

# СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРАНОВЫХ НАГРУЗОК И РАСЧЕТНЫЕ СОЧЕТАНИЯ УСИЛИЙ

*А.В. Перельмутер*

НП ООО SCAD Soft, г. Киев, УКРАИНА

**Аннотация:** Обращается внимание на то, что расчетные сочетания нагрузок и расчетные сочетания усилий, вызванных этими нагрузками, имеют различную вероятность реализации. Это иллюстрируется примером крановых нагрузок, для которых в традиционных расчетах не учитываются такие случайные факторы, как положение моста крана и положение тележки на крановом мосту. Анализ выполнен при помощи статистического моделирования. Представлены характерные результаты такого моделирования. Выдвигается предложение об особом способе включения в расчетные формулы коэффициентов сочетания нагрузок, при котором включение в комбинацию временной нагрузки выполняется с комбинационным значением, уменьшающимся при включении каждой новой нагрузки.

**Ключевые слова:** крановая нагрузка, расчетное сочетание усилий, статистическое моделирование, обеспеченность

## CRANE LOAD STATISTICAL MODELLING AND DESIGN COMBINATIONS OF THE INTERNAL FORCES

*Anatoly V. Perelmuter*

SCAD Soft Ltd., Kiev, UKRAINE

**Abstract:** Attention has been paid to the fact that design load case combinations and design combinations of the internal forces caused by these loads have got a different probability of implementation. This fact has been illustrated by the example of the crane loads, where the traditional calculation does not take into account such random factors as position of the crane bridge and position of the trolley on the crane bridge. Analysis has been performed using statistical modelling. Results of the modelling has been also presented. It has been suggested that there is a specific way to include load combination factors into the calculation formulas by which inclusion of temporary load in a design load case combination should be performed with combinational value of the load combination factor decreased when including each new temporary load.

**Keywords:** crane load, design combinations of internal forces, statistical modelling, security probability

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование крановых нагрузок на конструкции производственных зданий имеет давнюю историю [7], и большинство работ, выполненных по данной тематике, опираются на результаты натурных наблюдений. Поскольку целью таких исследований была выработка рекомендаций для норм проектирования, то, естественно, что наблюдения производились в зданиях с наиболее интенсивным режимом использования кранов. Такими зданиями в основном были цеха заводов черной металлургии [2, 7]. Статистическая обработка результатов натурных из-

мерений, на основании которой были получены практические рекомендации по нормированию крановых нагрузок, касалась, в основном, вопроса о нагрузках, которые кран передает на подкрановый рельс. На уровне головки рельса вероятностная картина заканчивалась, и все дальнейшие результаты уже получались детерминированным способом. А перенос полученных результатов на другие случаи обосновывался тем соображением, что таким образом получается решение в запас надежности, хотя вопрос о величине такого запаса оставался открытым.

В настоящей работе сделана попытка получить соответствующую оценку на основе вероятностного анализа проблемы. Точные вероятностные постановки задач о действии случайных нагрузок на строительные конструкции очень редко поддаются аналитическому решению. Здесь зачастую используются различные упрощающие предположения (например, гипотеза о нормальном распределении) или игнорируются некоторые элементы случайности. В качестве альтернативы естественно использовать численное статистическое моделирование, с помощью которого можно сделать расчетную модель более реалистичной.

Таким способом в свое время было выполнено исследование коэффициентов сочетаний усилий от вертикальных крановых нагрузок для подкрановых балок и колонн крайних и средних рядов [3, 6]. При этом случайными величинами считались только положение первого мостового крана в пролете и положение второго крана относительно первого. Кроме того, вычислительные возможности того времени были ограниченными и число случайных испытаний в каждой задаче было относительно невелико (всего 1000). Выполненные в те же годы аналогичные исследования [12], [13], также основывались на относительно небольшом числе случайных испытаний. Это давало пищу для некоторых сомнений в достаточной обоснованности полученных в свое время результатов и послужило определенным стимулом к выполнению настоящего исследования, в котором были задействованы современные вычислительные возможности.

