

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ГРУНТОВЫХ МАССИВОВ НА ДИНАМИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ

*А.С. Городецкий<sup>1</sup>, А.В. Пикуль<sup>1,2</sup>, Б.Ю. Писаревский<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> ООО «ЛИРА САПР», г. Киев, УКРАИНА

<sup>2</sup> Киевский национальный университет строительства и архитектуры, г. Киев, УКРАИНА

**Аннотация:** В статье рассматривается проблема анализа динамического взаимодействия «сооружение – грунт», а также моделирование безграничного грунтового полупространства. Описана методика новых конечных элементов, разработанных в ПК ЛИРА-САПР, моделирующих взаимодействие ограниченной части грунтового массива и остальной части полупространства. В основе данного элемента лежит метод масштабирования границы конечного элемента. Для верификации элементов решены две задачи. В первой задаче рассматривается ограниченный грунтовый массив с введением разработанных конечных элементов. Во второй задаче рассматриваются достаточно большой грунтовый массив, размеры которого обеспечивают отсутствие влияния граничных условий на прохождение волны (условно можно считать бесконечным полупространством). Разница в результатах составила 3 – 8%.

**Ключевые слова:** анализ динамического взаимодействия «сооружение – грунт», распространение волн в безграничной области, безграничная область, метод масштабирования границы конечного элемента

## MODELLING OF SOIL BEHAVIOR IN DYNAMIC LOAD

*Alexander S. Gorodetsky<sup>1</sup>, Anatol V. Pikul<sup>1,2</sup>, Bogdan Y. Pysarevskiy<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> “LIRA SAPR” Ltd, Kiev, UKRAINE

<sup>2</sup> Kiev National University of Construction and Architecture, Kiev, UKRAINE

**Abstract:** The paper focuses on simulation of dynamic “structure – soil” interaction and unbounded soil half-space. Principles for new finite elements developed in LIRA-SAPR software are described. These finite elements simulate the interaction between bounded domain of soil and the rest part of the half-space. The scaled boundary finite-element method governs these elements. To verify the elements, two problems are solved. The first problem considers the bounded soil where the developed boundary finite elements are introduced. The second problem considers the soil of a relatively large size. Boundary conditions do not influence the wave propagation (conditionally may be treated as unbounded half-space) due to dimensions of soil size. Results differ by 3-8%.

**Keywords:** dynamic interaction “structure – soil”, wave propagation in unbounded area, unbounded area, scaled boundary finite-element method

Практически все инженерные сооружения расположены на грунтовом основании. Расчет системы «надземное сооружение – фундаментные конструкции – грунтовое основание» становится нормой. Здесь можно выделить два класса задач со слабовыраженным размежеванием.

К первому классу можно отнести задачи, когда инженера интересует только НДС надземной конструкции. В этом случае влияние грунтового массива, как правило, моде-

лируется введение в расчетную схему коэффициентов постели.

Ко второму классу относятся задачи, где инженера в одинаковой мере интересует как НДС собственно конструкции, так и НДС грунтового массива. Этот класс задач очень широк, разнообразен и относится к числу наиболее сложных для расчета. В компьютерных моделях задач этого класса присутствует конечно-элементная модель грунтово-

го массива. По сути, грунтовый массив – это полупространство.

Так как численное решение задач на основе МКЭ предусматривает рассмотрение ограниченной конечной области, то всегда возникает вопрос, как ограничить бесконечное полупространство грунтового массива. Если снизу на обозримом расстоянии имеется слой грунта, имеющий модель деформации (например, скала), значительно превышающий модуль вышележащих слоев, то вопрос об ограничении грунтового массива снизу решается сам собой. В противном случае, а также для ограничения грунтового массива с боковых сторон можно воспользоваться рекомендациями СП 22.13330.2011. «Основания зданий и сооружений» об определении величины сжимаемой толщи.

Здесь можно поступить следующим образом: определить по СП максимальную величину сжимаемой толщи  $H_{\max}$  и назначить границы грунтового массива так, чтобы минимальное

расстояние от любой точки границы до ближайшего узла рассчитываемой конструкции было не меньше  $H_{\max}$  сжимаемой толщи. Тип граничных условий в узлах конечно-элементной модели грунтового массива на его границе при статической нагрузке может быть принят в виде податливых связей [1, 2]. В случае динамических воздействий тип граничных условий должен обеспечивать гашение или прохождение волн. Идеи по построению таких условий рассматривались в [3, 4, 5, 6].

