектуальной деятельности (включая секреты производства (ноу-хау), программы для ЭВМ, базы данных, изобретения, полезные модели,

промышленные образцы), в том числе имеющих правовую охрану в Российской Федерации, созданных при авторстве или соавторстве научного руководителя или исполнителей заявляемого фундаментального научного исследования;

- Список зарегистрированных патентов за рубежом (в том числе в странах СНГ), полученных в период с 01.08.2013 по 31.07.2015 при авторстве или соавторстве научного руководителя или исполнителей заявляемого фундаментального научного исследования;
- Смета расходов на выполнение заявляемого фундаментального научного исследования (рекомендуется к представлению).

В конкурсе могут участвовать отдельные исследователи или исследовательские коллективы. Заявки от организаций не принимаются. Срок окончания подачи заявок на конкурс – до 17 часов 00 минут 01 октября 2015 года включительно (в том числе и для почтовых отправлений). Заявки, поступившие позже указанного срока, не рассматриваются. Мотивы отклонения поступивших заявок заявителям не сообщаются. Президиум РААСН оставляет за собой право определять количество тем научных исследований по объявленным номинациям, устанавливать объемы финансирования ФНИ в зависимости от содержания и количества поданных заявок. Результаты конкурсного отбора на выполнение ФНИ Минстроя России и РААСН будут опубликованы на сайте РААСН (www.raasn.ru).

Контактная информация:

Отделение архитектуры РААСН:

Телефон/факс: +7(495) 629-14-95, 625-76-84;

E-mail: oarch@raasn.ru

Отделение градостроительства РААСН:

Телефон/факс: +7(495) 625-79-75, 629-19-91, 629-65-26;

E-mail: grado7@yandex.ru, grado@raasn.ru

Отделение строительных наук РААСН:

Телефон/факс: +7(495) 625-76-80; 625-73-16;

E-mail: osn.raasn@mail.ru, osn@raasn.ru

Перечень документов, регламентирующих проведение конкурса (размещены на официальном интернет-сайте РААСН):

- Приказ Минстроя России от 12 декабря 2014 г. №863/пр «Об утверждении Положения о проведении конкурсного отбора тем на выполнение фундаментальных научных исследований и о порядке формирования плана фундаментальных научных исследований и государственных заданий федерального государственного бюджетного учреждения «Российская академия архитектуры и строительных наук» и Положение о проведении конкурсного отбора тем на выполнение фундаментальных научных исследований и о порядке формирования плана фундаментальных научных исследований и государственных заданий федеральным государственным бюджетным учреждением «Российская академия архитектуры и строительных наук»;
- Приказ Минстроя России от 18 августа 2015 г. №596/пр «О внесении изменений в Положение о проведении конкурсного отбора тем фундаментальных научных исследований и о порядке формирования плана фундаментальных научных исследований и государственных заданий федеральным государственным бюджетным учреждением «Российская академия архитектуры и строительных наук», утвержденное приказом

Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 12 декабря 2014 г. №863/пр»;

- Тематические направления и разделы научных исследований, предложенные на конкурс ФНИ Минстроя России и РААСН на 2016 год, утвержденные президиумом РААСН от 01 июля 2015 года, №6;
- Форма заявки на участие в конкурсном отборе на выполнение фундаментальных научных исследований Минстроя России и РААСН;
- Форма анкетных данных участника (участников) конкурсного отбора на выполнение фундаментальных научных исследований Минстроя России и РААСН (для работников РААСН и подведомственных Минстрою России учреждений не требуются);
- Показатели индикативного рейтинга заявки на выполнение фундаментального научного исследования, утвержденные постановлением Президиума Российской академии архитектуры и строительных наук от 01 июля 2015 года, №6;
- Рекомендации по реализации Положения о проведении конкурсного отбора тем фундаментальных научных исследований и о порядке формирования плана фундаментальных научных исследований и проектов государственных заданий федеральным государственным бюджетным учреждением «Российская академия архитектуры и строительных наук», утвержденные приказом президента Российской академии архитектуры и строительных наук 10 июля 2015 года, №6;
- Рекомендуемые формы для представления сведений о публикациях и результатах интеллектуальной деятельности в рамках материалов заявок на конкурс фундаментальных научных исследований Минстроя России и РААСН.