## 2. РАСЧЕТНЫЕ СОЧЕТАНИЯ НАГРУЗОК ИЛИ РАСЧЕТНЫЕ СОЧЕТАНИЯ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ

Требования к прочности любого сечения формулируются в виде сопоставления

нагрузочного эффекта  $F$  и несущей способности  $R$  (естественно, выраженных в одних и тех же единицах). При анализе безотказности, когда отыскивается вероятность выполнения неравенства  $F \leq R$ , вероятностные характеристики нагрузочного эффекта чаще всего отождествляются с вероятностными характеристиками нагрузки. Это положение является принципиально ошибочным, хотя на эту ошибку почему-то не принято обращать внимание.

Но ведь расчетная комбинация нагрузок или же расчетная комбинация внутренних реакций системы (усилий, напряжений, перемещений) — разные вещи, их вероятности могут отличаться на несколько порядков. Например, для крановой нагрузки:

- локальное давление в стенке подкрановой балки реализуется от действия одного крана – вероятность равна вероятности реализации максимального давления колеса;
- расчетная нагрузка для поперечного сечения большепролетной подкрановой балки реализуется от действия двух кранов, и ее вероятность равна вероятности реализации одновременного возникновения максимальных давлений на колесо у разных кранов в сочетании с вероятностью установки колес крана в невыгодную позицию на линии влияния;
- расчетная вертикальная нагрузка на колонну – то же самое, но следует рассматривать случай одновременного совпадения максимальных давлений на колесо и невыгодного позиционирования уже четырех кранов;
- расчетная горизонтальная нагрузка на колонну – реализация относится к вероятности определенной установки двух кранов на линию влияния, плюс вероятность одновременного торможения в одну сторону тележек с максимально возможным грузом или одновременного появления боковых сил с совпадающими для всей четверки кранов направлениями действия.

Заметим, что распределение веса поднимаемых грузов может сильно отличаться для кранов с четким технологическим циклом работы, например такими, как в разливочном пролете мартеновского цеха, и для кранов с широкими условиями использования, такими как в цехах машиностроительного предприятия [7]. В первом случае разброс значений веса очень мал и можно принимать этот параметр как детерминированный, во втором случае существует некоторая статистика весов поднимаемого груза. В настоящей работе рассматривался второй случай.

Учет «пространственной вероятности» может заметно изменить результаты анализа надежности. Например, частотная характеристика кранового воздействия сильно зависит от того, какое внутреннее усилие в конструктивной схеме рассматривается. Вряд ли можно полагать, что эффективная частота появлений напряжений от крановой нагрузки для расчетного сечения колонны

имеет порядок 100 1/час [0, стр. 95], который является характерным для напряжений в расчетном сечении подкрановой балки.

Все эти соображения учитывались при численном моделировании, когда для каждого испытания определялись давления на колеса крана, изгибающий момент в середине пролета подкрановой балки и усилия передаваемые на колонну.

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ НАГРУЗОК ОТ МОСТОВЫХ КРАНОВ

В предпринятом исследовании случайными величинами для каждого из кранов полагались не только позиции кранов ( $X_3, X_4, X_7, X_8$ ) но еще и веса поднимаемых грузов ( $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$ ), а также положение тележек на мосту крана ( $X_1, X_2, X_5, X_6$ ). Предполагалось, что в двух смежных пролетах работают по два крана, и каждый из них манипулирует независимо (рис. 1).