Метод SBFEM был предложен Джоном Вульфом [6]. В основе данного метода лежит переход от декартовой системы координат  $X, Y$  (в плоской задаче) к изопериметрическим координатам  $\xi, \eta$  (рис.1). Геометрия области описывается масштабированием границы безразмерной радиальной координатой  $\xi$ , которая начинается из центра масштабирования (точки  $O$ ) до точки на границе.  $\xi = 0$  в точке  $O$  и  $\xi = 1$  на границе.

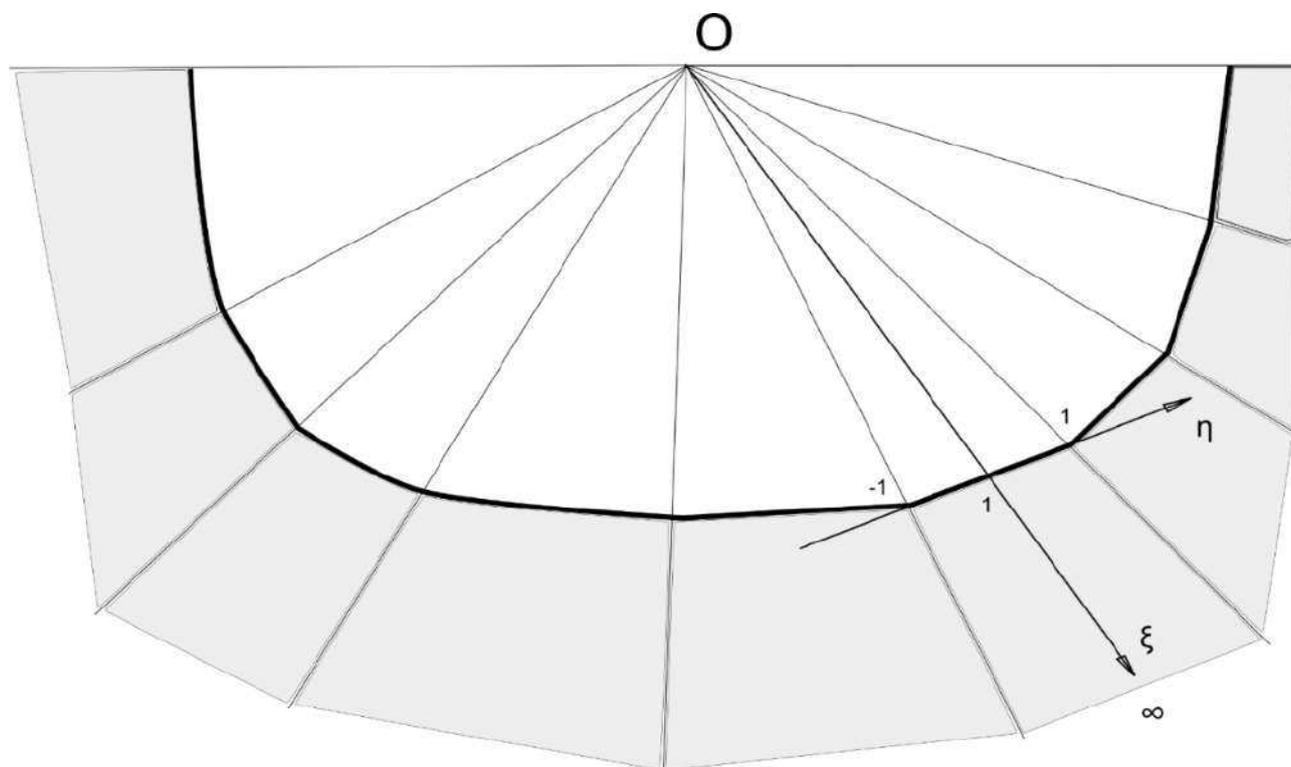


Рисунок 1. Изопериметрические координаты  $\xi, \eta$ .