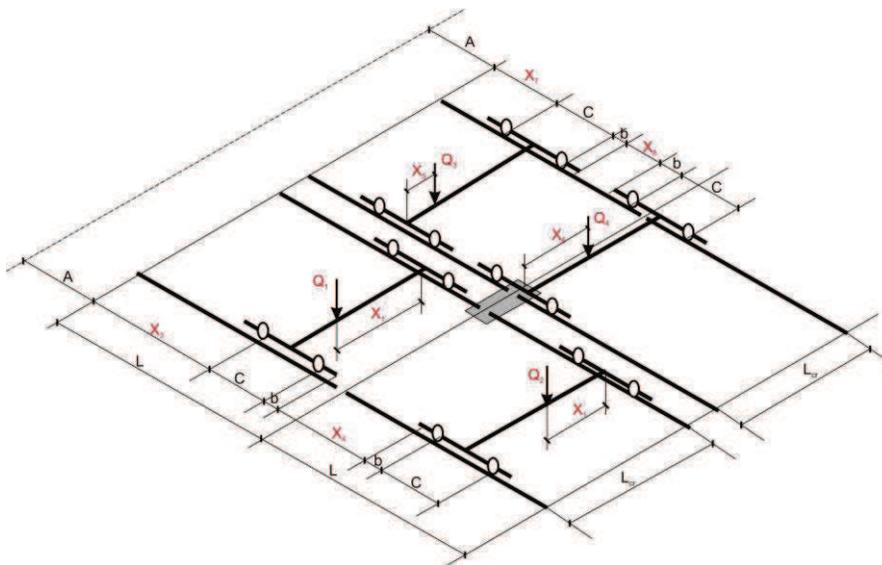


Рисунок 1. Расчетная схема.

На каждом шаге испытаний осуществлялся случайный выбор значений для всех упомянутых случайных факторов. Предполагалось, что веса поднимаемых грузов  $Q_1, Q_2, Q_3$  и  $Q_4$  имеют нормальное распределение

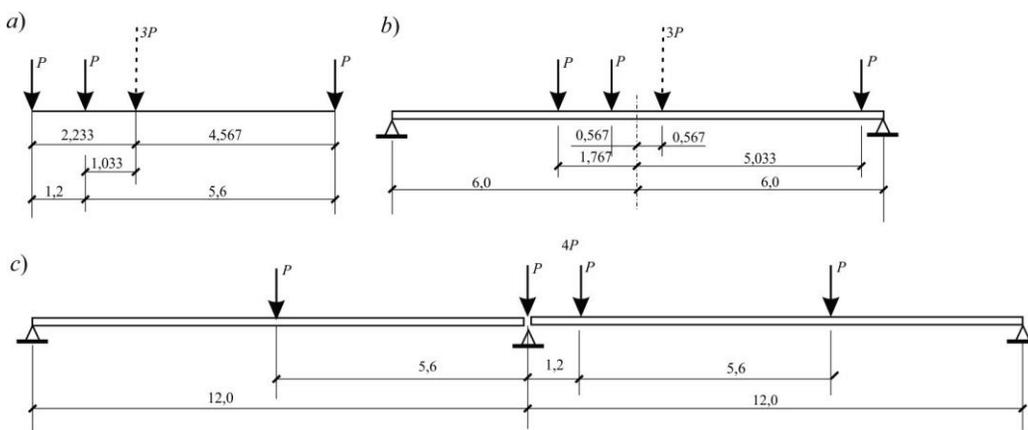
со средним значением, равным половине номинальной грузоподъемности крана, и с коэффициентом вариации  $V=0,3$ .

Параметры  $X_1, X_2, X_5$  и  $X_6$ , характеризующие положение тележки на мосту крана,

считались равномерно распределенными на интервале от 0,0 до  $L_{cr}$ , а параметры  $X_3$ ,  $X_4$ ,  $X_7$  и  $X_8$ , определяющие положение кранов на подкрановой балке, считались равномерно распределенными величинами на участке длиной  $A+2L$  (см. рис. 1).

Для того, чтобы к результатам моделирования можно было применить методы статистического анализа необходима их статистическая устойчивость, т.е. необходимо многократное повторение шагов. Представленные далее результаты получены при числе испытаний, равном одному миллиону. Выборочный контроль с использованием десяти миллионов испытаний подтвердил статистическую устойчивость результатов. В качестве примера приведем данные о моделировании работы кранов грузоподъемностью  $50/12,5$  т, установленных в здании с пролетами 30 м с шагом поперечных рам каркаса 12 м. По ГОСТ 25711-83 пролет такого крана  $L_{cr}=28,5$  м, длина крана  $B=6800$  мм, база крана  $C=5600$  мм, масса кранового моста  $G=42,3$  т, масса тележки  $g=13,5$  т, давление колеса  $P=46$  т.