Вдоль радиальной линии, проведенной от точки  $O$  к узлу на границе, вводится функция

узловых перемещений и записывается уравнение перемещений.

$$\begin{aligned}
 & [E^0] \xi^2 \{u(\xi)\}_{,\xi\xi} + ([E^0] - [E^1] + \\
 & + [E^1]^T) \xi \{u(\xi)\}_{,\xi} - \\
 & - [E^2] \{u(\xi)\} + \omega^2 [M^0] \xi^2 \{u(\xi)\} = 0,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где  $[E^0], [E^1], [E^2]$  и  $[M^0]$  матрицы коэффициентов.

Существуют два основных метода динамического анализа взаимодействия грунта и конструкции. Прямой метод – самый простой способ для анализа. Что бы учесть бесконечность с достаточной точностью, неограниченную область отсекают достаточно

далеко от сооружения и накладывают приближенные граничные условия. Это приводит к увеличению количества степеней свободы, особенно в трехмерной задаче. Метод подсистем (рис. 2) является более точным по сравнению с прямым методом, поэтому моделируемая область может быть меньше, чем для прямого метода. В данном методе, как правило, точные граничные условия выражаются в матрице динамической жесткости  $[S(t)^\infty]$ .

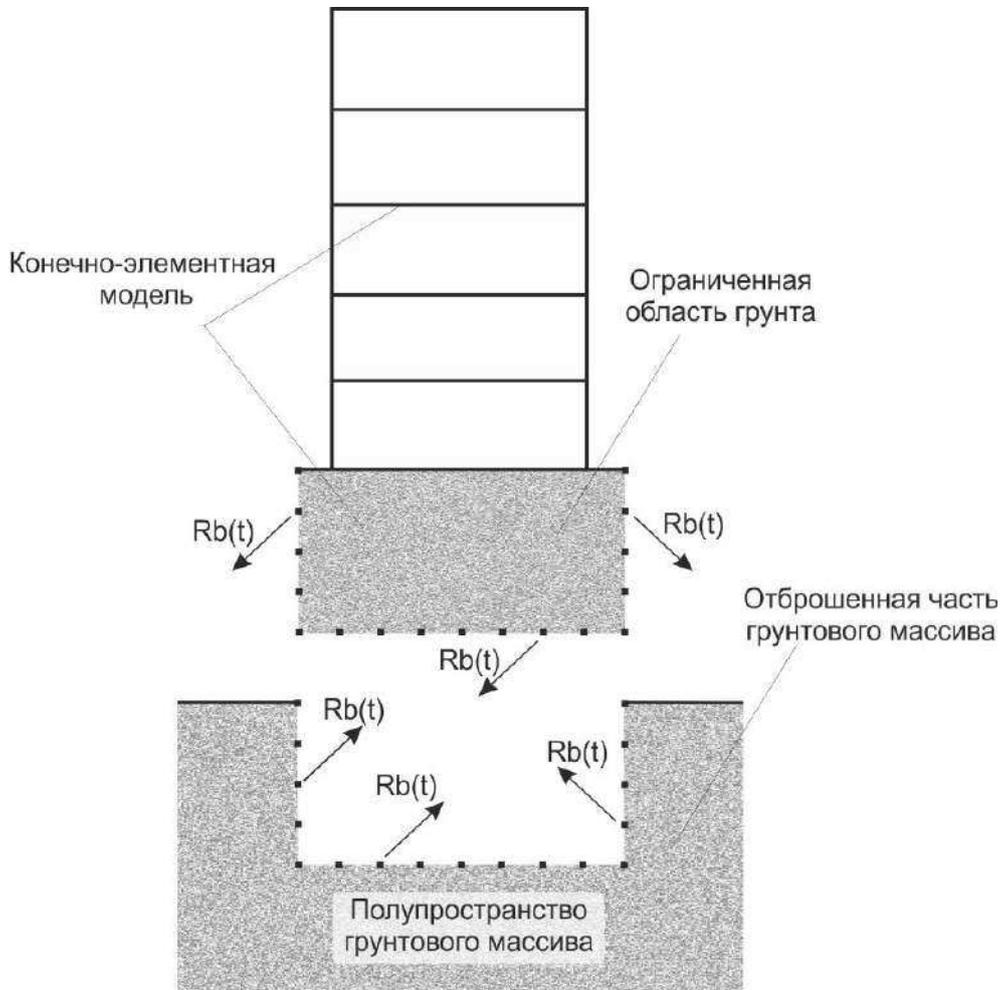


Рисунок 2. Взаимодействие отброшенной и ограниченной части грунтового массива.