Обычный детерминированный расчет дает следующие результаты. При работе двух кранов в пролете на разрезной подкрановой балке пролетом  $L=12$  м можно разместить только три колеса. Чтобы воспользоваться правилом Винклера [4] для отыскания максимального изгибающего момента, следует найти положение равнодействующей, которая равна  $3P$ . Исходя из условия  $3Px=P(1,2+5,6)$  получаем  $x=2,233$  м. Расстояние от равнодействующей до ближайшего колеса  $2,333-1,2=1,033$  м (рис. 2.a). Неблагоприятное расположение трех колес на балке реализуется, когда равнодействующая и ближайшее колесо будут отдалены от середины балки на  $1,033/2=0,567$  м (рис. 2.b). При этом изгибающий момент в балке достигает значения  $249,52$  тм. Невыгодная установка нагрузки для определения давления на колонну (рис. 2.c) приводит к значению реакции  $132,29$  т (при учете еще одной пары кранов в смежном пролете -  $264,58$  т).



**Рисунок 2.** Установка кранов в невыгодную позицию: а – положение равнодействующей давления трех колес, б – установка для определения момента в балке по правилу Винклера, в – установка для определения давления на колонну

Результаты статистического моделирования представлены ниже в виде полигонов нормированных значений. Нормировка производилась по отношению к данным детерминированного расчета, т.е. значения давления от колеса были

отнесены к величине  $P=46$  т, значения изгибающих моментов — к величине  $M=249,52$  тм, а значения нагрузки на колонну — к величине  $264,58$  т.

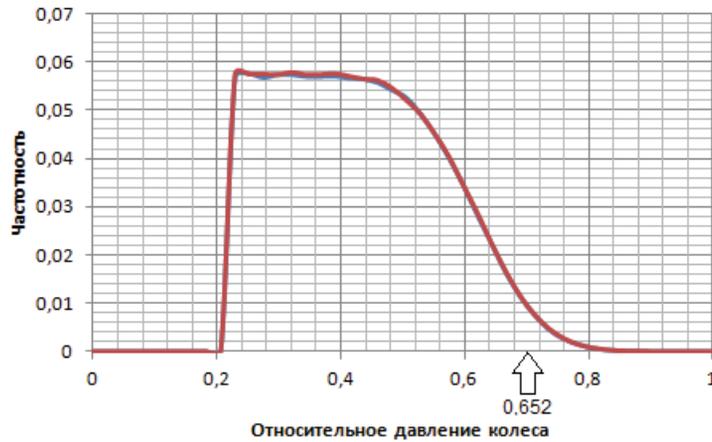


Рисунок 3. Полигон нагрузок на колесо.

Полигон распределения давлений от колеса (рис. 3) по своему очертанию очень близок к полигонам, показанным в работе [7, стр. 170], где такие полигоны построены на основании статистической обработки натуральных измерений.

Максимальное зафиксированное значение давления колеса равнялось 44,43 т. Нормативному значению нагрузки, которое должно иметь обеспеченность 95%, соответствует величина относительного давления 0,652, что свидетельствует о заметном завышении нормируемых значений нагрузок.

Полигоны распределения изгибающих моментов в подкрановой балке (рис. 4) и вертикальной нагрузки на колонну (рис.5) ха-

рактеризуются тем, что в окрестности нулевого значения сосредоточено очень большое число испытаний (порядка 53% для момента от одного крана и порядка 66% для момента от двух кранов). Поскольку нас мало интересуют нулевые значения, то для наглядности соответствующие графики усечены.

Вызванному нагрузкой от двух кранов нормативному значению изгибающего момента в подкрановой балке обеспеченности 95%, соответствует относительная величина 0,294. Максимальное значение момента от действия двух кранов, зафиксированное в миллионе испытаний, составило 138 тм, что примерно вдвое меньше детерминированного значения.

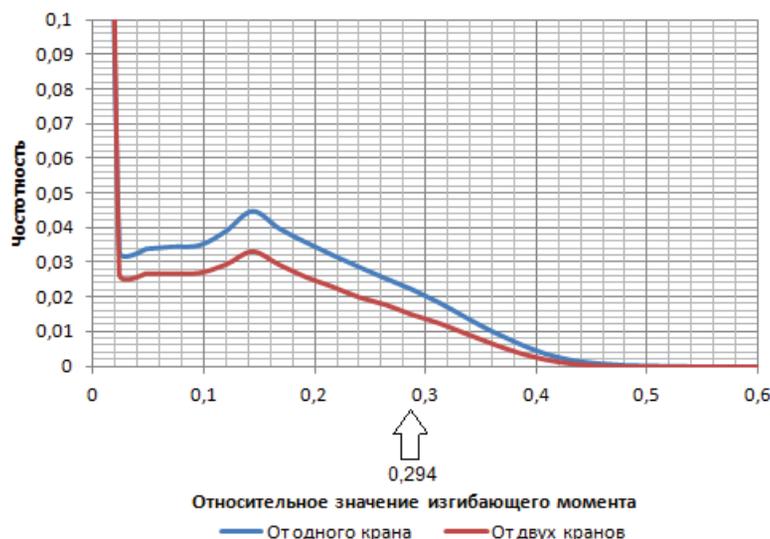


Рисунок 4. Полигон изгибающих моментов (вертикальная ось урезана).

Для результатов моделирования нагрузки на колонну рассматривалось воздействие одного, двух и четырех кранов. Соответствующие полигоны представлены на рис. 5. Здесь также большое число испытаний

(около 18%) показало нулевое значение. Нагрузка на колонну от четырех кранов, имеющая обеспеченность 95%, составила 15,63 т, что соответствует примерно 6% от детерминированного значения.

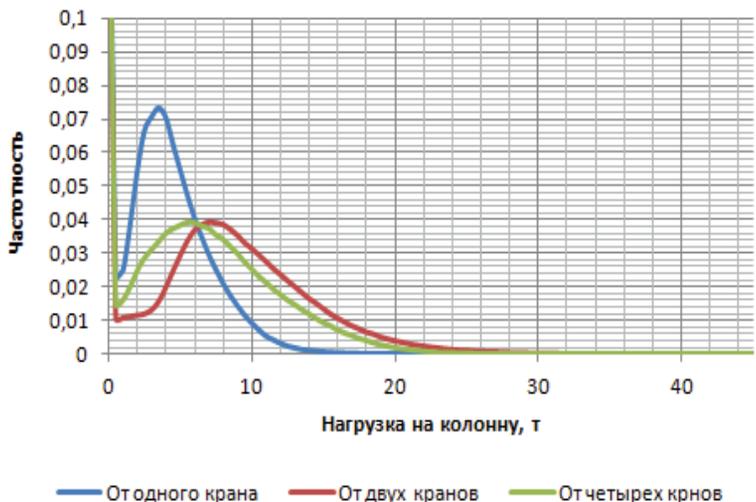


Рисунок 5. Полигон вертикальных нагрузок на колонну (вертикальная ось урезана).

Заметим, что если значение давления на колесо крана, полученные в результате статистического моделирования отклоняются от детерминированного значения примерно на 35%, то для моментов в балке и для давления на колонну расхождение заметно увеличивается. Оно растет по мере «отдаленности» рассматриваемого внутреннего усилия от давления колеса крана на рельс. Это есть результат пренебрежения вкладом «пространственной вероятности», когда используется предположение о том, что давления всех колес крана имеют максимальные значения и при этом одновременно занимают невыгодную позицию на конструкции. Как показывает статистическое моделирование, вероятность реализации этого предположения чрезвычайно мала.

#### 4. ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ О КОЭФФИЦИЕНТАХ СОЧЕТАНИЯ

Полученные результаты имитационного моделирования свидетельствуют о заметном влиянии числа независимых нагрузок, учитываемых в расчете, на обеспеченность окончательного результата. Такой эффект не обязательно связан с

нагрузками от мостовых кранов, очевидно, что он относится к вероятности совместного появления случайных нагрузок любой природы, и этот факт следовало бы каким-то образом учитывать при назначении коэффициентов сочетаний.