Соединение между двумя частями грунтового массива обеспечивается вектором взаимодействия

$$\{R_b(t)\} = \int_0^t [M^\infty(\tau)] \{\dot{u}(t-\tau)\} d\tau, \tag{2}$$

где  $[M^\infty(\tau)]$  – матрица отклика ускорений, которая определяется как

$$\begin{aligned} & \int_0^t [m^\infty(\tau-t)][m^\infty(\tau)]d\tau + \\ & + t \int_0^t [m^\infty(\tau)]d\tau + [e^1] \int_0^t \int_0^\tau [m^\infty(\tau)]dtd\tau \\ & + [e^1]^T \int_0^t \int_0^\tau [m^\infty(\tau)]dtd\tau - \\ & - \frac{t^3}{6} [e^2]H(t) - t[m^0]H(t) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $[m^\infty(\tau)]$  матрица отклика ускорений в преобразованных координатах;  $[e^1], [e^2]$  и  $[m^0]$  матрицы коэффициентов;  $H(t)$  – функция Хевисайда.

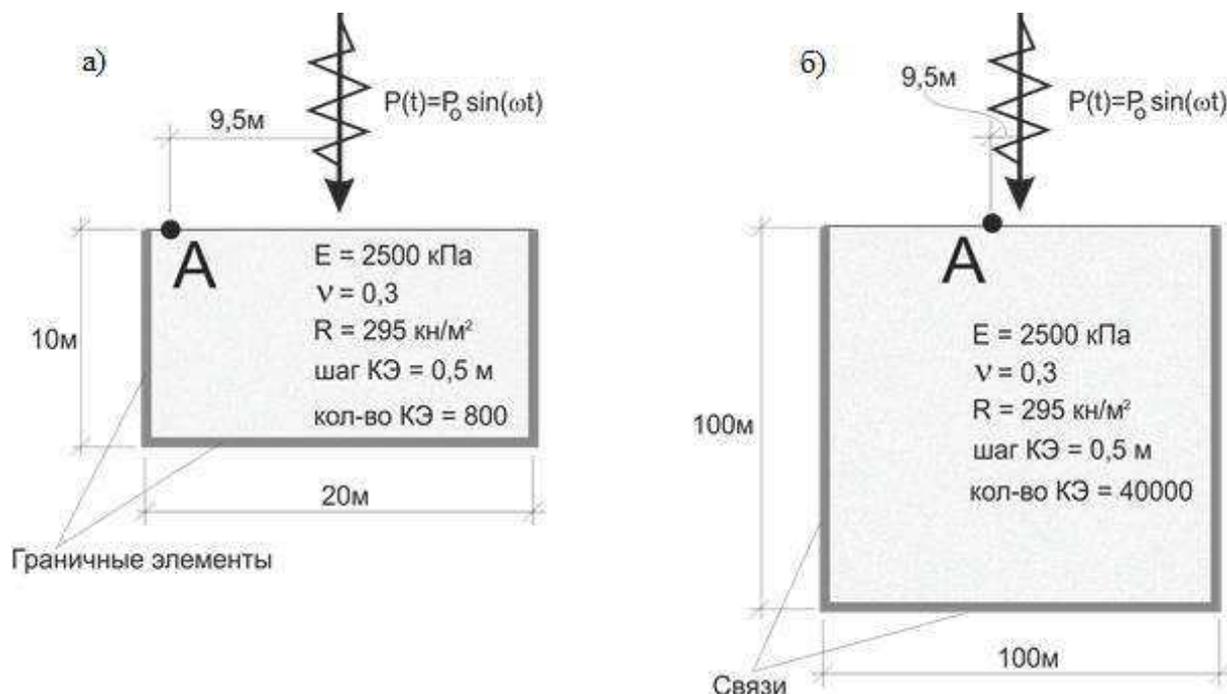
На основании зависимостей (2, 3) в ПК ЛИРА-САПР реализованы элементы, моделирующие взаимодействие ограниченной части грунтового массива и остальной части полупространства: двух узловой для решения плоской задачи, трех- и четырехузловой для

решения пространственных задач. Для верификации такого элемента рассмотрим две задачи (рис. 3). В первой (рис. 3а) задаче рассматривается ограниченный грунтовой массив с введением на границе разработанных граничных конечных элементов. Во второй задаче (рис. 3б) рассмотрим достаточно большой грунтовой массив, размеры которого обеспечивают отсутствие влияния граничных условий на прохождение волны (условно можно считать бесконечным полупространством). В обеих задачах расчет производился на одинаковое динамическое воздействие  $P(t) = P_0 \sin(\omega t) = 1975 \sin(20t)$ .

На рис. 4 и 5 показаны графики перемещений во времени узла А.

Из графиков видно, что перемещение узла А в период воздействия возмущающей нагрузки практически совпадают.

Также сравним результаты перемещений узлов, лежащих на оси Х на глубине 1 метр и времени 0,75 секунды, а также на глубине 8 метров и времени 1,5 секунды. Графики начинаются относительно оси симметрии.



*Рисунок 3. Верификация разработанного граничного элемента (а) ограниченная часть грунтового массива (б) достаточно большой массив грунта.*

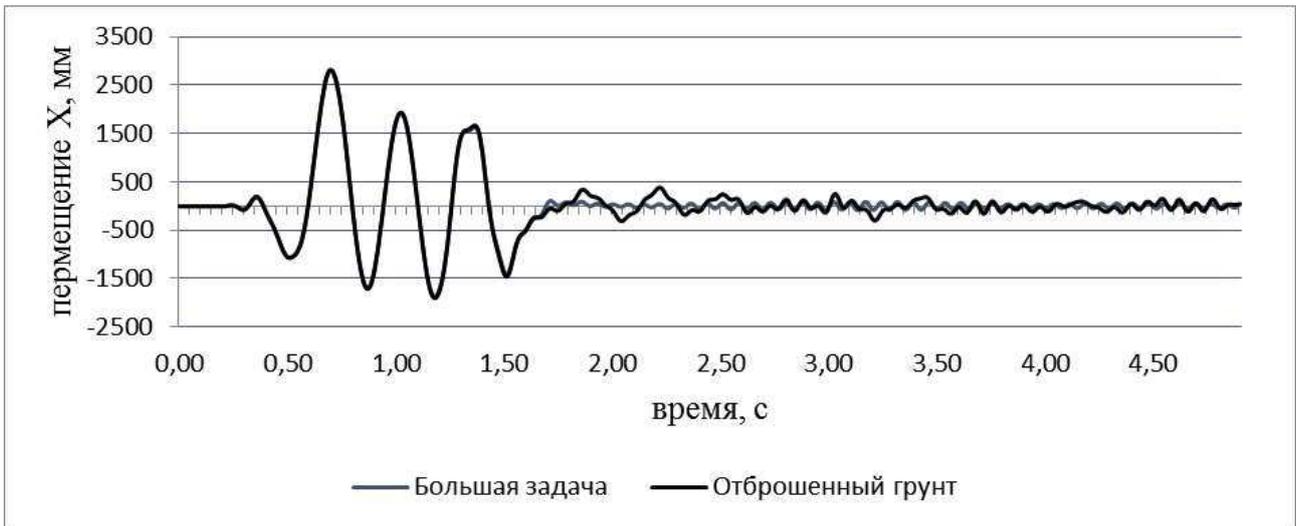


Рисунок 4. График перемещений  $X(t)$  в узле А.