Для комбинации двух воздействий в Еврокоде-0 используется правило Туркстра. В соответствие с этим правилом принято, что когда одна нагрузка принимает свой экстремум в течение опорного времени  $T$ , то для этого состояния рассматривается распределение во времени другой нагрузки. И если ее распределение является нормальным, то это правило приводит к коэффициенту комбинационного действия  $\psi_0$ . Очень близкая рекомендация реализована в последних редакциях Российских норм.

И Еврокод-0 и СП 20.13330.2011 исходят из того, что при включении некоторой временной загрузки в расчетную комбинацию используется не ее расчетное значение  $\gamma_{f,i}P_i$ , а комбинационное значение  $\gamma_{f,i}\psi_{0,i}P_i$ . Оно суммируется с полным расчетным значением

«ведущей» загрузки  $\gamma_{f,1}P_1$  и таким способом учитывается малая вероятность одновременной реализации расчетных значений у двух независимых временных загрузок с номерами 1 и  $i$ . Но здесь процесс учета малой вероятности совпадения редко реализуемых расчетных значений вдруг обрывается и сколько бы таких нагрузок не попадало в расчетную комбинацию расчет идет по формуле

$$S_d = \gamma_{f,1}P_1 + \sum_{i=2}^n \gamma_{f,i}\Psi_{0,i}P_i.$$

Представляется более логичным использовать суммирование типа

$$\begin{aligned} S_d &= \gamma_{f,1}P_1 + \Psi_{0,2} \left\{ \gamma_{f,2}P_2 + \Psi_{0,3} \left[ \gamma_{f,3}P_3 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \Psi_{0,4} \left( \gamma_{f,4}P_4 + \dots \right) \right] \right\} = \\ &= \gamma_{f,1}P_1 + \Psi_{0,2}\gamma_{f,2}P_2 + \Psi_{0,2}\Psi_{0,3}\gamma_{f,3}P_3 + \\ &\quad + \Psi_{0,2}\Psi_{0,3}\Psi_{0,4}\gamma_{f,4}P_4 + \dots \end{aligned}$$

основанное на том, что совместное действие первой пары нагрузок является некоторой комплексной нагрузкой, для которой рассматривается сочетание с третьей случайной нагрузкой, совместное действие первой тройки нагрузок является такой же комплексной нагрузкой, сочетающейся с четвертой нагрузкой и т.д.

Здесь видно, что включение в комбинацию временной нагрузки выполняется с комбинационным значением, уменьшающимся при включении каждой новой нагрузки, что более правильно отображает вероятностную картину события. Так, например, для семи вариантов нагружения, которые для простоты будем полагать равноценными по степени влияния (каждая из них вносит в суммарное напряженное состояние одну и ту же величину  $\sigma_0$ ), мы имели бы по СП 20.13330.2011 суммарное напряжение

$$(1,0 + 0,9 + 5 \times 0,7) \sigma_0 = 5,4 \sigma_0,$$

а по предлагаемому варианту

$$\begin{aligned} &(1,0 + 0,9 + 0,9 \times 0,7 \\ &+ 0,9 \times 0,7^2 + 0,9 \times 0,7^3 + 0,9 \times 0,7^4 + 0,9 \times 0,7^5) \sigma_0 = \\ &3,363 \sigma_0. \end{aligned}$$

Расхождение весьма существенное, а ведь во многих случаях в расчетную комбинацию входит значительно большее число временных нагрузок.

Нетрудно видеть, что при различающихся вкладах нагрузок в суммарный результат подсчет по предлагаемой формуле будет зависеть от последовательности включения нагрузок в расчетную комбинацию. Наиболее неблагоприятный вариант получится, когда последовательность включения соответствует величине вкладов. Иными словами, первой рассматривается нагрузка с наибольшим вкладом, второй следующая по величине вклада и т.д.

Против чисто вероятностного похода к учету возможных сочетаний временных нагрузок зачастую выдвигают довод типа «но ведь такое возможно». В большинстве случаев это связано с неким предубеждением против «подмены логического анализа игрой в рулетку», но существуют ситуации, когда с упомянутым доводом следует считаться.