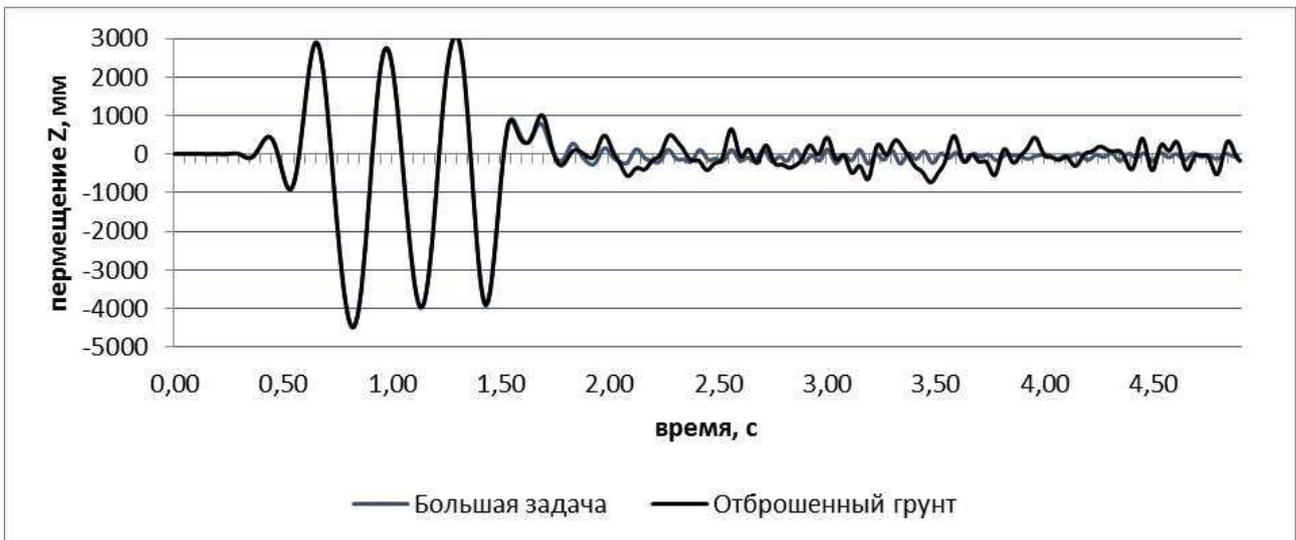


Рисунок 5. График перемещений  $Z(t)$  в узле А.

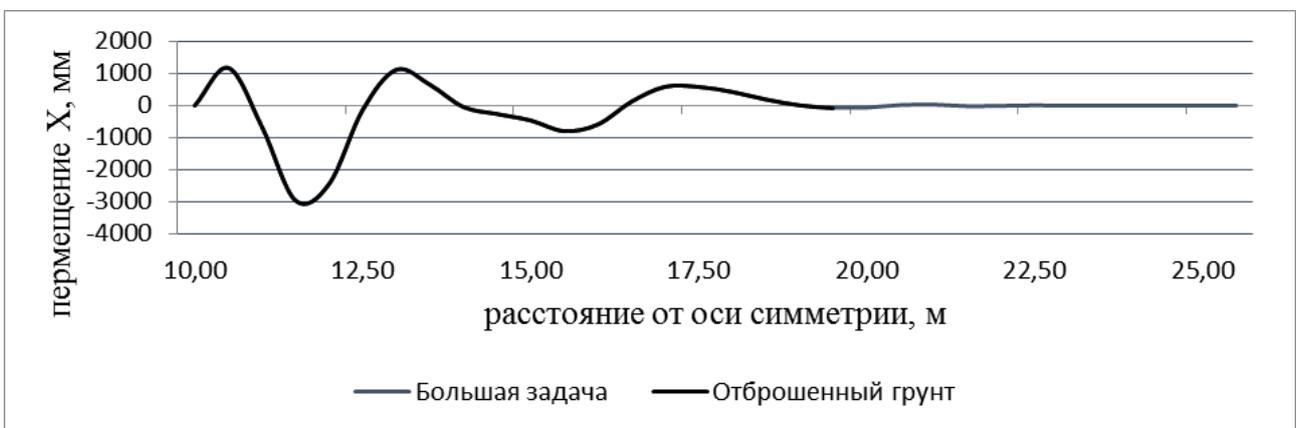


Рисунок 6. График перемещений  $X$  на глубине 1 метр в момент времени 0,75с.



Рисунок 7. График перемещений Z на глубине 1 метр в момент времени 0,75с.

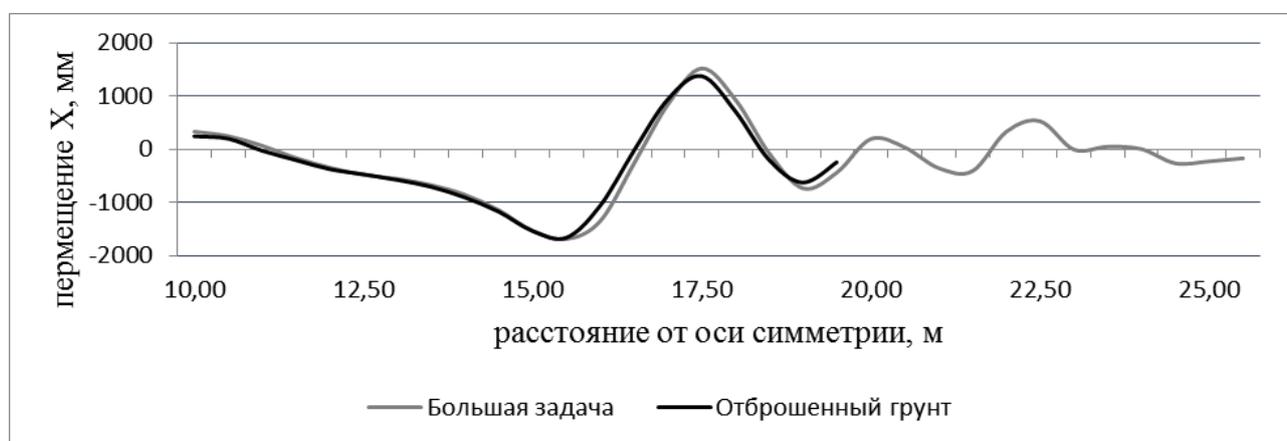


Рисунок 8. График перемещений X на глубине 8 метров в момент времени 1,5с.

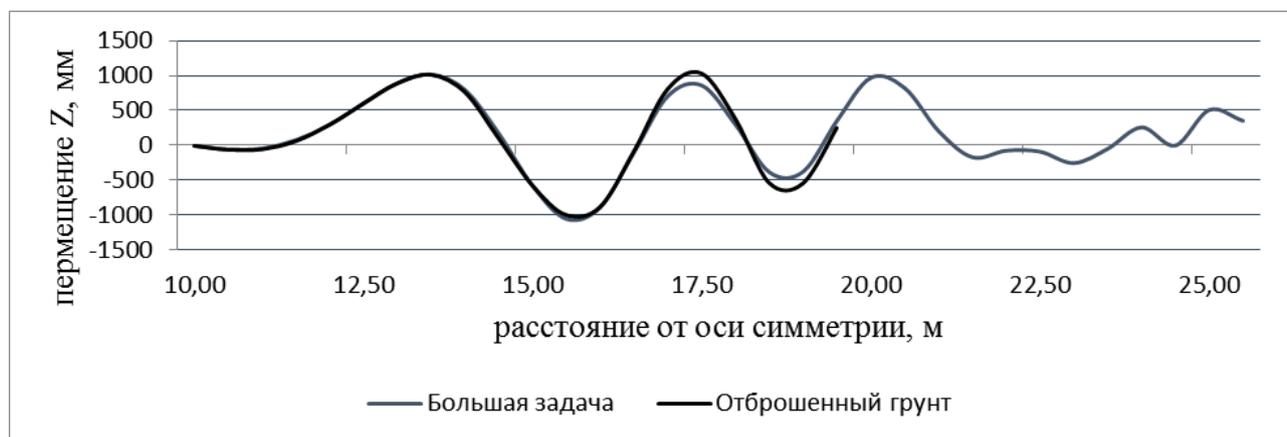


Рисунок 9. График перемещений Z на глубине 8 метров в момент времени 1,5с.

Сравнивая графики перемещений видим, что они практически совпадают. Разница в результатах составила 3 - 8%.