Например, возможна спаренная работа двух мостовых кранов поднимающих с помощью специальной траверсы общий груз. Случаи такого рода обычно являются весьма редкими, и для соответствующей исключительной расчетной ситуации можно было бы принять, что такую комбинацию можно вводить в расчетное сочетание только с постоянными и длительно действующими нагрузками, подобно тому, как это делается для аварийных сочетаний.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании результатов, полученных при численном моделировании, можно сделать следующие выводы:

1. Используемая в проектных расчетах концепция расчетных сочетаний нагрузок во многих случаях должна быть заменена концепцией расчетных сочетаний внутренних усилий. Неэквивалентность этих понятий продемонстрирована в статье.
2. Значения крановых нагрузок и коэффициентов сочетаний таких нагрузок, представленные в нормах проектирования, по-видимому, являются сильно завышенными. Имеется возможность с использованием методов статистического моделирования выполнить цикл исследований, направленных на уточнение норм.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гордеев В.Н., Лантух-Лященко А.И., Махинько А.В., Пашинский В.А., Перельмутер А.В., Пичугин С.Ф.** Нагрузки и воздействия на здания и сооружения. – М.: Изд-во СКАД СОФТ, Изд-во Ассоциации строительных вузов, ДМК Пресс, 2011. – 514 с.
2. **Кикин А.И., Васильев А.А., Кошутин Б.Н., Уваров Б.Ю., Вольберг Ю.Л.** Повышение долговечности металлических конструкций промышленных зданий. – М.: Стройиздат, 1984. – 301 с.
3. **Кошутин Б.Н., Кунин С.А., Нищета С.А.** Исследование вертикальных и горизонтальных крановых воздействий от мостовых кранов методом статистического моделирования. // Облегченные конструкции покрытий зданий, Ростов-на-Дону, 1979, с. 195-199.
4. **Кудишин Ю.И., Беленя Е.И., Игнатьева В.С. и др.** Металлические конструкции. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. – 688 с.
5. **Михайлов Г.А., Войтишек А.В.** Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. – М.: Академия, 2006. – 368 с.
6. **Нищета С.А.** Исследование воздействий мостовых кранов на стальные конструкции промышленных зданий. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. – М.: МИСИ им. В.В. Куйбышева, 1982. – 18 с.
7. **Пичугин С.Ф.** Крановые нагрузки на строительные конструкции. – Полтава: ООО АСМИ, 2014. – 504 с.
8. **Ржаницын А.Р.** Теория расчета строительных конструкций на надежность. – М.: Стройиздат, 1978. – 239 с.
9. **Dymond J.S.** Reliability Based Codification for the Design of Overhead Travelling Crane Support Structures. Matieland, University of Stellenbosch, 2005, 355 p.
10. **Dunaiski P.E., Barnard H., Krige G., Mackenzie R.** Review of Provision of Loads to Structures Supporting Overhead Travelling Cranes. // Proceedings of the International Conference on Structural Engineering Mechanics and Computation, 2001, pp. 1321-1328.
11. **Grigorov O., Stepochkina O.** Motion of Cranes of Bridges Type Simulation in the MS EXCEL Environment. // Advanced Logistic Systems, 2014, Vol. 8, No. 1, pp. 33–40.
12. **Köppe U.** Nutzlastkollektive von Kranen. // Hebezeuge und Fördermittel, 1981, Vol. 21, No. 2, pp. 36-39.
13. **Pasternak H., Rozmarynowski B., Wen Y.-K.** Crane Load Modelling. // Structural Safety, 1996, Vol. 17, pp. 205-224.
14. **Wen Y.-K.** Structural Load Modelling and Combination for Performance and Safety Evaluation. Amsterdam, Elsevier, 1990, 219 p.
15. **Warren J.S., Retief J.V., Dunaiski P.E.** Reliability Models of Overhead Traveling Crane Loading for Code Calibration. // Proceedings of the Ninth International Conference on Structural Safety and Reliability, 2005, pp. 811-818.