## ВЫВОДЫ

Разработанные граничные конечные элементы позволяют моделировать полупростран-

ство грунтового массива на основе расчетных схем ограниченной размерности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Сливкер В. И.** К вопросу о назначении характеристик двухпараметрового упругого основания // *Строительная механика и расчет сооружений*, 1981, №1, с. 75-87.
2. **Здоренко В.С., Городецкий А.С., Елсукова В.И., Сливкер В.И.** Применение метода конечных элементов к расчету конструкций на упругом основании с двумя коэффициентами постели. // *Сопrotivlenie materialov i теория сооружений*, Вып. 27, Киев, Будівельник, 1975, с. 180-192.
3. **Бирбраер А.Н.** Расчет конструкций на сейсмостойкость. – СПб.: Наука, 1998. – 255 с.
4. **Пикуль А.В., Барабаш М.С.** Проблеми моделювання динамічних впливів. Реалізація в ПК ЛІРА-САПР. // Збірка тез доповідей міжнародної науково-технічної конференції, присвяченої 90-річчю з дня народження професора В.К. Єгупова «Проблеми теорії і практики сейсмостійкого будівництва». – Одеса: ОДАБА, 2016. – 124 с.
5. **Бате К., Вилсон Е.** Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
6. **John P. Wolf.** *The Scaled Boundary Finite Element Method*. John Wiley and Sons, Chichester, England, 2003, 364 p.
2. **Zdorenko V.S., Gorodetsky A.S., El-sukova V.I., Slivker V.I.** *Primenenie Metoda Konechnyh Jelementov k Raschetu Konstrukcij na Uprugom Osnovanii s Dvumja Kojefficientami Posteli* [Application of the Finite Element Method to Analysis of Structures on Two-Parameter Elastic Foundation]. // *Soprotivlenie materialov i теорija sooruzhenij*, Vol. 27, Kiev, Budivel'nik, 1975, pp. 180-192.
3. **Birbraer A.N.** *Raschet Konstrukcij na Sejsmostojkost'* [Seismic Analysis of Structures]. Saint-Petersburg, Nauka, 1998, 255 pages.
4. **Pikul A.V., Barabash M.S.** *Problemy Modelirovanija Dinamicheskikh Vozdejstvij. Realizacija v PK LIRA-SAPR* [Problems of Modelling of Dynamic Impacts. Realization in Program System LIRA-SAPR]. *Sbornik tezisov dokladov mezhdunarodnoj nauchno-tehnicheskoy konferencii, posvjashhennoj 90-letiju so dnja rozhdenija professora V.K. Egupov "Problemy teorii i praktiki sejsmostojkogo stroitel'stva"*, Odessa, ODABA, 2016, 124 pages.
5. **Bate K., Wilson E.** *Chislennye Metody Analiza i Metod Konechnyh Jelementov* [Numerical Methods of Analysis. Finite Element Method]. Moscow, 1982, 448 pages.
6. **John P. Wolf.** *The Scaled Boundary Finite Element Method*. John Wiley and Sons, Chichester, England, 2003, 364 p.

## REFERENCES

1. **Slivker V.I.** *K Voprosu o Naznachenii Charakteristik Dvuhparametrovogo Uprugogo Osnovanija* [About Assignment of Parameters of Two-parameter Elastic Foundation]. // *Stroitel'naja Mehanika i Raschet Sooruzhenij*, 1981, No. 1, pp. 75-87.

Городецкий Александр Сергеевич, иностранный член Российской академии архитектуры и строительных наук (РААСН), доктор технических наук, профессор, заместитель директора по научной работе ООО «ЛИРА САПР», Украина, 04053 Киев, Кияновский переулок 7-а, тел.: +38 (050) 351 96 61; e-mail: info@liraland.com.ua

Пикуль Анатолий Владимирович, инженер-аналитик ООО «ЛИРА САПР», ассистент кафедры металлических и деревянных конструкций Киевского национального университета строительства и архитектуры, 03037, Украина, г. Киев, Воздухофлотский проспект, 31; тел: +38(097)217-68-79 e-mail: Anatol.Pikul@gmail.com http://orcid.org/0000-0002-1516-8266

Писаревский Богдан Юрьевич, инженер-программист  
компании ООО «ЛИРА САПР», 04053, Украина, Ки-  
ев, пер. Кияновский, д.7-а,  
тел./факс: +38 (044) 590 58 85,  
e-mail: mikst1234@gmail.com

Alexander S. Gorodetsky, Foreign Member of the Russian  
Academy of Architecture and Construction Sciences,  
DSc, Professor, Deputy Director for Science of «LIRA  
SAPR» Ltd, 7a, Kiyanovsky side street (pereulok), Kiev,  
04053, Ukraine, phone: +38 (050) 351 96 61;  
e-mail: info@liraland.com.ua

Anatol V. Pikul, Engineer-Analyst of «LIRA SAPR» Ltd,  
assistant of Department of Metal and Wood Structures at  
Kyiv National University of Construction and Archi-  
tekture, 31, Povitroflotsky Avenue, Kyiv, 03037, Ukraine;  
phone:+38(097)217-68-79;  
e-mail: Anatol.Pikul@gmail.com  
<http://orcid.org/0000-0002-1516-8266>

Bogdan Y. Pysarevskiy, software engineer «LIRA  
SAPR» Ltd, 7a, Kiyanovsky side street (pereulok), Kiev,  
04053, Ukraine; phone/fax: +38 (044) 590 58 85,  
e-mail: mikst1234@gmail.com