## REFERENCES

1. **Gordeev V.N., Lantuh-Ljashhenko A.I., Mahin'ko A.V., Pashinskij V.A., Perel'muter A.V., Pichugin S.F.** Nagruzki i Vozdejstvija na Zdanija i Sooruzhenija [Loads and Impacts on Buildings and Structures]. Moscow, Izd-vo SKAD SOFT, Izd-vo Associacii stroitel'nyh vuzov, DMK Press, 2011, 514 p.
2. **Kikin A.I., Vasil'ev A.A., Koshutin B.N., Uvarov B.Ju., Vol'berg Ju.L.** Povyshenie Dolgovechnosti Metallicheskih Konstrukcij Promyshlennyh Zdanij [Increasing the Durability of Steel Structures in Industrial Buildings]. Moscow, Strojizdat, 1984, 301 p.
3. **Koshutin B.N., Kunin S.A., Nishheta S.A.** Issledovanie Vertikal'nyh i Gorizontaľnyh Kranovyh Vozdejstvij ot Mostovyh Kranov Metodom Statisticheskogo Modelirovanija [Investigation of Vertical and Horizontal Crane Impacts from Power Cranes Using Statistical Modeling]. Rostov-na-Donu, Oblegchennye konstrukcii pokrytij zdanij, 1979, pp. 195-199.
4. **Kudishin Ju.I., Belenja E.I., Ignat'eva V.S. et al.** Metallicheskie konstrukcii [Steel Structures]. Moscow, Izdatel'skij centr «Akademija», 2011, 688 p.
5. **Mihajlov G.A., Vojtishkek A.V.** Chislennoe statisticheskoe modelirovanie. Metody Monte-Karlo [Numerical Statistical Modeling. Monte Carlo Methods]. Moscow, Akademija, 2006, 368 p.
6. **Nishheta S.A.** Issledovanie Vozdejstvij Mostovyh Kranov na Stal'nye Konstrukcii Promyshlennyh Zdanij [Analysis of the Impact of Bridge Cranes on Steel Structures of Industrial Buildings]. Abstract of Ph.D. thesis. Moscow, 1982, 18 p.
7. **Pichugin S.F.** Kranovye Nagruzki na Stroitel'nye Konstrukcii [Crane Loads on Building Structures]. Poltava: OOO ASMI, 2014, 504 p.
8. **Rzhanicyn A.R.** Teorija Rascheta Stroitel'nyh Konstrukcij na Nadezhnost' [Theory of Reliability Analysis of Building Structures]. Moscow, Strojizdat, 1978, 239 p.
9. **Dymond J.S.** Reliability Based Codification for the Design of Overhead Travelling Crane Support Structures. Matieland, University of Stellenbosch, 2005, 355 p.
10. **Dunaiski P.E., Barnard H., Krige G., Mackenzie R.** Review of Provision of Loads to Structures Supporting Overhead Travelling Cranes. Proceedings of the International Conference on Structural Engineering Mechanics and Computation, 2001, pp. 1321-1328.
11. **Grigorov O., Stepochkina O.** Motion of Cranes of Bridges Type Simulation in the MS EXCEL Environment. Advanced Logistic Systems, 2014, Vol. 8, No. 1, pp. 33-40.
12. **Köppe U.** Nutzlastkollektive von Kranen. Hebezeuge und Fördermittel, 1981, Vol. 21, No. 2, pp. 36-39.
13. **Pasternak H., Rozmarynowski B., Wen Y.-K.** Crane Load Modelling. Structural Safety, 1996, Vol. 17, pp. 205-224.
14. **Wen Y.-K.** Structural Load Modelling and Combination for Performance and Safety Evaluation. Amsterdam, Elsevier, 1990, 219 p.
15. **Warren J.S., Retief J.V., Dunaiski P.E.** Reliability Models of Overhead Traveling Crane Loading for Code Calibration. Proceedings of the Ninth International Conference on Structural Safety and Reliability, 2005, pp. 811-818.

---

Перельмутер Анатолий Викторович, иностранный член РААСН, профессор, доктор технических наук, НПО СКАД Софт, 03037, Украина, г.Киев, ул. Провсящяния, дом 3а, офис 2.  
e-mail: anatolyperelmutter@gmail.com

Anatolii V. Perelmutter, Foreign member of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences, Doctor of Science, Professor, SCAD Soft, Ltd, Kiev, Ukraine  
e-mail: anatolyperelmutter@gmail.com